BURHAN

Ordre et opérations : exercices, application

2ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/ordre-et-operations/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Ordre et opérations	Application	8

Exercice 1

La recette et l'étagère

Yasmine bricole une étagère, puis elle prépare une recette. Elle doit comparer des nombres écrits de deux façons.

1.

Une planche mesure $\frac{7}{4}$ mètre. L'étagère doit mesurer $1{,}8$ mètre. Compare $\frac{7}{4}$ et $1{,}8$ par leur différence. La planche est-elle assez longue ?

INDICE

Écris d'abord $\frac{7}{4}$ sous forme décimale.

CORRIGÉ

On passe d'abord $\frac{7}{4}$ en écriture décimale : $\frac{7}{4} = 1{,}75$.

On soustrait la longueur voulue à celle de la planche :

$$1{,}75 - 1{,}8 = -0{,}05$$

Le résultat est strictement négatif. Le premier nombre est donc le plus petit (comparaison par la différence).

Conclusion. Donc $\frac{7}{4} < 1{,}8$. La planche est trop courte pour l'étagère.

2.

La recette demande $\frac{2}{3}$ de litre de lait. Yasmine en a $0{,}6$ litre. Compare $\frac{2}{3}$ et $0{,}6$ en calculant leur différence. A-t-elle assez de lait ?

INDICE

Écris $0{,}6$ sous forme de fraction. Mets ensuite les deux fractions au même dénominateur avant de soustraire.

CORRIGÉ

On remplace $0{,}6$ par la fraction $\frac{3}{5}$, puis on prend 15 comme dénominateur commun :

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} - 0{,}6 &= \frac{2}{3} - \frac{3}{5} \\ &= \frac{10}{15} - \frac{9}{15} \\ &= \frac{1}{15} \end{aligned}$$

Ce résultat est strictement positif : la quantité demandée dépasse celle que Yasmine possède (comparaison par la différence).

Conclusion. Donc $\frac{2}{3} > 0{,}6$. Yasmine n'a pas assez de lait pour la recette.

3.

Compare $-1{,}3$ et $-\dfrac{5}{4}$ par leur différence.

INDICE

Remplace $-\dfrac{5}{4}$ par son écriture décimale. Retrancher un nombre négatif revient à ajouter son opposé.

CORRIGÉ

En écriture décimale, $-\dfrac{5}{4} = -1{,}25$.

Retrancher $-1{,}25$, c'est ajouter son opposé $1{,}25$:

$$\begin{aligned} &-1{,}3 - (-1{,}25) \\ &= -1{,}3 + 1{,}25 \\ &= -0{,}05 \end{aligned}$$

La différence est strictement négative (comparaison par la différence).

Conclusion. Donc $-1{,}3 < -\dfrac{5}{4}$.

Exercice 2

Trois lecteurs du même roman

Omar, Salma et Karim lisent le même roman. Omar en a lu les $\frac{5}{12}$, Salma les $\frac{7}{12}$ et Karim les $\frac{11}{12}$.

1.

Range ces trois fractions dans l'ordre croissant, c'est-à-dire de la plus petite à la plus grande. Qui a lu la plus grande partie du roman ?

INDICE

Les dénominateurs sont égaux et strictement positifs : regarde les numérateurs.

CORRIGÉ

Les trois fractions s'écrivent avec le même dénominateur 12, et ce dénominateur est strictement positif. Elles se rangent alors comme leurs numérateurs (fractions de même dénominateur).

Les numérateurs vérifient $5 < 7 < 11$. On en déduit :

$$\frac{5}{12} < \frac{7}{12} < \frac{11}{12}$$

Conclusion. L'ordre croissant est Omar, Salma, Karim. Karim a lu la plus grande partie du roman.

2.

Compare $\frac{-3}{8}$ et $\frac{-5}{8}$.

INDICE

Compare d'abord les numérateurs -3 et -5, qui sont négatifs.

CORRIGÉ

Le dénominateur commun 8 est strictement positif : il suffit de comparer les numérateurs.

Leur différence vaut $-3 - (-5) = 2$. Elle est strictement positive, donc $-3 > -5$.

Conclusion. Donc $\frac{-3}{8} > \frac{-5}{8}$ (fractions de même dénominateur).

3.

Compare $\frac{9}{-7}$ et $\frac{4}{7}$.

INDICE

Un des dénominateurs est négatif : réécris d'abord cette fraction.

CORRIGÉ

Le dénominateur -7 est négatif. On change le signe du numérateur et celui du dénominateur, ce qui ne change pas la fraction :

$$\frac{9}{-7} = \frac{-9}{7}$$

Les deux fractions ont maintenant le dénominateur 7, strictement positif. Leurs numérateurs vérifient $-9 < 4$.

Conclusion. Donc $\frac{9}{-7} < \frac{4}{7}$ (fractions de même dénominateur).

Exercice 3

Les bidons d'huile d'olive

Une coopérative remplit des bidons d'huile d'olive. Tous les bidons ont la même capacité. Le premier est rempli aux $\frac{3}{4}$, le deuxième aux $\frac{7}{10}$.

1.

Écris $\frac{3}{4}$ et $\frac{7}{10}$ avec le dénominateur 20. Quel bidon contient le plus d'huile ?

INDICE

Cherche par quel nombre multiplier 4, puis 10, pour obtenir 20.

CORRIGÉ

On multiplie le numérateur et le dénominateur de $\frac{3}{4}$ par 5, puis ceux de $\frac{7}{10}$ par 2 :

$$\begin{aligned}\frac{3}{4} &= \frac{3 \times 5}{4 \times 5} \\ &= \frac{15}{20} \\ \frac{7}{10} &= \frac{7 \times 2}{10 \times 2} \\ &= \frac{14}{20}\end{aligned}$$

Le dénominateur 20 est strictement positif et $15 > 14$ (réduction au même dénominateur).

Conclusion. Donc $\frac{3}{4} > \frac{7}{10}$. Le premier bidon contient le plus d'huile.

2.

Le troisième bidon est rempli aux $\frac{5}{6}$ et le quatrième aux $\frac{8}{9}$. Compare $\frac{5}{6}$ et $\frac{8}{9}$.

INDICE

Cherche le plus petit nombre qui est à la fois un multiple de 6 et un multiple de 9.

CORRIGÉ

Le plus petit multiple commun de 6 et de 9 est 18. On l'utilise comme dénominateur :

$$\begin{aligned}\frac{5}{6} &= \frac{5 \times 3}{6 \times 3} \\ &= \frac{15}{18} \\ \frac{8}{9} &= \frac{8 \times 2}{9 \times 2} \\ &= \frac{16}{18}\end{aligned}$$

Le dénominateur 18 est strictement positif et $15 < 16$ (réduction au même dénominateur).

Conclusion. Donc $\frac{5}{6} < \frac{8}{9}$. Le quatrième bidon est le plus rempli des deux.

Exercice 4

Les tirs au basket

Au basket, Ilyas a marqué 17 paniers sur 23 tirs. Rania a marqué 20 paniers sur 27 tirs. Le **taux de réussite** d'un joueur est le quotient du nombre de paniers par le nombre de tirs.

1.

À la calculatrice, arrondis $\frac{17}{23}$ et $\frac{20}{27}$ au millième. Qui a le meilleur taux de réussite ?

INDICE

Compare les deux affichages chiffre par chiffre, en partant de la gauche.

CORRIGÉ

Arrondis au millième, les deux taux s'affichent ainsi :

$$\frac{17}{23} \approx 0{,}739$$
$$\frac{20}{27} \approx 0{,}741$$

Les deux affichages diffèrent au rang des millièmes, et $0{,}739 < 0{,}741$ (comparaison à la calculatrice).

Conclusion. Donc $\frac{17}{23} < \frac{20}{27}$. Rania a le meilleur taux de réussite.

2.

Hamza a marqué 3 paniers sur 7 tirs. Son entraîneur espérait un taux d'au moins $0{,}43$. À la calculatrice, arrondis $\frac{3}{7}$ au centième. Peux-tu conclure ?

INDICE

Mets l'affichage obtenu à côté de $0{,}43$: sont-ils différents ?

CORRIGÉ

Arrondi au centième, le taux de Hamza s'affiche :

$$\frac{3}{7} \approx 0{,}43$$

C'est exactement l'objectif $0{,}43$. Un arrondi égal ne dit pas lequel des deux nombres est le plus grand.

Conclusion. Ici, on ne peut pas conclure avec la calculatrice.

3.

Compare maintenant $\frac{3}{7}$ et $0{,}43$ avec le dénominateur 700. Hamza a-t-il atteint l'objectif ?

INDICE

Écris $0{,}43 = \frac{43}{100}$. Le nombre 700 est un multiple de 7 et de 100.

CORRIGÉ

Le nombre 700 est un multiple de 7 et de 100. On écrit les deux nombres avec ce dénominateur :

$$\begin{aligned} \frac{3}{7} &= \frac{3 \times 100}{7 \times 100} \\ &= \frac{300}{700} \\ 0{,}43 &= \frac{43}{100} \\ &= \frac{43 \times 7}{100 \times 7} \\ &= \frac{301}{700} \end{aligned}$$

Le dénominateur 700 est strictement positif et $300 < 301$ (réduction au même dénominateur).

Conclusion. Donc $\frac{3}{7} < 0{,}43$. Hamza manque l'objectif, mais de très peu.

Exercice 5

Le sac de la sortie scolaire

Mehdi prépare son sac pour une sortie scolaire. Les **membres** d'une inégalité sont les deux nombres placés de part et d'autre du symbole.

1.

Son sac pèse m kilogrammes, avec $m < 4{,}5$. Il ajoute une gourde de $0{,}6$ kilogramme. Écris une inégalité pour la nouvelle masse $m + 0{,}6$.

INDICE

Ajoute le même nombre à chaque membre de l'inégalité connue.

CORRIGÉ

On part de $m < 4{,}5$ et on ajoute $0{,}6$ à chaque membre. Le sens ne change pas (ordre et addition). Comme $4{,}5 + 0{,}6 = 5{,}1$:

$$m + 0{,}6 < 5{,}1$$

Conclusion. Avec la gourde, le sac pèse moins de $5{,}1$ kilogrammes.

2.

Le prix p d'un sandwich, en dirhams, vérifie $p \geq 18$. Avec un bon de réduction, Mehdi paie $p - 5$. Écris une inégalité pour $p - 5$.

INDICE

Retrancher un même nombre à chaque membre garde le sens de l'inégalité.

CORRIGÉ

On retranche 5 à chaque membre de $p \geq 18$. Le sens reste le même (ordre et addition), et $18 - 5 = 13$:

$$p - 5 \geq 13$$

Conclusion. Avec le bon, Mehdi paie au moins 13 dirhams.

3.

Sachant que $a \geq -2$, écris une inégalité qui compare $a - \frac{1}{2}$ et $-\frac{5}{2}$.

INDICE

Retranche $\frac{1}{2}$ aux deux membres, puis calcule $-2 - \frac{1}{2}$.

CORRIGÉ

On retranche $\frac{1}{2}$ à chaque membre de $a \geq -2$ (ordre et addition) :

$$a - \frac{1}{2} \geq -2 - \frac{1}{2}$$

On calcule le membre de droite en écrivant -2 avec le dénominateur 2 :

$$\begin{aligned} & -2 - \frac{1}{2} \\ &= -\frac{4}{2} - \frac{1}{2} \\ &= -\frac{5}{2} \end{aligned}$$

Conclusion. Donc $a - \frac{1}{2} \geq -\frac{5}{2}$.

Exercice 6

Deux colis à la poste

Nora envoie deux colis par la poste. Elle ne connaît pas leurs masses exactes, seulement des inégalités.

1.

Le premier colis pèse x kilogrammes, avec $x < 2{,}4$. Le second pèse y kilogrammes, avec $y < 3{,}7$. Que peux-tu dire de la masse totale $x + y$?

INDICE

Les deux inégalités ont le même sens : additionne-les membre à membre.

CORRIGÉ

Les inégalités $x < 2{,}4$ et $y < 3{,}7$ vont dans le même sens. On peut donc les additionner membre à membre : $x + y < 2{,}4 + 3{,}7$, soit $x + y < 6{,}1$.

Conclusion. Ensemble, les deux colis pèsent moins de $6{,}1$ kilogrammes.

2.

Sachant que $a \leq -1$ et $b \leq \dfrac{1}{3}$, que peux-tu dire de $a + b$?

INDICE

Additionne membre à membre, puis calcule $-1 + \dfrac{1}{3}$ avec un dénominateur commun.

CORRIGÉ

Les inégalités $a \leq -1$ et $b \leq \dfrac{1}{3}$ ont le même sens. Leur somme membre à membre donne :

$$a + b \leq -1 + \frac{1}{3}$$

On écrit -1 avec le dénominateur 3 pour calculer la somme :

$$\begin{aligned} &-1 + \frac{1}{3} \\ &= -\frac{3}{3} + \frac{1}{3} \\ &= -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

Conclusion. Donc $a + b \leq -\dfrac{2}{3}$.

Exercice 7

Une soirée au cinéma

Une famille de quatre personnes passe une soirée au cinéma.

1.

Le prix t d'un billet, en dirhams, vérifie $t < 35$. Écris une inégalité pour le prix $4t$ des quatre billets.

INDICE

Regarde le signe du nombre par lequel tu multiplies les deux membres.

CORRIGÉ

Le nombre 4 est strictement positif. Multiplier les deux membres de $t < 35$ par 4 garde donc le sens (ordre et multiplication). Comme $4 \times 35 = 140$:

$$4t < 140$$

Conclusion. Les quatre billets coûtent moins de 140 dirhams.

2.

Après le film, la famille partage une note de n dirhams, avec $n \geq 96$. Chaque personne paie $\frac{n}{4}$. Écris une inégalité pour $\frac{n}{4}$.

INDICE

Diviser par un nombre strictement positif garde le sens de l'inégalité.

CORRIGÉ

On divise les deux membres de $n \geq 96$ par 4. Ce nombre est strictement positif, le sens est donc conservé (ordre et multiplication). Comme $96 \div 4 = 24$:

$$\frac{n}{4} \geq 24$$

Conclusion. Chaque personne paie au moins 24 dirhams.

3.

Sachant que $x < -\frac{2}{3}$, compare $3x$ et -2.

INDICE

Le nombre x est négatif. Mais quel est le signe du nombre 3 qui multiplie ?

CORRIGÉ

Le nombre x est négatif, mais c'est le signe du multiplicateur qui compte. Ici, 3 est strictement positif (ordre et multiplication).

On multiplie donc les deux membres par 3 : $3x < 3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)$, soit $3x < -2$.

Conclusion. Le nombre $3x$ est plus petit que -2.

Exercice 8

Les économies d'Anas et de Lina

Anas a a dirhams d'économies et sa sœur Lina a b dirhams. On sait que $a < b$.

1.

Leur grand-mère double les économies de chacun. Compare $2a$ et $2b$.

INDICE

Par quel nombre multiplie-t-on les deux membres ? Quel est son signe ?

CORRIGÉ

On part de $a < b$. Le nombre 2 est strictement positif : en multipliant les deux membres par 2, le sens reste le même (ordre et multiplication).

Conclusion. On obtient $2a < 2b$.

2.

Chacun reçoit ensuite 5 dirhams de son oncle. Compare $2a + 5$ et $2b + 5$. Qui a le plus d'argent ?

INDICE

Pars de l'inégalité obtenue à la question 1.

CORRIGÉ

On repart de $2a < 2b$ (question 1). On ajoute 5 à chaque membre, ce qui garde le sens (ordre et addition) :

$$2a + 5 < 2b + 5$$

Conclusion. Après le cadeau de l'oncle, Lina a toujours plus d'argent qu'Anas.

3.

Compare de la même façon $\frac{a}{3} - 1$ et $\frac{b}{3} - 1$.

INDICE

Une règle à la fois : d'abord la division, puis la soustraction.

CORRIGÉ

On applique une règle par étape.

Division. Le nombre 3 est strictement positif. On divise les deux membres de $a < b$ par 3 (ordre et multiplication) :

$$\frac{a}{3} < \frac{b}{3}$$

Soustraction. On retranche 1 à chaque membre (ordre et addition) :

$$\frac{a}{3} - 1 < \frac{b}{3} - 1$$

Conclusion. Le nombre $\frac{a}{3} - 1$ est plus petit que $\frac{b}{3} - 1$.