BURHAN

Opérations sur les nombres rationnels : exercices, application

2ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/operations-sur-les-rationnels/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Opérations sur les nombres rationnels	Application	8

Exercice 1

Même dénominateur, numérateurs de signes différents

Calcule et donne chaque résultat sous forme de fraction irréductible.

1

$$A = \frac{-5}{12} + \frac{11}{12}$$

INDICE

Outil : les deux fractions ont le dénominateur 12 ; additionne seulement les numérateurs.

CORRIGÉ

Les deux fractions ont le même dénominateur 12. On additionne les numérateurs et on garde ce dénominateur :

$$\begin{aligned} A &= \frac{-5 + 11}{12} \\ &= \frac{6}{12} \end{aligned}$$

Simplification. 6 et 12 sont tous deux divisibles par 6 :

$$\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

Conclusion. $A = \frac{1}{2}$.

2

$$B = \frac{4}{15} - \frac{13}{15}$$

INDICE

Point délicat : $4 - 13$ est négatif ; place le signe moins devant la fraction à la fin.

CORRIGÉ

Le dénominateur commun est 15. On soustrait les numérateurs :

$$\begin{aligned} B &= \frac{4 - 13}{15} \\ &= \frac{-9}{15} \end{aligned}$$

Simplification. 9 et 15 sont divisibles par 3. On divise par 3, puis on écrit le signe moins devant la fraction :

$$\frac{-9}{15} = -\frac{3}{5}$$

Conclusion. $B = -\frac{3}{5}$.

Exercice 2

Opposés et place du signe moins

1

Donne l'opposé de chacun des nombres $\frac{8}{11}$, $\frac{-3}{10}$ et $-\frac{9}{4}$.

INDICE

Outil : un nombre non nul et son opposé ont des signes contraires ; leur somme vaut 0.

CORRIGÉ

Un nombre et son opposé ont des signes contraires, et leur somme est nulle. Pour trouver l'opposé, on change seulement le signe.

- L'opposé de $\frac{8}{11}$ est $-\frac{8}{11}$.
- L'opposé de $\frac{-3}{10}$ est $\frac{3}{10}$.
- L'opposé de $-\frac{9}{4}$ est $\frac{9}{4}$.

Vérification. Pour le premier nombre, la somme vaut bien zéro :

$$\frac{8}{11} + \left(-\frac{8}{11}\right) = 0$$

Conclusion. Les opposés demandés sont $-\frac{8}{11}$, $\frac{3}{10}$ et $\frac{9}{4}$.

2

Écris $\frac{6}{-13}$ de deux façons, sans signe moins au dénominateur.

INDICE

Outil : il n'y a qu'un seul signe moins ; où peut-il se placer sans changer le nombre ?

CORRIGÉ

Le nombre $\frac{6}{-13}$ a un seul signe moins. Ce signe peut changer de place sans que le nombre change.

Au numérateur.

$$\frac{6}{-13} = \frac{-6}{13}$$

Devant la fraction.

$$\frac{6}{-13} = -\frac{6}{13}$$

Conclusion. Sans signe moins au dénominateur, $\frac{6}{-13}$ s'écrit $\frac{-6}{13}$ ou $-\frac{6}{13}$.

3

Calcule $\frac{5}{9} - \left(-\frac{2}{9}\right)$.

INDICE

Outil : retirer un nombre revient à ajouter son opposé.

CORRIGÉ

Retirer un nombre revient à ajouter son opposé. Ici, l'opposé de $-\frac{2}{9}$ est $\frac{2}{9}$:

$$\begin{aligned}\frac{5}{9} - \left(-\frac{2}{9}\right) &= \frac{5}{9} + \frac{2}{9} \\ &= \frac{7}{9}\end{aligned}$$

Le résultat $\frac{7}{9}$ est déjà irréductible : 7 et 9 n'ont que 1 comme diviseur commun.

Conclusion. $\frac{5}{9} - \left(-\frac{2}{9}\right) = \frac{7}{9}$.

Exercice 3

Lait et eau dans la casserole

Pour une recette, Salma verse $\frac{3}{8}$ de litre de lait, puis $\frac{5}{12}$ de litre d'eau dans une casserole.

1

Quel volume de liquide contient la casserole ?

INDICE

Outil : le plus petit multiple commun de 8 et de 12 sert de dénominateur commun.

CORRIGÉ

Le volume de liquide est la somme des deux volumes, en litres : $\frac{3}{8}+\frac{5}{12}$.

Dénominateur commun. Parmi les multiples de 12, le premier qui est aussi multiple de 8 est 24.

Écritures sur 24. On multiplie en haut et en bas par 3 la première fraction, par 2 la seconde :

$$\frac{3}{8}=\frac{9}{24}$$
$$\frac{5}{12}=\frac{10}{24}$$

Somme. On additionne les numérateurs :

$$\frac{9}{24}+\frac{10}{24}=\frac{19}{24}$$

19 n'est divisible que par 1 et par 19, et 24 n'est pas un multiple de 19 : la fraction est irréductible.

Conclusion. La casserole contient $\frac{19}{24}$ de litre de liquide.

2

Calcule $C=\frac{9}{14}-\frac{2}{7}$.

INDICE

Début : 14 est un multiple de 7 ; écris $\frac{2}{7}$ avec le dénominateur 14.

CORRIGÉ

On a $14=7\times 2$. On multiplie donc $\frac{2}{7}$ en haut et en bas par 2 :

$$\frac{2}{7}=\frac{4}{14}$$

Différence. Les deux fractions ont maintenant le dénominateur 14 :

$$C=\frac{9}{14}-\frac{4}{14}$$
$$=\frac{5}{14}$$

5 et 14 n'ont aucun diviseur commun en dehors de 1.

Conclusion. $C=\frac{5}{14}$, fraction irréductible.

Exercice 4

Différences avec un nombre négatif

Donne chaque résultat sous forme irréductible.

1

$$D = \frac{2}{9} - \left(-\frac{5}{6}\right)$$

INDICE

Début : remplace « moins un nombre négatif » par « plus son opposé ».

CORRIGÉ

Opposé. Soustraire $-\frac{5}{6}$ revient à ajouter son opposé, $\frac{5}{6}$:

$$D = \frac{2}{9} + \frac{5}{6}$$

Dénominateur commun. 18 est le plus petit multiple commun de 9 et de 6. On a $\frac{2}{9} = \frac{4}{18}$ et $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$.

Somme.

$$\begin{aligned} D &= \frac{4}{18} + \frac{15}{18} \\ &= \frac{19}{18} \end{aligned}$$

19 et 18 n'ont pas d'autre diviseur commun que 1.

Conclusion. $D = \frac{19}{18}$.

2

$$E = -\frac{3}{10} - \frac{7}{15}$$

INDICE

Outil : le plus petit multiple commun de 10 et de 15 est 30.

CORRIGÉ

Dénominateur commun. On prend 30. On multiplie la première fraction en haut et en bas par 3, la seconde par 2 :

$$E = -\frac{9}{30} - \frac{14}{30}$$

Numérateurs. On les regroupe sur un seul trait de fraction ; $-9 - 14 = -23$:

$$\begin{aligned} E &= \frac{-9 - 14}{30} \\ &= -\frac{23}{30} \end{aligned}$$

23 et 30 n'ont aucun diviseur commun autre que 1, la fraction est irréductible.

Conclusion. $E = -\frac{23}{30}$.

Exercice 5

Produits et règle des signes

Calcule chaque produit et simplifie le résultat.

1

$$F = \left(-\frac{4}{9}\right) \times \frac{3}{8}$$

INDICE

Outil : deux facteurs de signes contraires donnent un produit négatif.

CORRIGÉ

Signe. Les deux facteurs sont de signes contraires : le produit est négatif.

Produit. On multiplie les numérateurs ensemble et les dénominateurs ensemble :

$$\begin{aligned} F &= -\frac{4 \times 3}{9 \times 8} \\ &= -\frac{12}{72} \end{aligned}$$

Simplification. $72 = 12 \times 6$: on divise en haut et en bas par 12.

$$-\frac{12}{72} = -\frac{1}{6}$$

Conclusion. $F = -\frac{1}{6}$.

2

$$G = \left(-\frac{5}{12}\right) \times \left(-\frac{6}{25}\right)$$

INDICE

Outil : deux facteurs négatifs donnent un produit positif.

CORRIGÉ

Signe. Les deux facteurs sont négatifs, donc de même signe : le produit est positif.

Produit.

$$\begin{aligned} G &= \frac{5 \times 6}{12 \times 25} \\ &= \frac{30}{300} \end{aligned}$$

Simplification. $300 = 30 \times 10$: on divise en haut et en bas par 30.

$$\frac{30}{300} = \frac{1}{10}$$

Conclusion. $G = \frac{1}{10}$.

3

$H = -4 \times \dfrac{7}{10}$

INDICE

Outil : pour multiplier une fraction par un entier, multiplie seulement son numérateur.

CORRIGÉ

Pour multiplier une fraction par un entier, on multiplie son numérateur par cet entier. Le produit est négatif, car -4 est négatif et $\dfrac{7}{10}$ est positif.

$$\begin{aligned} H &= -\frac{4 \times 7}{10} \\ &= -\frac{28}{10} \end{aligned}$$

Simplification. 28 et 10 sont pairs : on divise par 2.

$$-\frac{28}{10} = -\frac{14}{5}$$

Conclusion. $H = -\dfrac{14}{5}$.

Exercice 6

Trouver des inverses

1

Donne l'inverse de $\frac{5}{11}$, de $-\frac{3}{8}$ et de -6.

INDICE

Outil : l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$; le signe ne change pas.

CORRIGÉ

Pour trouver l'inverse d'une fraction non nulle, on échange son numérateur et son dénominateur. Le signe reste le même.

- L'inverse de $\frac{5}{11}$ est $\frac{11}{5}$.
- L'inverse de $-\frac{3}{8}$ est $-\frac{8}{3}$: il reste négatif.
- On écrit $-6 = -\frac{6}{1}$; donc l'inverse de -6 est $-\frac{1}{6}$.

Conclusion. Les inverses demandés sont $\frac{11}{5}$, $-\frac{8}{3}$ et $-\frac{1}{6}$.

2

Vérifie par un produit ta réponse pour $-\frac{3}{8}$.

INDICE

Outil : deux nombres sont inverses lorsque leur produit vaut 1.

CORRIGÉ

Deux nombres sont inverses lorsque leur produit vaut 1. Ici, les deux facteurs sont négatifs : le produit est positif.

$$\begin{aligned}\left(-\frac{3}{8}\right) \times \left(-\frac{8}{3}\right) &= \frac{24}{24} \\ &= 1\end{aligned}$$

Conclusion. Le produit vaut 1 : $-\frac{3}{8}$ et $-\frac{8}{3}$ sont bien inverses l'un de l'autre.

3

Yassine affirme : « l'inverse de $\frac{2}{5}$ est $-\frac{2}{5}$ ». A-t-il raison ?

INDICE

Point délicat : calcule le produit des deux nombres, puis leur somme.

CORRIGÉ

Non. Calculons d'abord le produit des deux nombres :

$$\frac{2}{5} \times \left(-\frac{2}{5}\right) = -\frac{4}{25}$$

Ce produit n'est pas égal à 1, car $-\frac{4}{25} \neq 1$. Les deux nombres ne sont donc pas inverses.

L'erreur. Leur somme est nulle : $\frac{2}{5} + \left(-\frac{2}{5}\right) = 0$. Yassine a donné l'opposé de $\frac{2}{5}$, et non son inverse.

Conclusion. Yassine a tort. L'inverse de $\frac{2}{5}$ est $\frac{5}{2}$.

Exercice 7

Quotients et morceaux de ruban

1

Calcule $I = \dfrac{8}{15} \div \dfrac{4}{9}$.

INDICE

Outil : diviser par $\dfrac{4}{9}$, c'est multiplier par $\dfrac{9}{4}$.

CORRIGÉ

Diviseur non nul : $\dfrac{4}{9} \neq 0$, la division est possible.

Diviser par $\dfrac{4}{9}$, c'est multiplier par son inverse $\dfrac{9}{4}$:

$$\begin{aligned} I &= \frac{8}{15} \times \frac{9}{4} \\ &= \frac{72}{60} \end{aligned}$$

Simplification. $72 = 12 \times 6$ et $60 = 12 \times 5$. On simplifie par 12 :

$$\frac{72}{60} = \frac{6}{5}$$

Conclusion. $I = \dfrac{6}{5}$.

2

Calcule $J = \dfrac{-4}{15} \div 2$.

INDICE

Outil : l'inverse de 2 est $\dfrac{1}{2}$.

CORRIGÉ

Diviseur non nul : $2 \neq 0$.

L'inverse de 2 est $\dfrac{1}{2}$: diviser par 2, c'est multiplier par $\dfrac{1}{2}$. Un seul facteur est négatif, donc le produit est négatif.

$$\begin{aligned} J &= \frac{-4}{15} \times \frac{1}{2} \\ &= -\frac{4}{30} \end{aligned}$$

Simplification. 4 et 30 sont pairs : on divise par 2.

$$-\frac{4}{30} = -\frac{2}{15}$$

Conclusion. $J = -\dfrac{2}{15}$.

3

Un ruban mesure $\frac{9}{4}$ de mètre. Combien de morceaux de $\frac{3}{8}$ de mètre peut-on y couper ?

INDICE

Début : le nombre de morceaux est le quotient de la longueur du ruban par la longueur d'un morceau.

CORRIGÉ

Le nombre de morceaux est le quotient de la longueur du ruban par celle d'un morceau : $\frac{9}{4} \div \frac{3}{8}$.

Diviseur non nul : $\frac{3}{8} \neq 0$. On multiplie par son inverse $\frac{8}{3}$:

$$\begin{aligned} \frac{9}{4} \div \frac{3}{8} &= \frac{9}{4} \times \frac{8}{3} \\ &= \frac{72}{12} \\ &= 6 \end{aligned}$$

Conclusion. On peut couper 6 morceaux de $\frac{3}{8}$ de mètre dans ce ruban.

Exercice 8

Économies et trajet à vélo

1

Karim a économisé 240 dirhams. Il dépense les $\frac{3}{8}$ de cette somme pour un livre. Quel est le prix du livre ?

INDICE

Outil : les $\frac{3}{8}$ de 240, c'est $\frac{3}{8} \times 240$.

CORRIGÉ

Les $\frac{3}{8}$ de 240 dirhams, c'est le produit $\frac{3}{8} \times 240$. On divise 720 par 8 à la fin :

$$\begin{aligned} \frac{3}{8} \times 240 &= \frac{3 \times 240}{8} \\ &= \frac{720}{8} \\ &= 90 \end{aligned}$$

Conclusion. Le livre coûte 90 dirhams.

2

Sa sœur Imane parcourt à vélo les $\frac{5}{6}$ d'un trajet de 42 km. Quelle distance a-t-elle parcourue ?

INDICE

Début : commence par $42 \div 6$, puis multiplie par 5.

CORRIGÉ

La distance parcourue est les $\frac{5}{6}$ de 42 km, c'est-à-dire $\frac{5}{6} \times 42$:

$$\begin{aligned} \frac{5}{6} \times 42 &= \frac{5 \times 42}{6} \\ &= \frac{210}{6} \\ &= 35 \end{aligned}$$

On retrouve ce nombre autrement : $42 \div 6 = 7$, puis $5 \times 7 = 35$.

Conclusion. Imane a parcouru 35 km.