BURHAN

Les droites remarquables d'un triangle : exercices, entraînement

2ème Année Collège · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/droites-remarquables-du-triangle/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Les droites remarquables d'un triangle	Entraînement	7

Exercice 1

Des longueurs sur deux médianes

Dans un triangle ABC, on note A' le milieu de $[BC]$, B' celui de $[AC]$ et G le centre de gravité. On sait que $AA' = 13{,}2$ cm et que $BG = 7{,}4$ cm.

1.

Calcule AG et GA'.

INDICE

Outil : la règle des deux tiers. **Début :** AG est une fraction de la médiane AA'. Laquelle ?

2.

Calcule GB', puis la longueur de la médiane $[BB']$.

INDICE

Outil : l'égalité $BG = 2\,GB'$. **Point délicat :** ici, c'est la grande partie qui est connue.

3.

Le point G est-il plus proche du sommet A ou du sommet B ?

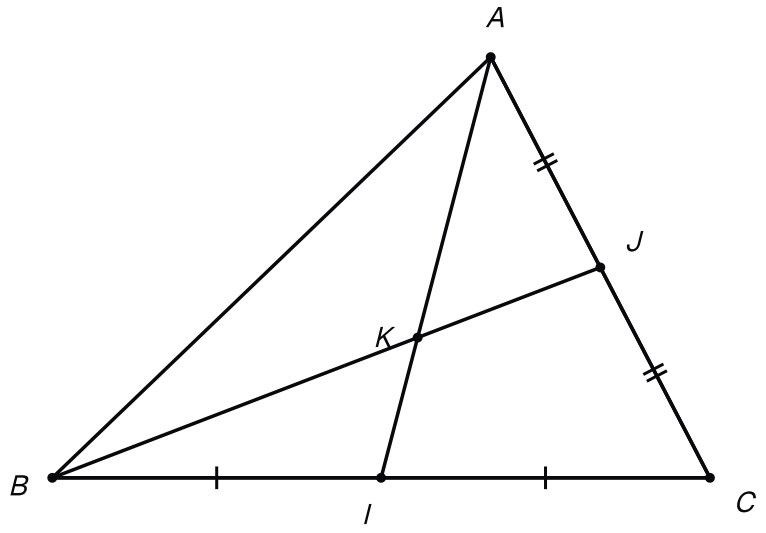
INDICE

Début : compare les longueurs AG et BG.

Exercice 2

Le point commun de deux médianes

Soit ABC un triangle. Le point I est le milieu de $[BC]$ et J celui de $[AC]$. Les droites (AI) et (BJ) se coupent en K.



Le triangle ABC, les milieux I de [BC] et J de [AC], et le point K où se coupent (AI) et (BJ).

1.

Démontre que K est le centre de gravité du triangle ABC.

INDICE

Outil : le concours des médianes. **Début :** « On sait que (AI) et (BJ) sont deux médianes, car… »

2.

La droite (CK) coupe $[AB]$ en L. Démontre que L est le milieu de $[AB]$.

INDICE

Outil : la troisième médiane passe par le centre de gravité. **Point délicat :** une seule droite passe par les deux points C et K.

3.

On donne $AI = 6{,}9$ cm. Calcule AK et KI.

INDICE

Outil : la règle des deux tiers.

Exercice 3

Un point placé sur une médiane

Dans un triangle LMN, le point P est le milieu de $[MN]$ et $LP = 8{,}7$ cm. Sur le segment $[LP]$, on place le point Q tel que $LQ = 5{,}8$ cm.

1.

Calcule $\frac{2}{3}\,LP$. En déduire que Q est le centre de gravité du triangle LMN.

INDICE

Outil : la seconde façon de reconnaître le centre de gravité. **Début :** compare LQ avec le nombre trouvé.

2.

Calcule QP.

INDICE

Début : Q est sur $[LP]$, donc $QP = LP - LQ$. **Ensuite :** contrôle avec le tiers de la médiane.

3.

La droite (MQ) coupe $[LN]$ en R. Où est le point R sur $[LN]$? Justifie.

INDICE

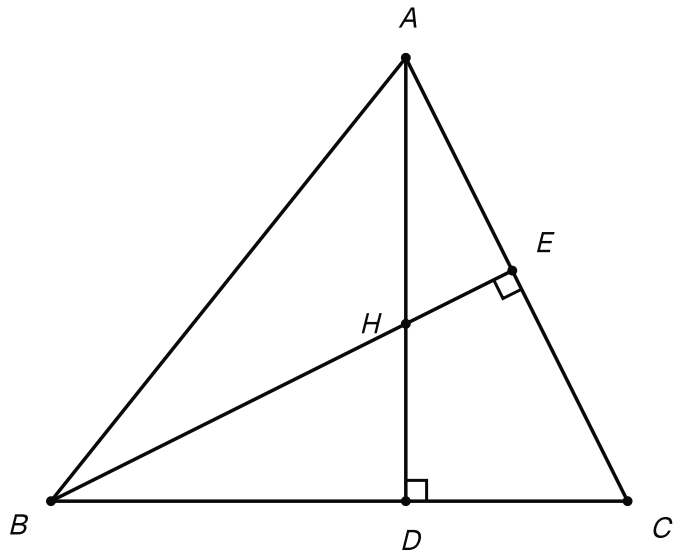
Outil : la médiane issue de M passe par le centre de gravité. **Point délicat :** utilise la question 1.

Exercice 4

L'orthocentre et les perpendiculaires

Soit ABC un triangle dont les trois angles sont aigus. La hauteur issue de A coupe $[BC]$ en D. La hauteur issue de B coupe $[AC]$ en E.

Les droites (AD) et (BE) se coupent en H.



Deux hauteurs du triangle ABC, [AD] et [BE], qui se rencontrent en H.

1.

Démontre que $(CH) \perp (AB)$.

INDICE

Outil : le concours des hauteurs. **Début :** « On sait que H est sur deux hauteurs du triangle ABC… »

2.

La droite (CH) coupe $[AB]$ en F. Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{CFA}$? Que représente la droite (CF) pour le triangle ABC ?

INDICE

Outil : la question 1, puis la définition d'une hauteur. **Début :** le point F est à la fois sur (CH) et sur (AB).

3.

Le point H peut-il être à l'extérieur du triangle ABC ? Justifie en une phrase.

INDICE

Outil : la position de l'orthocentre (rappel du cours). **Point délicat :** relis ce que l'énoncé dit des angles du triangle ABC.

Exercice 5

Le panneau triangulaire

Un panneau a la forme d'un triangle DEF. Le point M est le milieu de $[EF]$, et la droite (DM) est perpendiculaire à (EF). On mesure $DE = 7$ dm et $EF = 6$ dm.

1.

Démontre que le triangle DEF est isocèle en D.

INDICE

Outil : la propriété de la médiane-hauteur. **Début :** « On sait que (DM) est la médiane issue de D, et que… »

2.

En déduire DF, puis le périmètre du panneau.

INDICE

Début : dans un triangle isocèle en D, les deux côtés issus de D ont la même longueur.

3.

Démontre que (DM) partage $\widehat{EDF}$ en deux angles de même mesure.

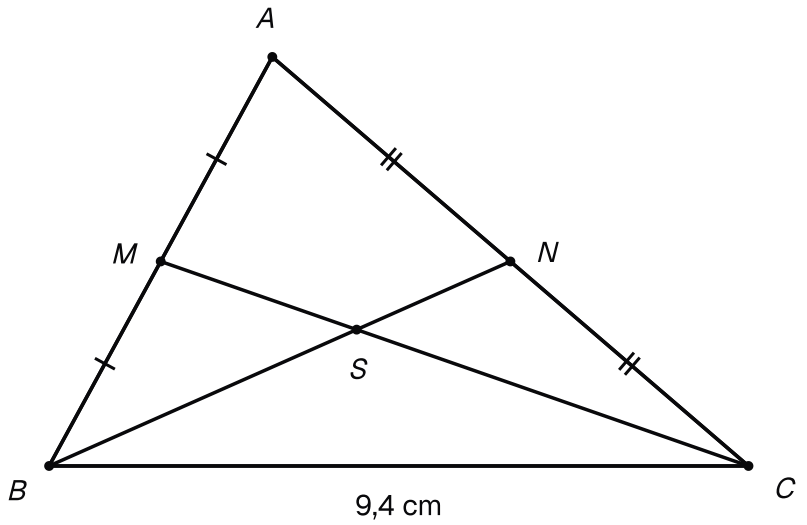
INDICE

Outil : la propriété du triangle isocèle. **Point délicat :** M est le milieu de la base $[EF]$.

Exercice 6

Milieux, parallèle et centre de gravité

Soit ABC un triangle tel que $BC = 9{,}4$ cm. On place le milieu M de $[AB]$ et le milieu N de $[AC]$. Les segments $[BN]$ et $[CM]$ se croisent en S.



Le triangle ABC, les milieux M de [AB] et N de [AC], et les segments [BN] et [CM] qui se croisent en S.

1.

Démontre que $(MN) \parallel (BC)$, puis calcule MN.

INDICE

Outil : la propriété de la droite des milieux. **Début :** « On sait que M et N sont les milieux de deux côtés… »

2.

Démontre que S est le centre de gravité du triangle ABC.

INDICE

Outil : le concours des médianes. **Début :** reconnais d'abord les segments $[BN]$ et $[CM]$.

3.

On donne $BN = 6{,}6$ cm et $CS = 6{,}4$ cm. Calcule BS et SN, puis la longueur CM.

INDICE

Outil : la règle des deux tiers. **Point délicat :** sur $[CM]$, c'est la grande partie CS qui est connue.

Exercice 7

La plaque de cuivre en équilibre

Un artisan découpe une plaque de cuivre en forme de triangle équilatéral ABC. Il veut la faire tenir en équilibre sur la pointe d'une tige, placée au centre de gravité G. La médiane $[AA']$ de la plaque mesure $18{,}9$ cm.

1.

À quelle distance du sommet A doit-il placer la pointe de la tige ?

INDICE

Outil : la règle des deux tiers.

2.

Calcule GB et GC. Justifie.

INDICE

Outil : la propriété du triangle équilatéral. **Point délicat :** le centre du cercle circonscrit est à la même distance des trois sommets.

3.

Calcule GA'. L'artisan veut aussi graver un cercle de centre G qui touche les trois bords de la plaque : comment s'appelle ce cercle ?

INDICE

Outil : la règle des deux tiers, puis la propriété du triangle équilatéral. **Point délicat :** le cercle qui touche les trois côtés d'un triangle a un nom vu en 1re année.