BURHAN

Ordre et opérations : exercices, entraînement

2ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/ordre-et-operations/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Ordre et opérations	Entraînement	7

Exercice 1

Le niveau du barrage

Pendant trois semaines, on mesure la variation du niveau d'eau d'un barrage, en mètres. Une baisse s'écrit avec un nombre négatif. On trouve $-\frac{3}{4}$ la première semaine et $-\frac{7}{10}$ la troisième. Un technicien a noté la deuxième sous la forme $\frac{5}{-6}$.

1.

Écris $\frac{5}{-6}$ avec un dénominateur strictement positif.

INDICE

Une fraction ne change pas quand on change à la fois le signe du numérateur et celui du dénominateur.

CORRIGÉ

Changer à la fois le signe du numérateur et celui du dénominateur ne change pas une fraction.

Conclusion. Avec un dénominateur strictement positif, $\frac{5}{-6} = \frac{-5}{6}$.

2.

Écris les trois variations avec le dénominateur 60.

INDICE

Le nombre 60 est un multiple de 4, de 6 et de 10 : $60 \div 4 = 15$, $60 \div 6 = 10$ et $60 \div 10 = 6$.

CORRIGÉ

On multiplie le numérateur et le dénominateur de chaque fraction par le nombre qui donne 60 en bas :

- par 15 : $-\frac{3}{4} = \frac{-45}{60}$;
- par 10 : $\frac{-5}{6} = \frac{-50}{60}$;
- par 6 : $-\frac{7}{10} = \frac{-42}{60}$.

Conclusion. Les trois variations s'écrivent $\frac{-45}{60}$, $\frac{-50}{60}$ et $\frac{-42}{60}$.

3.

Range les trois variations dans l'ordre croissant. Quelle semaine a connu la plus forte baisse ?

INDICE

Le dénominateur commun est strictement positif : compare les numérateurs -45, -50 et -42.

CORRIGÉ

Avec le dénominateur 60, strictement positif, les fractions se rangent comme leurs numérateurs (fractions de même dénominateur). Or $-50 < -45 < -42$.

On revient ensuite aux écritures de l'énoncé.

Conclusion. Donc $\frac{5}{-6} < -\frac{3}{4} < -\frac{7}{10}$. La variation la plus petite est la plus forte baisse : elle a eu lieu la deuxième semaine.

Exercice 2

Trois cartes à ranger

Salim tire trois cartes. Elles portent les nombres $\frac{13}{15}$, $\frac{9}{8}$ et $-\frac{2}{7}$. Il veut les ranger sans réduire au même dénominateur.

1.

Compare $\frac{13}{15}$ et $\frac{9}{8}$ en comparant d'abord chacun d'eux à 1.

INDICE

Écris 1 sous la forme $\frac{15}{15}$, puis sous la forme $\frac{8}{8}$.

CORRIGÉ

Place de $\frac{13}{15}$. On a $13 < 15$, donc $\frac{13}{15} < \frac{15}{15}$, c'est-à-dire $\frac{13}{15} < 1$.

Place de $\frac{9}{8}$. On a $8 < 9$, donc $\frac{8}{8} < \frac{9}{8}$, c'est-à-dire $1 < \frac{9}{8}$.

Comparaison. Le nombre 1 sépare les deux fractions, et la propriété du troisième nombre donne :

$$\frac{13}{15} < \frac{9}{8}$$

Conclusion. Le nombre $\frac{13}{15}$ est plus petit que $\frac{9}{8}$.

2.

Compare $-\frac{2}{7}$ et $\frac{13}{15}$ en passant par 0.

INDICE

Cherche le signe de chacun des deux nombres.

CORRIGÉ

Le nombre $-\frac{2}{7}$ est strictement négatif, donc $-\frac{2}{7} < 0$.

Le nombre $\frac{13}{15}$ est strictement positif, donc $0 < \frac{13}{15}$.

Le nombre 0 sépare ainsi les deux cartes. La propriété du troisième nombre donne $-\frac{2}{7} < \frac{13}{15}$.

Conclusion. La carte $-\frac{2}{7}$ porte un nombre plus petit que la carte $\frac{13}{15}$.

3.

Range les trois cartes dans l'ordre croissant.

INDICE

Rassemble les résultats des questions 1 et 2.

CORRIGÉ

La question 2 donne $-\frac{2}{7} < \frac{13}{15}$. La question 1 donne $\frac{13}{15} < \frac{9}{8}$. On met les deux inégalités bout à bout :

$$-\frac{2}{7} < \frac{13}{15} < \frac{9}{8}$$

Conclusion. Dans l'ordre croissant, les cartes sont $-\frac{2}{7}$, $\frac{13}{15}$, puis $\frac{9}{8}$.

Exercice 3

Le budget du voyage en car

Aya prépare un voyage en car. Le billet aller coûte a dirhams, avec $a < 85$. Le billet retour coûte r dirhams, avec $r < 90$. Ses repas coûtent s dirhams, avec $s < 40$.

1.

Que peux-tu dire du prix $a + r$ des deux billets ?

INDICE

Regarde si les deux inégalités ont le même sens.

CORRIGÉ

Les inégalités $a < 85$ et $r < 90$ vont dans le même sens. Leur somme membre à membre donne $a + r < 85 + 90$, soit $a + r < 175$.

Conclusion. Les deux billets coûtent moins de 175 dirhams.

2.

Déduis-en une inégalité pour la dépense totale $a + r + s$.

INDICE

Additionne l'inégalité de la question 1 et celle des repas.

CORRIGÉ

On dispose de $a + r < 175$ et de $s < 40$, deux inégalités de même sens. L'addition membre à membre donne $a + r + s < 175 + 40$, soit :

$$a + r + s < 215$$

Conclusion. La dépense totale est inférieure à 215 dirhams.

3.

Aya a 220 dirhams. Peut-elle être sûre que son argent suffit ? Justifie : écris deux inégalités, puis conclus.

INDICE

Compare 215 et 220, puis utilise la propriété du troisième nombre.

CORRIGÉ

On écrit les deux inégalités :

- $a + r + s < 215$ (question 2) ;
- $215 < 220$.

Le nombre 215 fait le lien entre les deux. Par la propriété du troisième nombre, $a + r + s < 220$.

Conclusion. Oui, Aya peut être sûre que ses 220 dirhams suffisent.

Exercice 4

La facture du plombier

Un plombier fait payer 50 dirhams de déplacement, plus 120 dirhams par heure de travail. Pour un chantier de h heures, il demande $120h + 50$ dirhams.

1.

Deux chantiers durent h et k heures, avec $h < k$. Compare $120h$ et $120k$.

INDICE

Le nombre qui multiplie les deux membres est-il strictement positif ?

CORRIGÉ

Le nombre 120 est strictement positif. On multiplie les deux membres de $h < k$ par 120, sans changer le sens (ordre et multiplication).

Conclusion. On obtient $120h < 120k$.

2.

Compare les prix $120h + 50$ et $120k + 50$. Quel chantier coûte le plus cher ?

INDICE

Ajoute le même nombre aux deux membres de l'inégalité de la question 1.

CORRIGÉ

On ajoute 50 à chaque membre de $120h < 120k$ (ordre et addition) :

$$120h + 50 < 120k + 50$$

Le chantier de h heures coûte donc moins cher que celui de k heures.

Conclusion. Le chantier le plus long coûte le plus cher.

3.

Un troisième chantier dure t heures, avec $t > 2$. Explique pourquoi son prix dépasse 290 dirhams.

INDICE

Applique à $t > 2$ les deux mêmes règles, dans le même ordre.

CORRIGÉ

On suit les deux mêmes étapes qu'aux questions 1 et 2.

Multiplication. Le nombre 120 est strictement positif. On multiplie les deux membres de $t > 2$ par 120 (ordre et multiplication), et $120 \times 2 = 240$: $120t > 240$.

Addition. On ajoute 50 à chaque membre (ordre et addition), et $240 + 50 = 290$: $120t + 50 > 290$.

Conclusion. Le prix de ce chantier dépasse donc 290 dirhams.

Exercice 5

Le robinet le plus rapide

Le **débit** d'un robinet est le nombre de litres qu'il verse en une minute. Le robinet A verse 25 litres en 12 minutes : son débit est $\frac{25}{12}$ litre par minute. Le robinet B verse 15 litres en 7 minutes. Le robinet C verse 23 litres en 11 minutes.

1.

À la calculatrice, arrondis $\frac{25}{12}$ et $\frac{23}{11}$ au dixième. Peux-tu comparer les débits des robinets A et C avec ces affichages ?

INDICE

Regarde si les deux valeurs approchées sont différentes.

CORRIGÉ

Arrondis au dixième, on lit $\frac{25}{12} \approx 2{,}1$ et $\frac{23}{11} \approx 2{,}1$.

Les deux affichages sont identiques. Ils ne disent pas lequel des deux débits est le plus grand.

Conclusion. Ces arrondis ne suffisent pas : on ne peut pas conclure avec eux.

2.

Compare $\frac{25}{12}$ et $\frac{23}{11}$ par un calcul exact.

INDICE

Prends 132 comme dénominateur commun, car $12 \times 11 = 132$.

CORRIGÉ

Comme $12 \times 11 = 132$, on prend 132 comme dénominateur commun :

$$\begin{aligned} \frac{25}{12} &= \frac{25 \times 11}{12 \times 11} \\ &= \frac{275}{132} \\ \frac{23}{11} &= \frac{23 \times 12}{11 \times 12} \\ &= \frac{276}{132} \end{aligned}$$

Le dénominateur 132 est strictement positif et $275 < 276$ (réduction au même dénominateur).

Remarque : arrondis au centième, $\frac{25}{12} \approx 2{,}08$ et $\frac{23}{11} \approx 2{,}09$ sont déjà différents. Seul l'arrondi au dixième était trop grossier.

Conclusion. Donc $\frac{25}{12} < \frac{23}{11}$: le robinet A est moins rapide que le robinet C.

3.

À la calculatrice, arrondis $\frac{23}{11}$ et $\frac{15}{7}$ au centième, puis compare-les. Avec le résultat de la question 2, range ensuite les débits des trois robinets dans l'ordre croissant.

INDICE

Compare les deux affichages chiffre par chiffre, puis place le robinet A grâce à la question 2.

CORRIGÉ

Robinets C et B. Au centième, on lit $\frac{23}{11} \approx 2{,}09$ et $\frac{15}{7} \approx 2{,}14$. Ces affichages diffèrent, et $2{,}09 < 2{,}14$. Donc $\frac{23}{11} < \frac{15}{7}$ (comparaison à la calculatrice).

Robinet A. La question 2 a montré que $\frac{25}{12} < \frac{23}{11}$.

Rangement. On réunit les deux résultats :

$$\frac{25}{12} < \frac{23}{11} < \frac{15}{7}$$

Conclusion. Dans l'ordre croissant, les débits sont ceux de A, de C, puis de B. Le robinet B est le plus rapide, puis C, puis A.

Exercice 6

Corriger la copie d'Adam

Adam a écrit trois affirmations sur sa copie. Pour chacune, dis si elle est vraie ou fausse. Si elle est fausse, donne la bonne comparaison ou un exemple chiffré qui la contredit.

1.

« Comme $4 < 5$, on a $\frac{4}{9} < \frac{5}{12}$. »

INDICE

Les dénominateurs sont-ils égaux ? Réduis au même dénominateur avant de conclure.

CORRIGÉ

Faux. Les dénominateurs 9 et 12 sont différents : la comparaison des numérateurs ne permet pas de conclure.

On réduit au dénominateur 36, multiple commun de 9 et de 12 : $\frac{4}{9} = \frac{16}{36}$ et $\frac{5}{12} = \frac{15}{36}$.

Le dénominateur 36 est strictement positif et $16 > 15$ (réduction au même dénominateur).

Conclusion. Donc $\frac{4}{9} > \frac{5}{12}$: l'affirmation d'Adam est fausse.

2.

« Si $x < y$, alors $3x + 1 < 3y + 1$. »

INDICE

Le nombre qui multiplie est-il strictement positif ? Applique ensuite une règle à la fois.

CORRIGÉ

Vrai. On applique les règles l'une après l'autre.

Le nombre 3 est strictement positif. En multipliant les deux membres de $x < y$ par 3, on obtient $3x < 3y$ (ordre et multiplication).

En ajoutant 1 à chaque membre, on obtient $3x + 1 < 3y + 1$ (ordre et addition).

Conclusion. L'affirmation d'Adam est vraie.

3.

« Si $a < 6$ et $b < 2$, alors $a - b < 4$. »

INDICE

Essaie avec un nombre b négatif.

CORRIGÉ

Faux. On peut additionner deux inégalités de même sens, mais pas les soustraire membre à membre.

Contre-exemple : prenons $a = 5$ et $b = -10$. On a bien $5 < 6$ et $-10 < 2$.

Pourtant $a - b = 5 - (-10) = 15$, et $15 > 4$.

Conclusion. L'affirmation d'Adam est fausse : ces valeurs vérifient les hypothèses, mais pas $a - b < 4$

.

Exercice 7

Des msemen pour dix personnes

Une recette de msemen pour 4 personnes demande f grammes de farine, avec $f \leq 350$. Leila veut la préparer pour 10 personnes. Elle multiplie donc toutes les quantités par $\frac{5}{2}$.

1.

Écris une inégalité pour la masse de farine $\frac{5}{2}f$ nécessaire pour 10 personnes.

INDICE

Vérifie le signe de $\frac{5}{2}$ avant de multiplier.

CORRIGÉ

Le nombre $\frac{5}{2}$ est strictement positif. On multiplie les deux membres de $f \leq 350$ par $\frac{5}{2}$, sans changer le sens (ordre et multiplication). Comme $\frac{5}{2} \times 350 = 875$:

$$\frac{5}{2}f \leq 875$$

Conclusion. Pour 10 personnes, il faut au plus 875 grammes de farine.

2.

Leila garde aussi 50 grammes de farine pour fariner le plan de travail. Écris une inégalité pour la farine totale $\frac{5}{2}f + 50$.

INDICE

Ajoute la même quantité à chacun des deux membres.

CORRIGÉ

On ajoute 50 à chaque membre de l'inégalité de la question 1 (ordre et addition) :

$$\frac{5}{2}f + 50 \leq 925$$

Conclusion. En tout, Leila utilise au plus 925 grammes de farine.

3.

Leila a un paquet de 1000 grammes de farine. Ce paquet suffit-il ? Justifie.

INDICE

Compare 925 et 1000, puis conclus avec la propriété du troisième nombre.

CORRIGÉ

On a deux inégalités :

- $\frac{5}{2}f + 50 \leq 925$ (question 2) ;
- $925 \leq 1000$.

Par la propriété du troisième nombre, $\frac{5}{2}f + 50 \leq 1000$.

Conclusion. Le paquet suffit pour préparer les msemen de dix personnes.