BURHAN

Les nombres rationnels : exercices, application

2ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/nombres-rationnels/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Les nombres rationnels	Application	8

Exercice 1

Entiers et décimaux en écriture fractionnaire

1.

Écris -8, $3{,}25$ et $-0{,}007$ sous la forme $\frac{a}{b}$, avec a et b entiers.

INDICE

Un entier se met sur 1. Pour un décimal, compte les chiffres après la virgule.

CORRIGÉ

Un entier. Tout entier s'écrit avec le dénominateur 1 :

$$-8 = \frac{-8}{1}$$

Deux décimaux. Le nombre de chiffres après la virgule fixe le dénominateur. $3{,}25$ en a deux : on prend 100. $-0{,}007$ en a trois : on prend $1\,000$.

$$3{,}25 = \frac{325}{100}$$

$$-0{,}007 = \frac{-7}{1\,000}$$

Conclusion. Les trois nombres s'écrivent $\frac{-8}{1}$, $\frac{325}{100}$ et $\frac{-7}{1\,000}$.

2.

Écris $\frac{-4{,}2}{0{,}6}$ comme un quotient de deux entiers, puis donne sa valeur.

INDICE

Multiplie le dividende et le diviseur par 10.

CORRIGÉ

On multiplie le dividende et le diviseur par 10 : les virgules disparaissent et la valeur du quotient reste la même.

$$\frac{-4{,}2}{0{,}6} = \frac{-42}{6}$$
$$= -7$$

La division tombe juste, car $6 \times 7 = 42$.

Conclusion. $\frac{-4{,}2}{0{,}6} = \frac{-42}{6}$, et ce nombre vaut -7.

Exercice 2

Le bon signe

1.

Donne le signe de $\frac{-27}{-8}$, de $\frac{19}{-30}$ et de $\frac{-1}{2}$.

INDICE

Compare le signe du numérateur et celui du dénominateur.

CORRIGÉ

Un quotient est positif si ses deux termes ont le même signe. Il est négatif s'ils sont de signes contraires.

- $\frac{-27}{-8}$: deux termes négatifs, le quotient est positif.
- $\frac{19}{-30}$: un terme positif et un terme négatif, le quotient est négatif.
- $\frac{-1}{2}$: signes contraires, le quotient est négatif.

Conclusion. $\frac{-27}{-8}$ est positif ; $\frac{19}{-30}$ et $\frac{-1}{2}$ sont négatifs.

2.

Écris $\frac{-27}{-8}$ et $\frac{19}{-30}$ avec un dénominateur positif.

INDICE

Change le signe du numérateur et celui du dénominateur.

CORRIGÉ

On change en même temps le signe du numérateur et celui du dénominateur. D'après la propriété du signe, le nombre reste le même :

$$\frac{-27}{-8} = \frac{27}{8}$$

$$\frac{19}{-30} = \frac{-19}{30} = -\frac{19}{30}$$

Conclusion. Avec un dénominateur positif : $\frac{-27}{-8} = \frac{27}{8}$ et $\frac{19}{-30} = \frac{-19}{30}$.

Exercice 3

Des termes manquants

1.

Complète : $\dfrac{-7}{9} = \dfrac{?}{63}$.

INDICE

Par quel nombre faut-il multiplier 9 pour obtenir 63 ?

CORRIGÉ

Pour passer de 9 à 63, on multiplie par 7, car $9 \times 7 = 63$.

Pour garder le même nombre, on multiplie aussi le numérateur par 7 :

$$\frac{-7}{9} = \frac{-7 \times 7}{9 \times 7} = \frac{-49}{63}$$

Conclusion. Le numérateur manquant est -49 : $\dfrac{-7}{9} = \dfrac{-49}{63}$.

2.

Complète : $\dfrac{12}{-20} = \dfrac{-3}{?}$.

INDICE

Mets d'abord le signe moins au numérateur, puis cherche par quoi diviser 12 pour obtenir 3.

CORRIGÉ

Signe. On place le signe moins au numérateur : $\dfrac{12}{-20} = \dfrac{-12}{20}$.

Facteur. Pour passer de -12 à -3, on divise par 4. On divise donc aussi 20 par 4 :

$$\frac{-12}{20} = \frac{-12 \div 4}{20 \div 4} = \frac{-3}{5}$$

Conclusion. Le dénominateur manquant est 5 : $\dfrac{12}{-20} = \dfrac{-3}{5}$.

Exercice 4

Simplifier jusqu'au bout

1.

Simplifie $\frac{-36}{48}$ jusqu'à l'écriture irréductible.

INDICE

36 et 48 sont tous deux divisibles par 12.

CORRIGÉ

Signe. Les termes sont de signes contraires : le nombre est négatif, et $\frac{-36}{48} = -\frac{36}{48}$.

Simplification. $36 = 12 \times 3$ et $48 = 12 \times 4$. On divise les deux termes par 12 :

$$-\frac{36}{48} = -\frac{3}{4}$$

Irréductible. Le seul diviseur commun de 3 et de 4 est 1.

Conclusion. L'écriture irréductible de $\frac{-36}{48}$ est $-\frac{3}{4}$.

2.

Simplifie $\frac{-105}{-135}$ jusqu'à l'écriture irréductible.

INDICE

Commence par le signe ; 105 et 135 se terminent par 5.

CORRIGÉ

Signe. Les deux termes sont négatifs : le nombre est positif, et $\frac{-105}{-135} = \frac{105}{135}$.

Simplification. On divise les deux termes par 5, puis par 3 :

$$\begin{aligned}\frac{105}{135} &= \frac{21}{27} \\ &= \frac{7}{9}\end{aligned}$$

Irréductible. Les diviseurs de 7 sont 1 et 7, et 7 ne divise pas 9.

Conclusion. $\frac{-105}{-135} = \frac{7}{9}$, et cette écriture est irréductible.

Exercice 5

Égales ou non ?

1.

Les écritures $\frac{-8}{14}$ et $\frac{12}{-21}$ désignent-elles le même nombre ?

INDICE

Calcule $(-8) \times (-21)$ et 14×12.

CORRIGÉ

Deux écritures $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ désignent le même nombre lorsque $a \times d = b \times c$. On calcule ces deux produits en croix :

$$(-8) \times (-21) = 168$$

$$14 \times 12 = 168$$

Les deux produits sont égaux.

Conclusion. Oui : $\frac{-8}{14}$ et $\frac{12}{-21}$ désignent le même nombre.

2.

Même question pour $\frac{5}{-9}$ et $\frac{-6}{11}$.

INDICE

Calcule 5×11 et $(-9) \times (-6)$.

CORRIGÉ

On calcule les deux produits en croix :

$$5 \times 11 = 55$$

$$(-9) \times (-6) = 54$$

Comme $55 \neq 54$, les produits ne sont pas égaux.

Conclusion. Non : $\frac{5}{-9}$ et $\frac{-6}{11}$ désignent deux nombres différents.

Exercice 6

Comparer avec un même dénominateur

1.

Compare $\frac{-13}{15}$ et $\frac{-8}{15}$.

INDICE

Le dénominateur commun 15 est positif : compare les numérateurs.

CORRIGÉ

Les deux nombres ont le même dénominateur 15, et ce dénominateur est positif. Le plus petit des deux est donc celui qui a le plus petit numérateur.

Or $-13 < -8$.

Conclusion. $\frac{-13}{15} < \frac{-8}{15}$.

2.

Compare $\frac{4}{-11}$ et $\frac{-6}{11}$.

INDICE

Rends d'abord le premier dénominateur positif.

CORRIGÉ

Dénominateur positif. On change le signe des deux termes : $\frac{4}{-11} = \frac{-4}{11}$.

Comparaison. Les deux nombres ont maintenant le dénominateur positif 11. On compare les numérateurs : $-6 < -4$, donc

$$\frac{-6}{11} < \frac{-4}{11}$$

Conclusion. $\frac{-6}{11} < \frac{4}{-11}$.

Exercice 7

Comparer avec des dénominateurs différents

1.

Compare $\frac{5}{12}$ et $\frac{3}{8}$.

INDICE

24 est un multiple commun de 12 et de 8.

CORRIGÉ

On écrit les deux nombres avec le dénominateur 24, multiple commun de 12 et de 8 :

$$\frac{5}{12} = \frac{5 \times 2}{12 \times 2} = \frac{10}{24}$$
$$\frac{3}{8} = \frac{3 \times 3}{8 \times 3} = \frac{9}{24}$$

Le dénominateur 24 est positif et $10 > 9$.

Conclusion. $\frac{5}{12} > \frac{3}{8}$.

2.

Compare $\frac{-4}{15}$ et $\frac{-3}{10}$.

INDICE

30 est un multiple commun de 15 et de 10.

CORRIGÉ

On passe au dénominateur 30, multiple commun de 15 et de 10 :

$$\frac{-4}{15} = \frac{-4 \times 2}{15 \times 2} = \frac{-8}{30}$$
$$\frac{-3}{10} = \frac{-3 \times 3}{10 \times 3} = \frac{-9}{30}$$

Le dénominateur 30 est positif et $-9 < -8$.

Conclusion. $\frac{-3}{10} < \frac{-4}{15}$.

Exercice 8

Entre deux entiers

1.

Encadre $\frac{47}{9}$ entre deux entiers consécutifs.

INDICE

Cherche les multiples de 9 juste en dessous et juste au-dessus de 47.

CORRIGÉ

On cherche deux multiples consécutifs de 9 autour de 47 : $9 \times 5 = 45$ et $9 \times 6 = 54$, avec $45 < 47 < 54$.

Le dénominateur 9 est positif : les quotients sont rangés comme leurs numérateurs.

$$\frac{45}{9} < \frac{47}{9} < \frac{54}{9}$$

Conclusion. Comme $\frac{45}{9} = 5$ et $\frac{54}{9} = 6$, on obtient

$$5 < \frac{47}{9} < 6$$

2.

Encadre $\frac{-38}{11}$ entre deux entiers consécutifs.

INDICE

Les multiples de 11 qui entourent -38 sont négatifs.

CORRIGÉ

Les multiples de 11 qui entourent -38 sont $11 \times (-4) = -44$ et $11 \times (-3) = -33$, avec $-44 < -38 < -33$.

Le dénominateur 11 est positif, donc

$$\frac{-44}{11} < \frac{-38}{11} < \frac{-33}{11}$$

Conclusion. Comme $\frac{-44}{11} = -4$ et $\frac{-33}{11} = -3$, on obtient

$$-4 < \frac{-38}{11} < -3$$