BURHAN

Les équations : exercices, entraînement

2ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/equations/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Les équations	Entraînement	7

Exercice 1

L'inconnue dans les deux membres

1.

Résous $9x - 4 = 5x + 10$.

INDICE

Début : retranche $5x$ aux deux membres, puis ajoute 4. La division finale donne une fraction : simplifie-la.

CORRIGÉ

Regrouper les termes en x. On retranche $5x$ aux deux membres, puis on ajoute 4 aux deux membres :

$$\begin{aligned} 4x - 4 &= 10 \\ 4x &= 14 \end{aligned}$$

Isoler x. Le nombre 4 n'est pas nul : on divise par 4 les deux membres. On réduit ensuite $\frac{14}{4}$ en divisant son numérateur et son dénominateur par 2 :

$$\begin{aligned} x &= \frac{14}{4} \\ &= \frac{7}{2} \end{aligned}$$

Vérification. Pour $x = \frac{7}{2}$, le membre de gauche vaut :

$$\begin{aligned} & 9 \times \frac{7}{2} - 4 \\ &= \frac{63}{2} - \frac{8}{2} \\ &= \frac{55}{2} \end{aligned}$$

Le membre de droite vaut :

$$\begin{aligned} & 5 \times \frac{7}{2} + 10 \\ &= \frac{35}{2} + \frac{20}{2} \\ &= \frac{55}{2} \end{aligned}$$

Les deux membres sont égaux.

Conclusion. La solution de l'équation est $\frac{7}{2}$.

2.

Résous $1{,}5x + 2 = 0{,}5x - 3$.

INDICE

Outil : $1{,}5x - 0{,}5x = x$; il ne reste plus qu'à isoler x.

CORRIGÉ

Regrouper les termes en x. On retranche $0{,}5x$ aux deux membres. Comme $1{,}5x - 0{,}5x = x$, on obtient :

$$x + 2 = -3$$

Isoler x. On retranche 2 aux deux membres :

$$x = -5$$

Vérification. Pour $x = -5$, le membre de gauche vaut $1{,}5 \times (-5) + 2 = -7{,}5 + 2 = -5{,}5$.

Le membre de droite vaut $0{,}5 \times (-5) - 3 = -2{,}5 - 3 = -5{,}5$.

Conclusion. La solution de l'équation est -5.

Exercice 2

Parenthèses et signe moins

1.

Résous $3(2x-1)-(4x+5)=6$.

INDICE

Point délicat : le moins devant $(4x+5)$ change le signe de $4x$ et celui de 5.

CORRIGÉ

Développer. On développe chaque partie du membre de gauche. Le signe moins devant la seconde parenthèse change le signe de $4x$ et celui de 5 :

$$3(2x-1)=6x-3$$
$$-(4x+5)=-4x-5$$

On réduit : $6x-3-4x-5=2x-8$. L'équation devient :

$$2x-8=6$$

Isoler x. On ajoute 8 aux deux membres. Il reste à diviser chaque membre par 2, qui n'est pas nul :

$$2x=14$$
$$x=7$$

Vérification. Pour $x=7$, le membre de gauche vaut $3\times(14-1)-(28+5)=39-33=6$.

Conclusion. La solution de l'équation est 7.

2.

Résous $8-2(x-3)=3x-1$.

INDICE

Point délicat : $-2\times(-3)=+6$.

CORRIGÉ

Développer. On a $-2(x-3)=-2x+6$, car $-2\times(-3)=6$. Le membre de gauche devient $8-2x+6$, soit $14-2x$:

$$14-2x=3x-1$$

Regrouper les termes en x. On ajoute $2x$ aux deux membres, puis on ajoute 1 aux deux membres :

$$14=5x-1$$
$$15=5x$$

Isoler x. On divise les deux membres par 5, qui n'est pas nul :

$$x=3$$

Vérification. Pour $x=3$, le membre de gauche vaut $8-2\times(3-3)=8-0=8$ et le membre de droite vaut $3\times3-1=8$.

Conclusion. La solution de l'équation est 3.

Exercice 3

Chasser les dénominateurs

1.

Résous $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 10$.

INDICE

Outil : 6 est un multiple de 2 et de 3.

CORRIGÉ

Chasser les dénominateurs. Le nombre 6 est un multiple de 2 et de 3. On multiplie chaque terme par 6, qui n'est pas nul : $6 \times \frac{x}{2} = 3x$ et $6 \times \frac{x}{3} = 2x$.

$$3x + 2x = 60$$

Isoler x. On réduit le membre de gauche, puis on divise les deux membres par 5, qui n'est pas nul :

$$5x = 60$$
$$x = 12$$

Vérification. $\frac{12}{2} + \frac{12}{3} = 6 + 4 = 10$: on retrouve le membre de droite.

Conclusion. La solution de l'équation est 12.

2.

Résous $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{x}{4} + 1$.

INDICE

Point délicat : 12 est un multiple de 2, de 3 et de 4 ; multiplie aussi le nombre 1 par 12.

CORRIGÉ

Chasser les dénominateurs. Le nombre 12 est un multiple de 2, de 3 et de 4. On multiplie chaque terme par 12, qui n'est pas nul, sans oublier le nombre 1 :

$$6x - 4x = 3x + 12$$

Regrouper les termes en x. On réduit le membre de gauche, puis on retranche $3x$ aux deux membres :

$$\begin{aligned} 2x &= 3x + 12 \\ -x &= 12 \end{aligned}$$

Isoler x. On multiplie les deux membres par -1, qui n'est pas nul :

$$x = -12$$

Vérification. Pour $x = -12$, le membre de gauche vaut :

$$\begin{aligned} &\frac{-12}{2} - \frac{-12}{3} \\ &= -6 - (-4) \\ &= -6 + 4 = -2 \end{aligned}$$

Le membre de droite vaut $\frac{-12}{4} + 1 = -3 + 1 = -2$.

Conclusion. La solution de l'équation est -12.

Exercice 4

Avec la double distributivité

1.

Développe et réduis $(x+4)(x-1)$.

INDICE

Outil : chaque terme de la première parenthèse multiplie chaque terme de la seconde.

CORRIGÉ

D'après la double distributivité, chaque terme de $(x+4)$ multiplie chaque terme de $(x-1)$. On réduit ensuite les termes en x :

$$\begin{aligned}&(x+4)(x-1)\\&= x^2 - x + 4x - 4\\&= x^2 + 3x - 4\end{aligned}$$

Conclusion. Pour tout nombre x : $(x+4)(x-1) = x^2 + 3x - 4$.

2.

Utilise ce résultat pour résoudre $(x+4)(x-1) = x^2 + 2x + 8$.

INDICE

Ensuite : remplace le membre de gauche par sa forme développée ; le terme x^2 disparaît.

CORRIGÉ

Remplacer. D'après la question 1, le membre de gauche est égal à $x^2 + 3x - 4$. L'équation s'écrit :

$$x^2 + 3x - 4 = x^2 + 2x + 8$$

Supprimer x^2. On retranche x^2 aux deux membres :

$$3x - 4 = 2x + 8$$

Isoler x. On retranche $2x$ aux deux membres, puis on ajoute 4 aux deux membres :

$$\begin{aligned}x - 4 &= 8\\x &= 12\end{aligned}$$

Vérification. Pour $x = 12$, le membre de gauche vaut $(12+4) \times (12-1) = 16 \times 11 = 176$.

Le membre de droite vaut $12^2 + 2 \times 12 + 8 = 144 + 24 + 8 = 176$.

Conclusion. La solution de l'équation est 12.

3.

Résous de la même façon $(2x-3)(x+5) = 2x^2 - 1$.

INDICE

Début : développe d'abord $(2x-3)(x+5)$; le terme $2x^2$ apparaît des deux côtés.

CORRIGÉ

Développer. Par la double distributivité, puis réduction des termes en x :

$$\begin{aligned}&(2x-3)(x+5)\\&= 2x^2 + 10x - 3x - 15\\&= 2x^2 + 7x - 15\end{aligned}$$

L'équation s'écrit donc :

$$2x^2 + 7x - 15 = 2x^2 - 1$$

Supprimer $2x^2$. On retranche $2x^2$ aux deux membres, puis on ajoute 15 aux deux membres :

$$\begin{aligned}7x - 15 &= -1\\7x &= 14\end{aligned}$$

Isoler x. On divise les deux membres par 7, qui n'est pas nul :

$$x = 2$$

Vérification. Pour $x = 2$, le membre de gauche vaut $(2 \times 2 - 3) \times (2 + 5) = 1 \times 7 = 7$ et le membre de droite vaut $2 \times 2^2 - 1 = 8 - 1 = 7$.

Conclusion. La solution de l'équation est 2.

Exercice 5

Le tarif d'un taxi

Un petit taxi compte $2{,}5$ dirhams de prise en charge, puis $1{,}5$ dirham par kilomètre parcouru. Une course coûte $17{,}5$ dirhams.

1.

On note x la distance parcourue, en kilomètres. Écris une équation qui traduit le prix de la course.

INDICE

Outil : pour x kilomètres, le compteur ajoute $1{,}5x$ dirhams à la prise en charge.

CORRIGÉ

Pour x kilomètres, le compteur ajoute $1{,}5x$ dirhams aux $2{,}5$ dirhams de prise en charge. La course coûte donc $2{,}5 + 1{,}5x$ dirhams.

Conclusion. Le prix de la course se traduit par l'équation :

$$2{,}5 + 1{,}5x = 17{,}5$$

2.

Résous cette équation.

INDICE

Début : retranche d'abord la prise en charge aux deux membres.

CORRIGÉ

Retirer la prise en charge. On retranche $2{,}5$ aux deux membres :

$$1{,}5x = 15$$

Isoler x. On divise les deux membres par $1{,}5$, qui n'est pas nul. On multiplie ensuite le numérateur et le dénominateur du quotient par 10 :

$$\begin{aligned} x &= \frac{15}{1{,}5} \\ &= \frac{150}{15} \\ &= 10 \end{aligned}$$

Vérification. $2{,}5 + 1{,}5 \times 10 = 2{,}5 + 15 = 17{,}5$: c'est bien le prix de la course.

Conclusion. La solution de l'équation est 10.

3.

Quelle distance le taxi a-t-il parcourue ?

INDICE

Ensuite : relis ce que représente x, puis réponds avec l'unité.

CORRIGÉ

Le nombre x représente la distance parcourue, en kilomètres. Une distance est un nombre positif : 10 l'est, la solution convient.

Conclusion. Le taxi a parcouru 10 kilomètres.

Exercice 6

Un triangle isocèle

Un triangle isocèle a deux côtés de même longueur. Sa base mesure 4 cm de moins que chacun de ces côtés. Son périmètre vaut 29 cm.

1.

On note x la longueur, en cm, de chacun des deux côtés égaux. Exprime la base à l'aide de x, puis écris une équation.

INDICE

Outil : le périmètre est la somme des longueurs des trois côtés.

CORRIGÉ

Chacun des deux côtés égaux mesure x cm. La base mesure 4 cm de moins, soit $x - 4$ cm.

Le périmètre est la somme des longueurs des trois côtés :

$$x + x + (x - 4) = 3x - 4$$

Conclusion. La base mesure $x - 4$ cm, et le périmètre de 29 cm donne l'équation :

$$3x - 4 = 29$$

2.

Calcule les longueurs des trois côtés du triangle.

INDICE

Point délicat : une fois x trouvé, n'oublie pas de calculer aussi la base.

CORRIGÉ

Isoler x. On ajoute 4 aux deux membres. On divise ensuite chaque membre par 3, qui n'est pas nul :

$$\begin{aligned} 3x &= 33 \\ x &= 11 \end{aligned}$$

Vérification. $3 \times 11 - 4 = 33 - 4 = 29$. La solution de l'équation est 11.

La base. Elle mesure $11 - 4 = 7$ cm, une longueur positive : la solution convient. Contrôle du périmètre : $11 + 11 + 7 = 29$.

Conclusion. Les deux côtés égaux mesurent 11 cm et la base mesure 7 cm.

Exercice 7

La piscine : avec ou sans carte

À la piscine, une séance coûte 30 dirhams. Avec la carte du trimestre, on paie 120 dirhams pour la carte, puis 18 dirhams par séance.

1.

On note x le nombre de séances du trimestre. Exprime le prix payé sans carte, puis avec la carte.

INDICE

Outil : sans carte, chaque séance coûte 30 dirhams ; avec la carte, ajoute 120 au prix des séances.

CORRIGÉ

Sans carte, chacune des x séances coûte 30 dirhams.

Avec la carte, on paie 120 dirhams, puis 18 dirhams pour chacune des x séances.

Conclusion. Le prix payé est $30x$ dirhams sans carte et $120 + 18x$ dirhams avec la carte.

2.

Pour combien de séances les deux tarifs sont-ils égaux ?

INDICE

Ensuite : écris l'égalité des deux prix, puis rassemble les termes en x.

CORRIGÉ

Les deux tarifs sont égaux quand :

$$30x = 120 + 18x$$

Isoler x. On retranche $18x$ aux deux membres. Il reste à diviser chaque membre par 12, qui n'est pas nul :

$$\begin{aligned} 12x &= 120 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

Vérification. $30 \times 10 = 300$ et $120 + 18 \times 10 = 120 + 180 = 300$.

La solution de l'équation est 10. Un nombre de séances est un entier positif : 10 convient.

Conclusion. Les deux tarifs sont égaux pour 10 séances : chacun coûte alors 300 dirhams.