BURHAN

Triangle : milieux et parallèles : exercices, entraînement

2ème Année Collège · Mathématiques

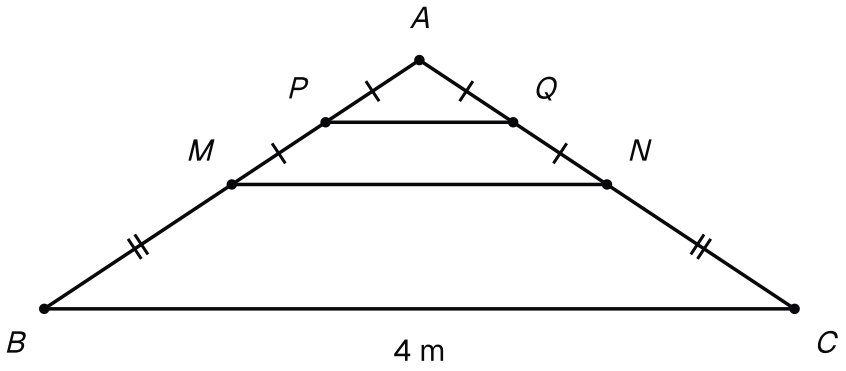
Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/milieux-et-paralleles-dans-un-triangle/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Triangle : milieux et parallèles	Entraînement	7

Exercice 1

Les poutres du toit

La façade d'une cabane a un toit en forme de triangle ABC. Le point A est le **faîte**, c'est-à-dire le point le plus haut. On a $AB = AC = 2{,}4$ m et $BC = 4$ m. Une poutre $[MN]$ joint le milieu M de $[AB]$ et le milieu N de $[AC]$. Une petite poutre $[PQ]$ joint le milieu P de $[AM]$ et le milieu Q de $[AN]$. Pour ta figure, prends 2 cm pour 1 m.



La façade de la cabane : le toit ABC avec AB = AC = 2,4 m et BC = 4 m, la poutre [MN] entre les milieux et la petite poutre [PQ] plus haut.

1.

Justifie que (MN) est parallèle à (BC), puis calcule MN.

INDICE

Outil : M et N sont les milieux de deux côtés du triangle ABC.

2.

Calcule la longueur de la petite poutre $[PQ]$.

INDICE

Outil : applique la même propriété, mais dans un autre triangle : celui qui a pour sommets A, M et N.

3.

Calcule AP, puis retrouve la longueur PQ avec l'égalité des rapports dans le triangle ABC.

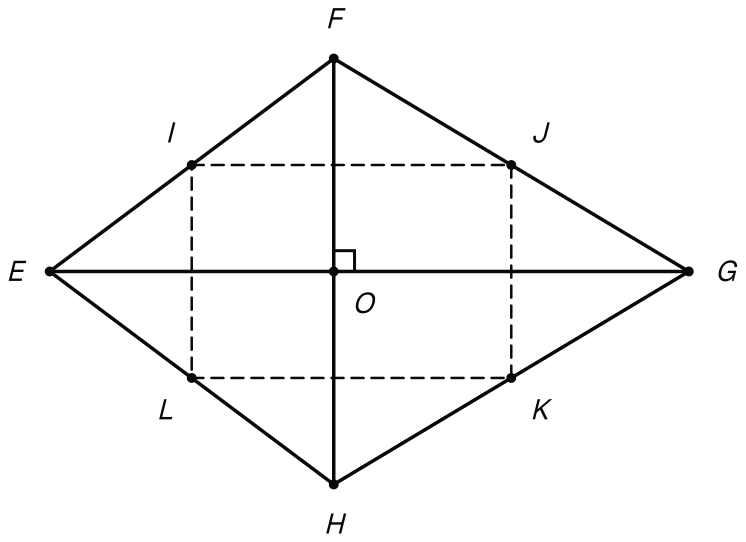
INDICE

Début : AM est la moitié de AB, et AP est la moitié de AM. Pour les rapports, vérifie d'abord que (PQ) est parallèle à (BC).

Exercice 2

Le fil du cerf-volant

Yasmine fabrique un cerf-volant $EFGH$. Ses deux baguettes sont les diagonales : $EG = 90$ cm et $FH = 60$ cm. Elles sont perpendiculaires et se coupent en O, avec $EO = 40$ cm et $OF = OH = 30$ cm. Elle tend un fil qui joint les milieux I, J, K et L des côtés $[EF]$, $[FG]$, $[GH]$ et $[HE]$. Pour ta figure, prends 1 cm pour 10 cm.



Le cerf-volant EFGH : les baguettes [EG] et [FH], perpendiculaires en O, et le fil IJKL qui relie les milieux des côtés.

1.

Dans le triangle EFG, justifie que (IJ) est parallèle à (EG), et calcule IJ.

INDICE

Outil : repère les deux côtés du triangle EFG qui portent I et J.

2.

Fais de même dans le triangle EHG pour le segment $[LK]$.

INDICE

Début : dans le triangle EHG, L est sur $[HE]$ et K est sur $[GH]$.

3.

Utilise maintenant l'autre baguette $[FH]$: dans les triangles GFH et EFH, étudie les segments $[JK]$ et $[IL]$.

INDICE

Début : dans le triangle GFH, J est sur $[GF]$ et K est sur $[GH]$; dans le triangle EFH, I est sur $[EF]$ et L est sur $[EH]$.

4.

Déduis-en que $IJKL$ est un parallélogramme. Quelle longueur de fil faut-il pour en faire le tour ?

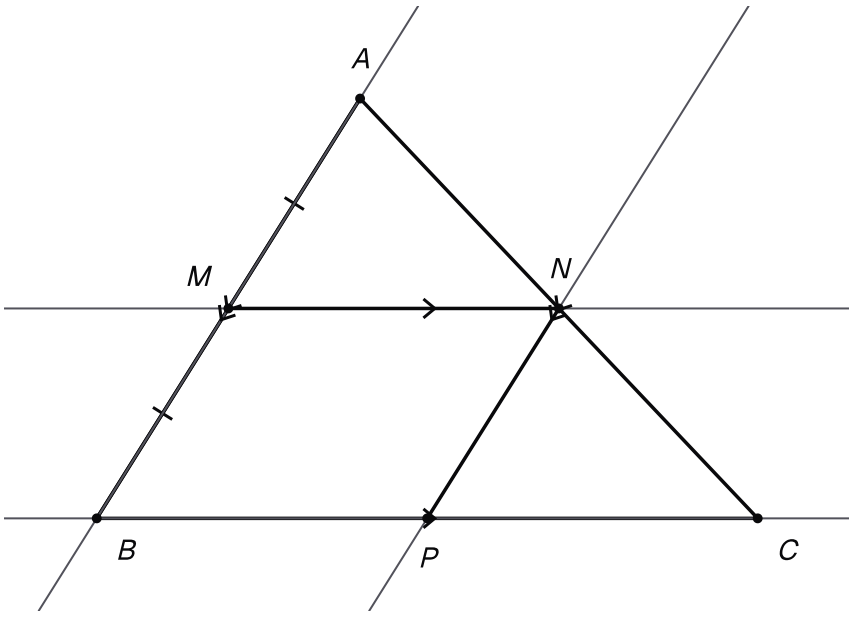
INDICE

Outil : compare les côtés opposés de $IJKL$ deux par deux, puis pense à la définition du parallélogramme.

Exercice 3

Deux parallèles, deux milieux

Trace un triangle ABC tel que $AB = 6$ cm, $BC = 8$ cm et $AC = 7$ cm. Place M, milieu de $[AB]$. La parallèle à (BC) passant par M coupe $[AC]$ en N. La parallèle à (AB) passant par N coupe $[BC]$ en P.



Le triangle ABC de côtés 6 cm, 8 cm et 7 cm, le milieu M de [AB] et deux parallèles successives qui donnent N sur [AC] puis P sur [BC].

1.

Démontre que N est le milieu de $[AC]$.

INDICE

Outil : tu connais un milieu d'un côté et une parallèle à un deuxième côté.

2.

Démontre que P est le milieu de $[BC]$.

INDICE

Outil : utilise la même propriété dans le même triangle, mais le milieu connu est maintenant N, sur le côté $[AC]$.

3.

Déduis-en la nature du quadrilatère $MNPB$, puis calcule son périmètre.

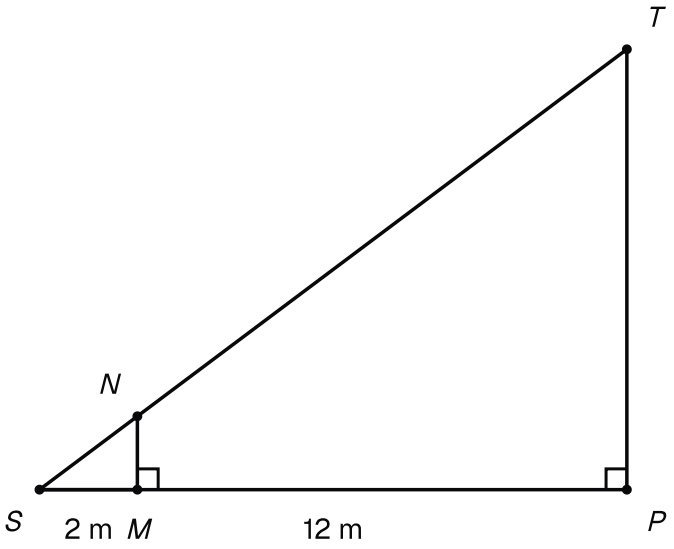
INDICE

Début : regarde les côtés opposés de $MNPB$ deux par deux : sont-ils parallèles ? Pour les longueurs, pense aux milieux que tu viens de trouver.

Exercice 4

L'ombre de l'arbre

Pour mesurer un arbre $[PT]$, Karim plante un bâton $[MN]$ de $1{,}5$ m. Les ombres de l'arbre et du bâton se terminent au même point S du sol. Ainsi, M est sur $[SP]$ et N est sur $[ST]$, avec $SM = 2$ m, $SN = 2{,}5$ m et $SP = 12$ m. Le bâton et l'arbre sont verticaux : ils sont perpendiculaires au sol (SP). Rappel de 1re année : deux droites perpendiculaires à (SP) sont parallèles entre elles. Donc (MN) est parallèle à (PT). Pour ta figure, prends 1 cm pour 1 m ; le triangle SPT a un angle droit en P.



L'arbre [PT] et le bâton [MN] : leurs ombres finissent en S, avec SM = 2 m, SN = 2,5 m, MN = 1,5 m et SP = 12 m.

1.

Écris l'égalité des rapports dans le triangle SPT.

INDICE

Outil : vérifie les trois hypothèses : M sur $[SP]$, N sur $[ST]$, et (MN) parallèle à (PT).

2.

Calcule la hauteur PT de l'arbre.

INDICE

Début : garde le rapport $\dfrac{SM}{SP}$, que tu connais, et celui qui contient PT.

3.

Calcule la longueur ST, du point S jusqu'au sommet de l'arbre.

INDICE

Début : cette fois, le rapport qui contient l'inconnue est $\dfrac{SN}{ST}$.

4.

Karim affirme : « L'arbre est six fois plus haut que le bâton. » A-t-il raison ?

INDICE

Outil : divise la hauteur de l'arbre par celle du bâton.

Exercice 5

Une bande de papier en quatre, puis en cinq

Nora a deux bandes de papier de 13 cm. Elle veut partager la première en quatre parts égales, et la seconde en cinq parts égales. Sur ton cahier, chaque bande est un segment $[AB]$ de 13 cm.

1.

Partage la première bande en quatre avec des milieux seulement. Donne la longueur de chaque part.

INDICE

Début : place d'abord le milieu I de $[AB]$, puis les milieux des segments $[AI]$ et $[IB]$.

2.

Pour la seconde bande, calcule la longueur d'une part. Construis ensuite les points de partage avec la méthode de partage, en reportant cinq fois 2 cm au compas.

INDICE

Début : sur une demi-droite d'origine A, tu obtiens A_1, …, A_5 ; la droite (A_5B) donne la direction des parallèles.

3.

Justifie que $AP_2 = 5{,}2$ cm.

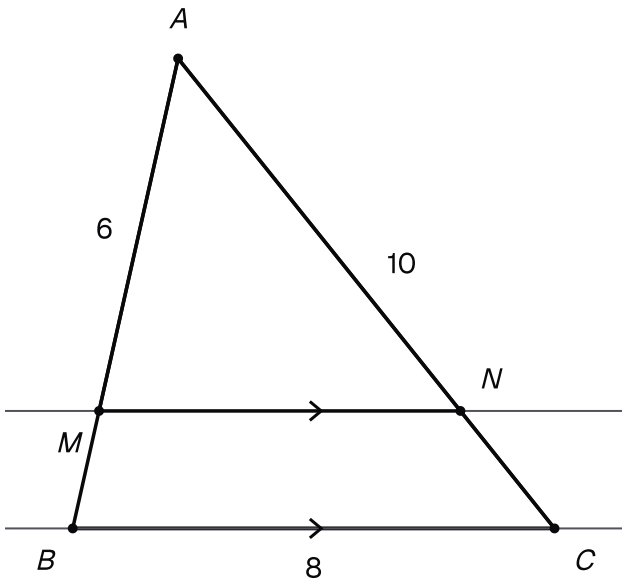
INDICE

Outil : dans le triangle AA_5B, la droite (A_2P_2) est parallèle à (A_5B).

Exercice 6

La voile du bateau

La voile d'un petit bateau est un triangle ABC avec $AB = 8$ dm, $AC = 10$ dm et $BC = 8$ dm. Une couture $[MN]$ est parallèle au bord $[BC]$: M est sur $[AB]$ avec $AM = 6$ dm, et N est sur $[AC]$. Pour ta figure, prends 1 cm pour 1 dm.



La voile ABC en décimètres : AB = 8, AC = 10, BC = 8, et la couture [MN] parallèle à [BC] avec AM = 6.

1.

Calcule AN et MN.

INDICE

Point délicat : écris le rapport connu $\frac{AM}{AB}$ et simplifie-le : il sert pour les deux calculs.

2.

Calcule MB et NC.

INDICE

Outil : M est sur le segment $[AB]$, donc $AM + MB = AB$.

3.

Le bas de la voile, le quadrilatère $MBCN$, est bordé d'un ruban cousu tout autour. Quelle longueur de ruban faut-il ?

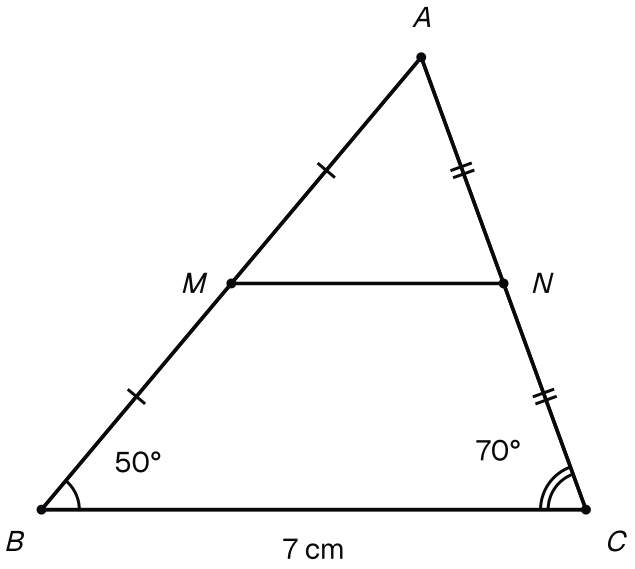
INDICE

Début : le tour de $MBCN$ est formé des segments $[MB]$, $[BC]$, $[CN]$ et $[NM]$.

Exercice 7

Les angles du petit triangle

Trace un segment $[BC]$ de 7 cm. Construis le point A tel que $\widehat{ABC} = 50°$ et $\widehat{ACB} = 70°$. Place M, milieu de $[AB]$, et N, milieu de $[AC]$.



Le triangle ABC construit sur [BC] de 7 cm avec des angles de 50 degrés en B et de 70 degrés en C, et les milieux M et N.

1.

Justifie que (MN) est parallèle à (BC), puis calcule MN.

INDICE

Outil : M et N sont des milieux de deux côtés du triangle ABC.

2.

Déduis-en les mesures des angles $\widehat{AMN}$ et $\widehat{ANM}$.

INDICE

Outil : les parallèles (MN) et (BC) sont coupées par la sécante (AB), puis par la sécante (AC). Cherche des angles correspondants.

3.

Calcule la mesure de l'angle $\widehat{MAN}$ de deux façons.

INDICE

Début : la somme des mesures des angles d'un triangle vaut $180°$. Utilise-la dans le triangle ABC, puis dans le triangle AMN.