BURHAN

Les droites remarquables d'un triangle : exercices, niveau examen

2ème Année Collège · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/droites-remarquables-du-triangle/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Les droites remarquables d'un triangle	Niveau examen	5

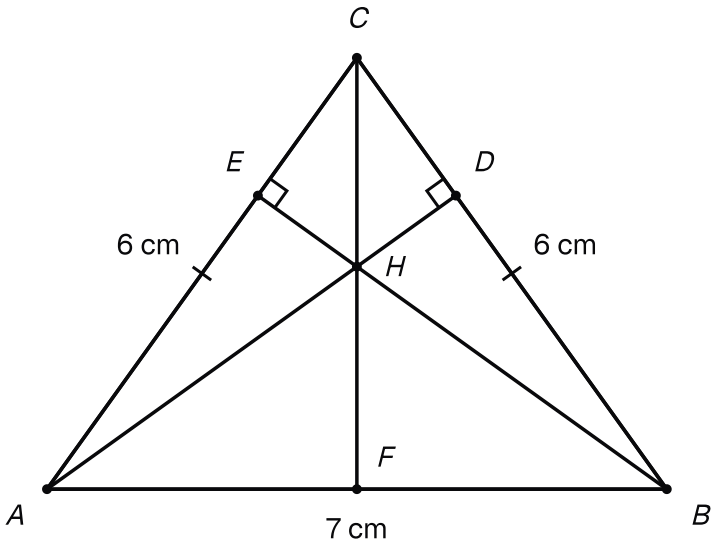
Exercice 1 5 pts

L'orthocentre d'un triangle isocèle

Soit ABC un triangle isocèle en C, avec $AB = 7$ cm et $CA = CB = 6$ cm. Ses trois angles sont aigus.

- Trace la hauteur issue de A : elle coupe $[BC]$ en D.
- Trace la hauteur issue de B : elle coupe $[AC]$ en E.
- Les droites (AD) et (BE) se coupent en H, et la droite (CH) coupe $[AB]$ en F.

Durée indicative : 15 *minutes. Barème indicatif :* 5 *points.*



Le triangle ABC isocèle en C, ses hauteurs [AD] et [BE] qui se coupent en H, et la droite (CH) jusqu'à F sur [AB].

1. 1,5 pts

Que représente le point H pour le triangle ABC ? Justifie que $(CH) \perp (AB)$.

INDICE

Outil : le concours des hauteurs. **Début :** le point H est sur deux hauteurs du triangle ABC.

2. 1,5 pts

En déduire que F est le milieu de $[AB]$.

INDICE

Outil : la propriété du triangle isocèle. **Point délicat :** ici, le sommet principal est C et la base est $[AB]$.

3. 1 pts

Calcule AF.

INDICE

Début : utilise la question 2.

4. 1 pts

En déduire que le centre de gravité du triangle ABC est sur la droite (CH).

INDICE

Outil : le concours des médianes. **Début :** la droite (CF) est une médiane.

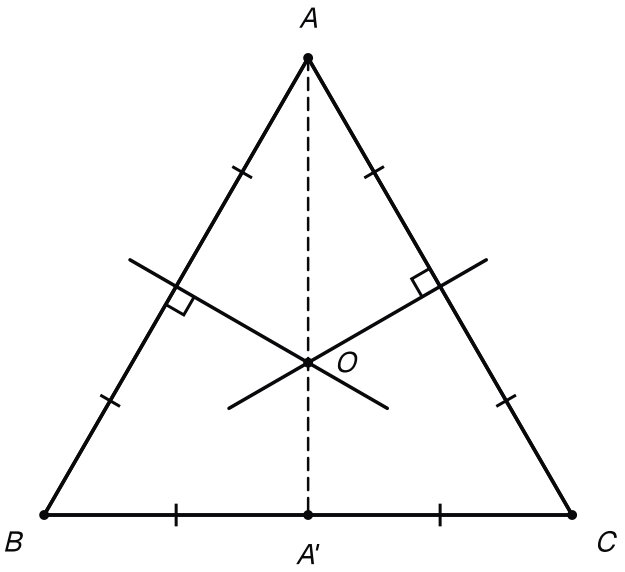
Exercice 2 5 pts

Le château d'eau des trois villages

Sur une carte, trois villages A, B et C forment un triangle équilatéral de côté 6 cm. Trace-le.

- On trace la médiatrice de $[AB]$ et celle de $[AC]$: elles se coupent en O, où l'on construit un château d'eau.
- On place le milieu A' de $[BC]$ et l'on trace la médiane $[AA']$.

Durée indicative : 15 *minutes. Barème indicatif :* 5 *points.*



Les trois villages A, B et C en triangle équilatéral, les médiatrices de [AB] et de [AC] qui se coupent en O, et la médiane [AA'].

1. 1,5 pts

Justifie que $OA = OB = OC$.

INDICE

Outil : la propriété de la médiatrice (rappel de 1re année). **Début :** O est sur la médiatrice de $[AB]$, donc…

2. 1,5 pts

Justifie que O est aussi le centre de gravité du triangle ABC.

INDICE

Outil : la propriété du triangle équilatéral. **Début :** d'après la question 1, O est le centre d'un cercle qui passe par les trois sommets.

3. 2 pts

Sur le terrain, le château d'eau est à $3{,}4$ km du village A. Le point A' est le milieu de la route droite qui relie B à C. En déduire les distances OA' et AA' sur le terrain.

INDICE

Outil : la règle des deux tiers. **Point délicat :** ici, on connaît la grande partie OA.

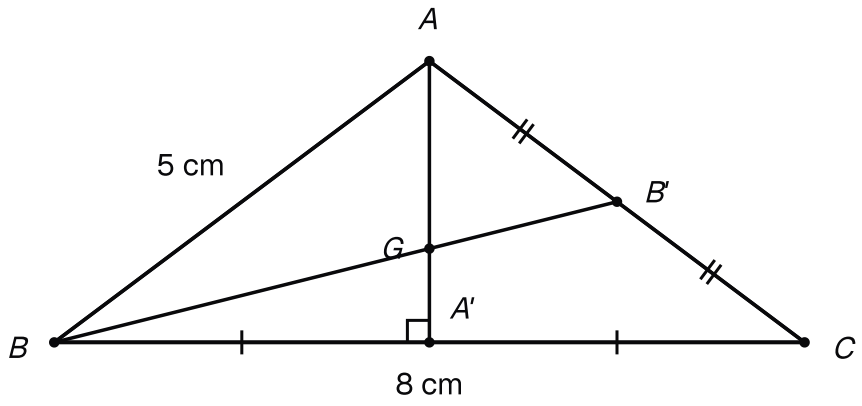
Exercice 3 — 5 pts

Une médiane perpendiculaire au côté

Soit ABC un triangle et A' le milieu de $[BC]$. On sait que $BC = 8$ cm, que $(AA') \perp (BC)$ et que $AB = 5$ cm.

- Trace $[BC]$, place son milieu A', puis trace la perpendiculaire à (BC) en A'.
- Place sur cette perpendiculaire un point A tel que $AB = 5$ cm.
- Place le milieu B' de $[AC]$. Les segments $[AA']$ et $[BB']$ se coupent en G.

Durée indicative : 15 *minutes. Barème indicatif :* 5 *points.*



La construction de l'énoncé : [BC] de 8 cm, la perpendiculaire en son milieu A', le point A avec AB = 5 cm, puis B' et G.

1. — 1,5 pts

Justifie que le triangle ABC est isocèle en A. En déduire AC.

INDICE

Outil : la propriété de la médiane-hauteur. **Début :** (AA') est la médiane issue de A.

2. — 1 pts

Calcule AB'.

INDICE

Outil : la définition du milieu d'un segment. **Début :** utilise la question 1.

3. — 1 pts

Justifie que G est le centre de gravité du triangle ABC.

INDICE

Outil : le concours des médianes. **Début :** $[BB']$ joint un sommet au milieu du côté opposé.

4. 1,5 pts

On donne $AA' = 3$ cm : tu peux le vérifier sur ta figure. En déduire AG, puis GA'.

INDICE

Outil : la règle des deux tiers. **Point délicat :** AG est la grande partie de la médiane, du côté du sommet.

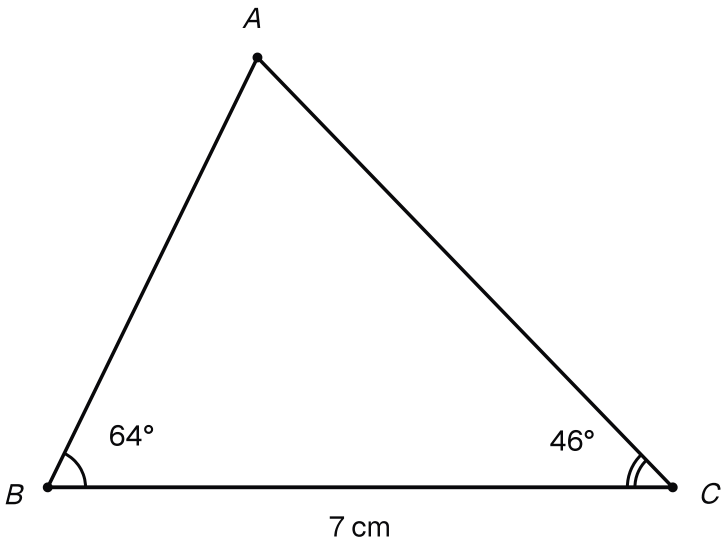
Exercice 4 5 pts

Une bissectrice qui n'est pas une hauteur

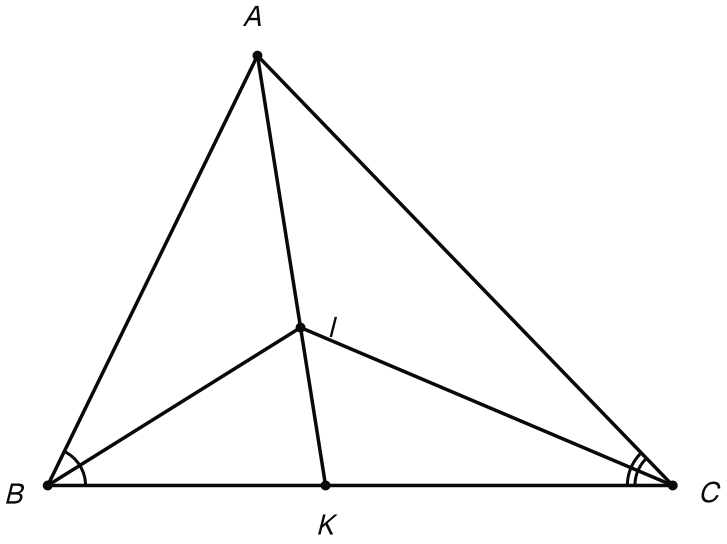
Soit ABC un triangle tel que $BC = 7$ cm, $\widehat{ABC} = 64°$ et $\widehat{ACB} = 46°$.

- Trace $[BC]$, puis les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ au rapporteur : leurs côtés se coupent en A.
- Trace la bissectrice de $\widehat{ABC}$ et celle de $\widehat{ACB}$: elles se coupent en I.
- La droite (AI) coupe $[BC]$ en K.

Durée indicative : 15 *minutes. Barème indicatif :* 5 *points.*



Premier temps de la construction : [BC] de 7 cm, puis les angles de 64 degrés en B et de 46 degrés en C dont les côtés se coupent en A.



Second temps : les bissectrices des angles en B et en C se coupent en I, et la droite (AI) rencontre [BC] en K.

1. 1 pts

Calcule la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$.

INDICE

Outil : la somme des angles d'un triangle (rappel de 1re année : les trois angles d'un triangle mesurent ensemble $180°$).

2. 1,5 pts

Que représente le point I pour le triangle ABC ? Justifie que (AI) est la bissectrice de $\widehat{BAC}$, puis calcule $\widehat{BAI}$.

INDICE

Outil : le concours des bissectrices. **Début :** le point I est sur deux bissectrices du triangle ABC.

3. 1,5 pts

Calcule $\widehat{IBC}$ et $\widehat{ICB}$. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{BIC}$.

INDICE

Outil : la définition de la bissectrice, puis la somme des angles du triangle IBC. **Point délicat :** la droite (BI) partage $\widehat{ABC}$ en deux angles de même mesure.

4. 1 pts

La droite (AI) est-elle la hauteur issue de A ? Calcule $\widehat{AKB}$ pour répondre.

INDICE

Début : dans le triangle ABK, tu connais deux angles. **Point délicat :** une hauteur est perpendiculaire au côté opposé.

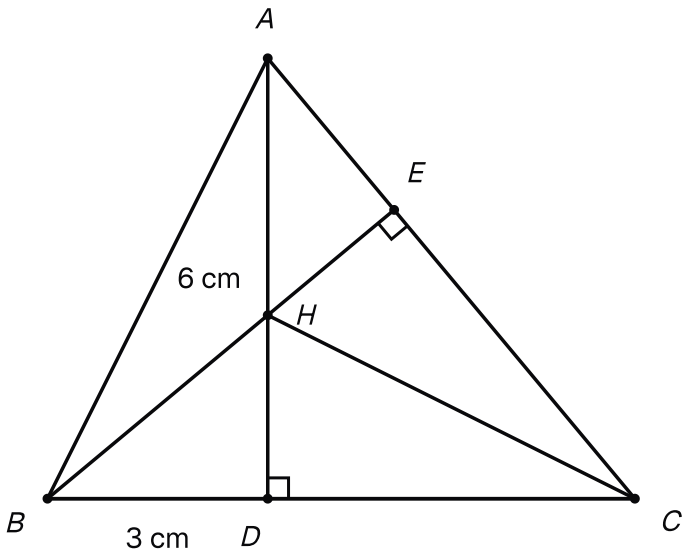
Exercice 5 5 pts

Un orthocentre qui change de triangle

Trace un segment $[BC]$ de longueur 8 cm et place le point D de $[BC]$ tel que $BD = 3$ cm.

- Trace la perpendiculaire à (BC) en D et place sur elle un point A tel que $AD = 6$ cm. Trace le triangle ABC : il a trois angles aigus.
- Construis la hauteur de ABC qui passe par B : elle coupe $[AC]$ en E.
- Les droites (AD) et (BE) se coupent en H. Trace le triangle HBC.

Durée indicative : 15 *minutes. Barème indicatif :* 5 *points.*



La construction de l'énoncé : [BC] de 8 cm, D avec BD = 3 cm, la perpendiculaire en D portant A, la hauteur [BE] et le triangle HBC.

1. 1 pts

Justifie que la droite (AD) est la hauteur issue de A du triangle ABC, et aussi la hauteur issue de H du triangle HBC.

INDICE

Outil : la définition d'une hauteur. **Début :** le point H est sur la droite (AD).

2. 1,5 pts

Dans le triangle HBC, la hauteur issue de C est perpendiculaire à la droite (HB). En déduire que cette hauteur est la droite (CA).

INDICE

Outil : la définition d'une hauteur. **Point délicat :** le point H est sur la droite (BE), donc (HB) et (BE) sont la même droite.

3. 1 pts

En déduire ce que représente le point A pour le triangle HBC.

INDICE

Début : utilise les questions 1 et 2. **Point délicat :** cherche le point commun des deux hauteurs trouvées.

4. 1,5 pts

On considère maintenant le triangle ABH. Quel point de la figure est son orthocentre ? Justifie.

INDICE

Début : raisonne comme aux questions 1 à 3. **Ensuite :** cherche deux droites de la figure qui passent par un sommet du triangle ABH et sont perpendiculaires à la droite qui porte le côté opposé.