BURHAN

Les nombres rationnels : exercices, entraînement

2ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/nombres-rationnels/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Les nombres rationnels	Entraînement	7

Exercice 1

Relevés de température

Le logiciel d'une station météo enregistre quatre températures de la nuit sous forme de quotients, en degrés Celsius : $\frac{-21}{6}$; $\frac{9}{-4}$; $\frac{-5}{-2}$; -3.

1.

Quelles températures sont négatives ? Écris chacune avec un dénominateur positif.

INDICE

Applique la propriété du signe à chaque quotient.

CORRIGÉ

On regarde le signe des deux termes de chaque quotient.

- $\frac{-21}{6}$: signes contraires, la température est négative.
- $\frac{9}{-4}$: signes contraires, elle est négative ; avec un dénominateur positif, $\frac{9}{-4} = \frac{-9}{4}$.
- $\frac{-5}{-2}$: même signe, elle est positive ; $\frac{-5}{-2} = \frac{5}{2}$.
- -3 est un entier négatif : $-3 = \frac{-3}{1}$.

Conclusion. Trois températures sont négatives : $\frac{-21}{6}$, $\frac{-9}{4}$ et -3. La quatrième, $\frac{5}{2}$, est positive.

2.

Range les quatre températures de la plus basse à la plus haute.

INDICE

Écris les quatre nombres avec le dénominateur 12.

CORRIGÉ

Même dénominateur. On choisit 12, multiple commun de 6, de 4 et de 2 :

- $\frac{-21}{6} = \frac{-42}{12}$;
- $-3 = \frac{-36}{12}$;
- $\frac{-9}{4} = \frac{-27}{12}$;
- $\frac{5}{2} = \frac{30}{12}$.

Rangement. Le dénominateur 12 est positif, on range donc les numérateurs : $-42 < -36 < -27 < 30$.

Conclusion. De la plus basse à la plus haute température :

$$\frac{-21}{6} < -3 < \frac{9}{-4} < \frac{-5}{-2}$$

Exercice 2

Un solde et une dette

Le solde du compte de Karim est de $-37{,}5$ dirhams.

1.

Écris le solde de Karim sous la forme $\frac{a}{b}$, puis sous forme irréductible.

INDICE

Le nombre a un chiffre après la virgule.

CORRIGÉ

Écriture fractionnaire. $-37{,}5$ a un seul chiffre après la virgule, d'où le dénominateur 10 : $-37{,}5 = \frac{-375}{10}$.

Simplification. 375 se termine par 5 et 10 par 0 : les deux sont divisibles par 5.

$$\frac{-375}{10} = \frac{-75}{2}$$

Irréductible. 75 est impair : il n'a pas d'autre diviseur commun avec 2 que 1.

Conclusion. Le solde de Karim s'écrit $\frac{-375}{10}$ dirhams, et sous forme irréductible $-\frac{75}{2}$ dirhams.

2.

Une dette de 126 dirhams est partagée à parts égales entre 8 amis. La part de chacun s'écrit $\frac{-126}{8}$ dirhams. Simplifie cette écriture, puis donne sa valeur décimale.

INDICE

126 et 8 sont pairs.

CORRIGÉ

Simplification. 126 et 8 sont pairs : on divise les deux termes par 2.

$$\frac{-126}{8} = -\frac{63}{4}$$

Les diviseurs de 4 sont 1, 2 et 4. Or 63 est impair : il n'est divisible ni par 2 ni par 4. L'écriture $-\frac{63}{4}$ est donc irréductible.

Valeur décimale. On divise 63 par 4 : $63 = 4 \times 15{,}75$.

Conclusion. La part de chacun s'écrit $-\frac{63}{4}$ dirhams, soit $-15{,}75$ dirhams.

Exercice 3

Le lait des crêpes

Une recette de crêpes demande $\frac{3}{4}$ de litre de lait. Nadia verse $\frac{9}{12}$ de litre, et Omar $\frac{12}{15}$ de litre.

1.

Qui a versé exactement la quantité de la recette ? Utilise les produits en croix.

INDICE

Compare $\frac{3}{4}$ avec chacune des deux quantités.

CORRIGÉ

On compare $\frac{3}{4}$ à chacune des deux quantités par les produits en croix.

Nadia. $3 \times 12 = 36$ et $4 \times 9 = 36$. Les produits sont égaux, donc $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$.

Omar. $3 \times 15 = 45$ et $4 \times 12 = 48$. Les produits sont différents, donc $\frac{12}{15} \neq \frac{3}{4}$.

Conclusion. Seule Nadia a versé exactement la quantité de la recette.

2.

Omar a-t-il versé trop ou pas assez de lait ?

INDICE

Simplifie $\frac{12}{15}$, puis prends le dénominateur 20.

CORRIGÉ

Simplification. On divise par 3 : $\frac{12}{15} = \frac{4}{5}$.

Même dénominateur. 20 est un multiple commun de 5 et de 4 :

- $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$;
- $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$.

Comparaison. Le dénominateur 20 est positif et $16 > 15$, donc $\frac{12}{15} > \frac{3}{4}$.

Conclusion. Omar a versé trop de lait.

Exercice 4

Une course à pied

Pendant un entraînement, Ali a parcouru $\frac{7}{10}$ du circuit, Sara $\frac{5}{8}$ et Hamza $\frac{2}{3}$.

1.

Écris les trois fractions avec un même dénominateur.

INDICE

120 convient : $120 = 10 \times 12 = 8 \times 15 = 3 \times 40$.

CORRIGÉ

120 est un multiple commun de 10, de 8 et de 3. Pour chaque fraction, on multiplie les deux termes par un même nombre :

- $\frac{7}{10} = \frac{7 \times 12}{10 \times 12} = \frac{84}{120}$;
- $\frac{5}{8} = \frac{5 \times 15}{8 \times 15} = \frac{75}{120}$;
- $\frac{2}{3} = \frac{2 \times 40}{3 \times 40} = \frac{80}{120}$.

Conclusion. Au dénominateur 120, les trois parties du circuit sont $\frac{84}{120}$, $\frac{75}{120}$ et $\frac{80}{120}$.

2.

Qui a parcouru la plus grande partie du circuit ? Range les trois coureurs.

INDICE

Compare les numérateurs obtenus à la question précédente.

CORRIGÉ

Les trois fractions ont le dénominateur positif 120. On range leurs numérateurs : $75 < 80 < 84$. Donc

$$\frac{5}{8} < \frac{2}{3} < \frac{7}{10}$$

Conclusion. Ali a parcouru la plus grande partie du circuit. Du plus petit parcours au plus grand : Sara, puis Hamza, puis Ali.

Exercice 5

Deux notes

Imane a obtenu 14 sur 20 à un premier contrôle et 17 sur 25 à un second. Ses résultats s'écrivent $\frac{14}{20}$ et $\frac{17}{25}$.

1.

Simplifie $\frac{14}{20}$ jusqu'à l'écriture irréductible.

INDICE

14 et 20 sont pairs.

CORRIGÉ

14 et 20 sont pairs : on divise les deux termes par 2.

$$\frac{14}{20} = \frac{7}{10}$$

Les diviseurs de 7 sont 1 et 7, et 7 ne divise pas 10 : on ne peut plus simplifier.

Conclusion. L'écriture irréductible de $\frac{14}{20}$ est $\frac{7}{10}$.

2.

À quel contrôle Imane a-t-elle le mieux réussi ?

INDICE

Écris les deux résultats avec le dénominateur 100.

CORRIGÉ

On écrit les deux résultats avec le dénominateur 100 :

- $\frac{7}{10} = \frac{7 \times 10}{10 \times 10} = \frac{70}{100}$;
- $\frac{17}{25} = \frac{17 \times 4}{25 \times 4} = \frac{68}{100}$.

Le dénominateur 100 est positif et $70 > 68$, donc $\frac{14}{20} > \frac{17}{25}$.

Conclusion. Imane a mieux réussi le premier contrôle.

Exercice 6

Deux voitures

Une voiture consomme $4{,}5$ litres d'essence pour 60 kilomètres. Une autre consomme $5{,}4$ litres pour 90 kilomètres.

1.

La consommation de la première voiture par kilomètre est $\dfrac{4{,}5}{60}$ litre. Écris ce quotient sous forme irréductible.

INDICE

Multiplie d'abord les deux termes par 10.

CORRIGÉ

Entiers. On multiplie les deux termes par 10 : $\dfrac{4{,}5}{60} = \dfrac{45}{600}$.

Simplification. $45 = 15 \times 3$ et $600 = 15 \times 40$. On divise par 15 :

$$\frac{45}{600} = \frac{3}{40}$$

Irréductible. Les diviseurs de 3 sont 1 et 3, et 3 ne divise pas 40.

Conclusion. La première voiture consomme $\dfrac{3}{40}$ litre par kilomètre, écriture irréductible.

2.

Fais de même pour la seconde voiture, avec $\dfrac{5{,}4}{90}$.

INDICE

Multiplie par 10, puis cherche un diviseur commun à 54 et 900.

CORRIGÉ

Entiers. En multipliant les deux termes par 10 : $\dfrac{5{,}4}{90} = \dfrac{54}{900}$.

Simplification. $54 = 18 \times 3$ et $900 = 18 \times 50$. On divise par 18 :

$$\frac{54}{900} = \frac{3}{50}$$

Irréductible. 3 ne divise pas 50, donc 3 et 50 n'ont que 1 comme diviseur commun.

Conclusion. La seconde voiture consomme $\dfrac{3}{50}$ litre par kilomètre, écriture irréductible.

3.

Quelle voiture consomme le moins par kilomètre ?

INDICE

Écris $\frac{3}{40}$ et $\frac{3}{50}$ avec le dénominateur 200.

CORRIGÉ

On passe au dénominateur 200, multiple commun de 40 et de 50 :

- $\frac{3}{40} = \frac{3 \times 5}{40 \times 5} = \frac{15}{200}$;
- $\frac{3}{50} = \frac{3 \times 4}{50 \times 4} = \frac{12}{200}$.

Le dénominateur 200 est positif et $12 < 15$, donc $\frac{3}{50} < \frac{3}{40}$.

Conclusion. La seconde voiture consomme le moins par kilomètre.

Exercice 7

Les scores d'un jeu

Le logiciel d'un jeu affiche les scores sous forme de fractions. Rayan finit avec un score de $\frac{-58}{7}$ points et Lina avec un score de $\frac{43}{-5}$ points.

1.

Écris le score de Lina avec un dénominateur positif.

INDICE

Change le signe des deux termes.

CORRIGÉ

On change le signe du numérateur et celui du dénominateur. D'après la propriété du signe, le nombre ne change pas :

$$\frac{43}{-5} = \frac{-43}{5}$$

Conclusion. Avec un dénominateur positif, le score de Lina s'écrit $\frac{-43}{5}$ points.

2.

Encadre chaque score entre deux entiers consécutifs. Cela suffit-il pour savoir qui gagne ?

INDICE

Cherche les multiples de 7 autour de -58, puis ceux de 5 autour de -43.

CORRIGÉ

Score de Rayan. Les multiples de 7 autour de -58 sont -63 et -56, avec $-63 < -58 < -56$. Le dénominateur 7 est positif, et $\frac{-63}{7} = -9$, $\frac{-56}{7} = -8$:

$$-9 < \frac{-58}{7} < -8$$

Score de Lina. Les multiples de 5 autour de -43 sont -45 et -40, avec $-45 < -43 < -40$. De même, $\frac{-45}{5} = -9$ et $\frac{-40}{5} = -8$:

$$-9 < \frac{-43}{5} < -8$$

Conclusion. Les deux scores sont entre -9 et -8 : ces encadrements ne suffisent pas pour savoir qui gagne.

3.

Qui a le meilleur score ?

INDICE

Écris les deux scores avec le dénominateur 35.

CORRIGÉ

On passe au dénominateur 35, multiple commun de 7 et de 5 :

- $\dfrac{-58}{7} = \dfrac{-58 \times 5}{7 \times 5} = \dfrac{-290}{35}$;
- $\dfrac{-43}{5} = \dfrac{-43 \times 7}{5 \times 7} = \dfrac{-301}{35}$.

Le dénominateur 35 est positif et $-301 < -290$: le score de Lina est plus petit que celui de Rayan.

Conclusion. Rayan a le meilleur score.