BURHAN

Ordre et opérations : exercices, niveau examen

2ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/ordre-et-operations/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Ordre et opérations	Niveau examen	5

Exercice 1 — 5 pts

Trois coureurs sur le circuit

Trois coureurs s'entraînent sur le même circuit. Sara a parcouru les $\frac{7}{12}$ du circuit et Ali les $\frac{5}{8}$. Hind a parcouru une part égale à $0{,}58$ du circuit.

1. — 1 pts

Compare $\frac{7}{12}$ et $\frac{5}{8}$ en les réduisant au même dénominateur.

INDICE

Le nombre 24 est un multiple de 12 et de 8.

CORRIGÉ

Le nombre 24 est un multiple de 12 et de 8. On multiplie par 2 les termes de la première fraction, par 3 ceux de la seconde : $\frac{7}{12} = \frac{14}{24}$ et $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$.

Le dénominateur 24 est strictement positif et $14 < 15$ (réduction au même dénominateur).

Conclusion. Donc $\frac{7}{12} < \frac{5}{8}$: Sara a parcouru moins qu'Ali.

2. — 1 pts

À la calculatrice, arrondis $\frac{7}{12}$ au centième. Cet affichage permet-il de comparer $\frac{7}{12}$ et $0{,}58$?

INDICE

Mets l'affichage obtenu à côté de $0{,}58$.

CORRIGÉ

Arrondi au centième, la part de Sara s'affiche :

$$\frac{7}{12} \approx 0{,}58$$

On retrouve le même affichage que la part de Hind.

Conclusion. Avec cet arrondi, on ne peut pas conclure.

3. 2 pts

Calcule la différence $\frac{7}{12} - 0{,}58$, puis compare $\frac{7}{12}$ et $0{,}58$.

INDICE

Écris $0{,}58 = \frac{58}{100}$, puis prends 300 comme dénominateur commun.

CORRIGÉ

Écriture sur 300. On multiplie par 25 les termes de $\frac{7}{12}$: $\frac{7}{12} = \frac{175}{300}$. Pour le décimal, $0{,}58 = \frac{58}{100} = \frac{174}{300}$.

Différence. On soustrait :

$$\begin{aligned} &\frac{7}{12} - 0{,}58 \\ &= \frac{175}{300} - \frac{174}{300} \\ &= \frac{1}{300} \end{aligned}$$

Signe. Cette différence est strictement positive (comparaison par la différence).

Conclusion. Donc $\frac{7}{12} > 0{,}58$: Sara a parcouru un peu plus que Hind.

4. 1 pts

Range les trois parts parcourues dans l'ordre croissant. Qui a parcouru la plus grande part du circuit ?

INDICE

Utilise les résultats des questions 1 et 3.

CORRIGÉ

La question 3 donne $0{,}58 < \frac{7}{12}$. La question 1 donne $\frac{7}{12} < \frac{5}{8}$. On enchaîne les deux :

$$0{,}58 < \frac{7}{12} < \frac{5}{8}$$

Conclusion. L'ordre croissant est Hind, Sara, Ali. Ali a parcouru la plus grande part du circuit.

Exercice 2 — 5 pts

Les règles de l'ordre

Dans une papeterie, un stylo coûte a dirhams et un feutre coûte b dirhams, avec $a < b$.

1. — 1 pts

Pour une livraison, on ajoute 3 dirhams au prix de chaque article. Compare $a + 3$ et $b + 3$. Nomme la règle utilisée.

INDICE

On ajoute le même nombre aux deux membres.

CORRIGÉ

On ajoute le même nombre 3 à chaque membre de $a < b$. La règle utilisée est l'ordre et l'addition : le sens ne change pas.

Conclusion. On obtient $a + 3 < b + 3$.

2. — 1 pts

Un client achète 5 stylos ou 5 feutres. Compare $5a$ et $5b$. Nomme la règle utilisée.

INDICE

Regarde le signe de 5.

CORRIGÉ

Le nombre 5 est strictement positif. On multiplie les deux membres de $a < b$ par 5. La règle utilisée est l'ordre et la multiplication : le sens ne change pas.

Conclusion. On obtient $5a < 5b$.

3. — 2 pts

Avec un bon de réduction de 2 dirhams, ces achats coûtent $5a - 2$ et $5b - 2$ dirhams. Déduis-en une comparaison de $5a - 2$ et $5b - 2$. Écris une règle par étape.

INDICE

Pars du résultat de la question 2.

CORRIGÉ

Première étape. La question 2 donne $5a < 5b$ (ordre et multiplication).

Deuxième étape. On retranche 2 à chaque membre (ordre et addition) :

$$5a - 2 < 5b - 2$$

Conclusion. Le nombre $5a - 2$ est plus petit que $5b - 2$: avec le bon, les cinq stylos restent moins chers que les cinq feutres.

4. 1 pts

Karim affirme : « Pour deux nombres quelconques u et v tels que $u < v$, on a $-3u < -3v$. » Montre qu'il a tort en prenant $u = 1$ et $v = 2$.

INDICE

Calcule $-3u$ et $-3v$ pour ces valeurs, puis compare-les.

CORRIGÉ

Avec $u = 1$ et $v = 2$, on a bien $1 < 2$.

On calcule : $-3 \times 1 = -3$ et $-3 \times 2 = -6$, avec $-3 > -6$. L'inégalité $-3u < -3v$ est donc fausse pour ces valeurs.

La règle de l'ordre et de la multiplication demande un nombre strictement positif. Or -3 est négatif : elle ne s'applique pas.

Conclusion. Karim a tort.

Exercice 3 5 pts

Le plein et le péage

Pour un trajet, une famille achète 30 litres d'essence et paie un péage. Le prix e d'un litre d'essence, en dirhams, vérifie $e < 14$. Le prix p du péage, en dirhams, vérifie $p < 65$.

1. 2 pts

Écris une inégalité pour le prix $30e$ de l'essence achetée. Nomme la règle utilisée.

INDICE

Le nombre 30 multiplie les deux membres de $e < 14$: quel est son signe ?

CORRIGÉ

Le nombre 30 est strictement positif. On multiplie les deux membres de $e < 14$ par 30, et $30 \times 14 = 420$. La règle utilisée est l'ordre et la multiplication :

$$30e < 420$$

Conclusion. L'essence coûte moins de 420 dirhams.

2. 2 pts

Déduis-en une inégalité pour la dépense totale $30e + p$. Nomme la règle utilisée.

INDICE

Les inégalités $30e < 420$ et $p < 65$ ont-elles le même sens ?

CORRIGÉ

Les inégalités $30e < 420$ et $p < 65$ vont dans le même sens. On les additionne donc membre à membre, et $420 + 65 = 485$:

$$30e + p < 485$$

Conclusion. La dépense totale est inférieure à 485 dirhams.

3. 1 pts

La famille a prévu 500 dirhams pour ces deux dépenses. Ce budget suffit-il ? Justifie.

INDICE

Compare 485 et 500, puis utilise la propriété du troisième nombre.

CORRIGÉ

On a deux inégalités :

- $30e + p < 485$ (question 2) ;
- $485 < 500$.

Par la propriété du troisième nombre, $30e + p < 500$.

Conclusion. Oui. Le budget de 500 dirhams suffit pour l'essence et le péage.

Exercice 4 5 pts

Quatre nombres au tableau

Au tableau, quatre élèves ont écrit chacun un nombre. Amal a écrit $\frac{11}{12}$, Badr $\frac{13}{11}$, Chama $\frac{7}{6}$ et Driss $\frac{-12}{-11}$. Le plus grand nombre gagne.

1. 1 pts

Compare $\frac{11}{12}$ et $\frac{13}{11}$ en passant par le nombre 1.

INDICE

Calcule la différence de chaque nombre avec 1.

CORRIGÉ

Nombre d'Amal. On a $\frac{11}{12} - 1 = -\frac{1}{12}$. Ce résultat est strictement négatif, donc $\frac{11}{12} < 1$.

Nombre de Badr. On a $\frac{13}{11} - 1 = \frac{2}{11}$. Ce résultat est strictement positif, donc $1 < \frac{13}{11}$.

Comparaison. Le nombre 1 sépare les deux fractions. La propriété du troisième nombre donne alors $\frac{11}{12} < \frac{13}{11}$.

Conclusion. Le nombre d'Amal est plus petit que celui de Badr.

2. 1 pts

À la calculatrice, arrondis $\frac{13}{11}$ et $\frac{7}{6}$ au centième. Ces affichages permettent-ils de comparer le nombre de Badr et celui de Chama ?

INDICE

Regarde les unités, puis les dixièmes, puis les centièmes des deux affichages.

CORRIGÉ

Arrondis au centième, on lit $\frac{13}{11} \approx 1{,}18$ et $\frac{7}{6} \approx 1{,}17$.

Les unités et les dixièmes sont les mêmes. Les affichages diffèrent au rang des centièmes, avec $7 < 8$. Deux arrondis différents permettent de conclure :

$$\frac{7}{6} < \frac{13}{11}$$

Conclusion. Oui : le nombre de Chama est plus petit que celui de Badr.

3. 1 pts

Compare $\frac{11}{12}$ et $\frac{7}{6}$ en réduisant au dénominateur 12. Déduis-en, avec la question 2, le rangement dans l'ordre croissant des nombres d'Amal, de Badr et de Chama.

INDICE

Le nombre 12 est un multiple de 6 : écris $\frac{7}{6}$ avec le dénominateur 12. Utilise ensuite la question 2.

CORRIGÉ

Amal et Chama. Le nombre 12 est un multiple de 6 : $\frac{7}{6} = \frac{7 \times 2}{6 \times 2} = \frac{14}{12}$. Le dénominateur 12 est strictement positif et $11 < 14$. Donc $\frac{11}{12} < \frac{7}{6}$ (réduction au même dénominateur).

Chama et Badr. La question 2 donne $\frac{7}{6} < \frac{13}{11}$.

Rangement. On réunit les deux résultats :

$$\frac{11}{12} < \frac{7}{6} < \frac{13}{11}$$

Conclusion. L'ordre croissant est Amal, Chama, Badr.

4. 2 pts

Driss affirme : « Mon nombre contient deux signes moins : il est négatif, donc c'est le plus petit des quatre. » A-t-il raison ? Range ensuite les quatre nombres dans l'ordre croissant et dis qui gagne.

INDICE

Réécris d'abord $\frac{-12}{-11}$ avec un dénominateur strictement positif : change le signe du numérateur et celui du dénominateur. Compare ensuite $\frac{12}{11}$ à 1, puis à $\frac{7}{6}$ avec le dénominateur commun 66.

CORRIGÉ

Signe du nombre de Driss. Le quotient de deux nombres strictement négatifs est strictement positif. En changeant les deux signes, $\frac{-12}{-11} = \frac{12}{11}$. Driss a tort : son nombre n'est pas négatif.

Comparaison avec Amal. On a $\frac{12}{11} - 1 = \frac{1}{11}$, strictement positif, donc $1 < \frac{12}{11}$. Avec $\frac{11}{12} < 1$ (question 1), la propriété du troisième nombre donne $\frac{11}{12} < \frac{12}{11}$.

Comparaison avec Chama. Avec le dénominateur 66, strictement positif, $\frac{12}{11} = \frac{72}{66}$ et $\frac{7}{6} = \frac{77}{66}$. Comme $72 < 77$, on a $\frac{12}{11} < \frac{7}{6}$.

Rangement. Avec la question 3 :

$$\frac{11}{12} < \frac{-12}{-11} < \frac{7}{6} < \frac{13}{11}$$

Conclusion. Driss n'a pas raison. L'ordre croissant est Amal, Driss, Chama, Badr : Badr gagne.

Exercice 5 5 pts

Le minibus de l'excursion

Huit amis louent un minibus pour une excursion. Le prix m de la location, en dirhams, vérifie $m \geq 960$.

1. 1 pts

Les huit amis partagent ce prix à parts égales. Écris une inégalité pour la part $\frac{m}{8}$ de chacun. Nomme la règle utilisée.

INDICE

On divise les deux membres de $m \geq 960$ par 8 : quel est le signe de 8 ?

CORRIGÉ

Le nombre 8 est strictement positif. On divise les deux membres de $m \geq 960$ par 8, et $960 \div 8 = 120$. Le sens est conservé (ordre et multiplication) :

$$\frac{m}{8} \geq 120$$

Conclusion. Pour la location, chacun paie au moins 120 dirhams.

2. 1 pts

L'association du quartier rembourse 25 dirhams à chacun. Déduis-en une inégalité pour la somme $\frac{m}{8} - 25$ que chacun paie finalement pour la location. Nomme la règle utilisée.

INDICE

Pars du résultat de la question 1.

CORRIGÉ

On repart de $\frac{m}{8} \geq 120$ (question 1). On retranche 25 à chaque membre, et $120 - 25 = 95$ (ordre et addition) :

$$\frac{m}{8} - 25 \geq 95$$

Conclusion. Après le remboursement, chacun paie au moins 95 dirhams pour la location.

3. 2 pts

Chacun dépense aussi d dirhams pour son déjeuner, avec $d \leq 40$. Rania écrit : « On a $\frac{m}{8} - 25 \geq 95$ et $d \leq 40$. En additionnant membre à membre, $\frac{m}{8} - 25 + d \geq 135$. » Explique pourquoi cette addition n'est pas permise, puis montre que Rania a tort en prenant $m = 960$ et $d = 10$.

INDICE

Regarde le sens des deux inégalités. Calcule ensuite $\frac{m}{8} - 25 + d$ pour ces valeurs.

CORRIGÉ

Pourquoi l'addition est interdite. Les inégalités $\frac{m}{8} - 25 \geq 95$ et $d \leq 40$ n'ont pas le même sens. L'addition membre à membre ne vaut que pour deux inégalités de même sens.

Contre-exemple. Avec $m = 960$ et $d = 10$, on a bien $960 \geq 960$ et $10 \leq 40$. On calcule :

$$\begin{aligned} &\frac{960}{8} - 25 + 10 \\ &= 120 - 25 + 10 \\ &= 105 \end{aligned}$$

Or $105 < 135$: l'inégalité écrite par Rania est fausse pour ces valeurs.

Conclusion. Rania a tort.

4. 1 pts

Une dépense est un nombre positif : $d \geq 0$. Montre que chacun dépense en tout, location et déjeuner, au moins 95 dirhams.

INDICE

Cherche deux inégalités de même sens, puis additionne-les membre à membre.

CORRIGÉ

Les inégalités $\frac{m}{8} - 25 \geq 95$ et $d \geq 0$ ont le même sens. Leur addition membre à membre donne :

$$\frac{m}{8} - 25 + d \geq 95 + 0$$

Comme $95 + 0 = 95$, on obtient $\frac{m}{8} - 25 + d \geq 95$.

Conclusion. Location et déjeuner compris, chacun dépense au moins 95 dirhams.