BURHAN

Les droites remarquables d'un triangle : exercices, application

2ème Année Collège · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/droites-remarquables-du-triangle/exercices/application

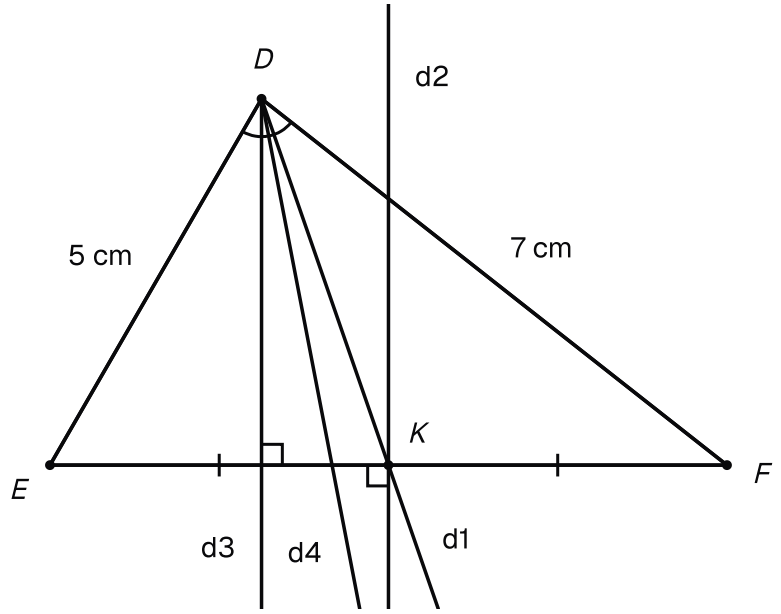
Chapitre	Palier	Exercices
Les droites remarquables d'un triangle	Application	8

Exercice 1

Quatre droites à reconnaître

Trace un triangle DEF avec $DE = 5$ cm, $DF = 7$ cm et $EF = 8$ cm. Place le milieu K de $[EF]$. On considère quatre droites :

- la droite d_1 passe par D et par K ;
- la droite d_2 passe par K et elle est perpendiculaire à (EF) ;
- la droite d_3 passe par D et elle est perpendiculaire à (EF) ;
- la droite d_4 passe par D et partage $\widehat{EDF}$ en deux angles de même mesure.



Le triangle DEF, le milieu K de [EF] et les quatre droites d1, d2, d3 et d4 de l'énoncé.

1.

Donne le nom de chacune des quatre droites, avec le sommet ou le côté concerné.

INDICE

Outil : les définitions de la médiane, de la médiatrice, de la hauteur et de la bissectrice. **Début :** pour chaque droite, regarde par quel point elle passe et si elle forme un angle droit avec (EF).

2.

Les droites d_1 et d_3 sont-elles confondues ? Justifie ta réponse.

INDICE

Outil : la propriété de la médiatrice (rappel de 1re année). **Début :** compare les longueurs DE et DF. **Point délicat :** les droites d_2 et d_3 sont perpendiculaires à la même droite (EF).

Exercice 2

Construire le centre de gravité

Trace un triangle MNP tel que $MN = 6$ cm, $NP = 8$ cm et $MP = 7$ cm.

1.

Place le milieu I de $[NP]$ et le milieu J de $[MP]$. Donne les longueurs NI et MJ.

INDICE

Outil : le milieu partage un segment en deux longueurs égales. **Début :** calcule la moitié de NP, puis celle de MP.

2.

Trace les segments $[MI]$ et $[NJ]$. Ils se croisent en un point que l'on nomme G. Que représente G pour le triangle MNP ?

INDICE

Outil : le concours des médianes. **Début :** quelle sorte de droites viens-tu de tracer ?

3.

Place le milieu L de $[MN]$. Quelle droite dois-tu voir passer par G pour contrôler ta figure ?

INDICE

Outil : la troisième médiane. **Début :** calcule d'abord ML.

Exercice 3

Deux médianes, deux calculs

Le point G est le centre de gravité d'un triangle ABC. Les points A' et B' sont les milieux respectifs de $[BC]$ et de $[AC]$.

1.

On donne $AA' = 12$ cm. Calcule AG et GA'.

INDICE

Outil : la règle des deux tiers. **Début :** écris $AG = \frac{2}{3}\,AA'$.

2.

On donne $BB' = 10{,}2$ cm. Calcule BG et GB'.

INDICE

Outil : la règle des deux tiers, sur la médiane issue de B. **Point délicat :** pars du sommet B pour compter les deux tiers.

Exercice 4

Retrouver la longueur d'une médiane

Le point G est le centre de gravité d'un triangle DEF. On note D' le milieu de $[EF]$ et E' le milieu de $[DF]$.

1.

On mesure $DG = 4$ cm. Calcule GD', puis DD'.

INDICE

Outil : l'égalité $DG = 2\,GD'$. **Début :** GD' est la moitié de DG.

2.

On mesure $GE' = 1{,}9$ cm. Calcule EG, puis EE'.

INDICE

Outil : la même égalité, sur la médiane $[EE']$. **Point délicat :** GE' est la petite partie, du côté du milieu.

Exercice 5

Un olivier au centre du jardin

Un jardin a la forme d'un triangle ABC. Une allée droite relie le coin A au milieu A' du côté $[BC]$. Elle mesure 21 m.

Le jardinier veut planter un olivier au centre de gravité G du jardin.

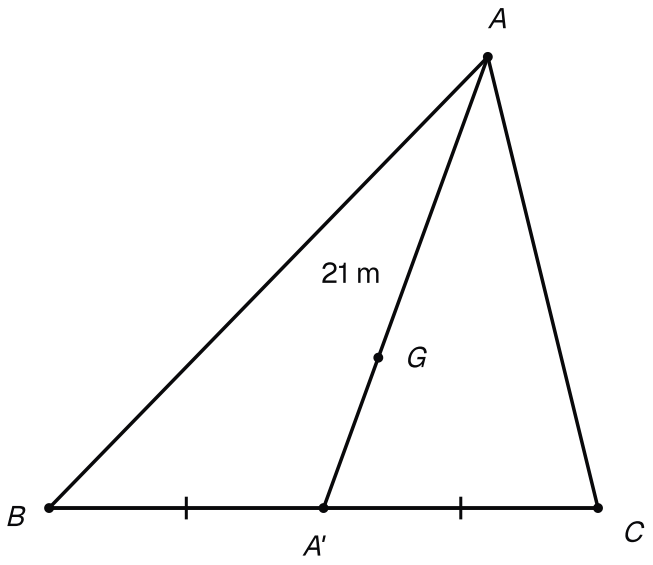


Schéma du jardin ABC : l'allée [AA'] de 21 m mène du coin A au milieu A' du côté [BC], et G marque l'olivier.

1.

À quelle distance du coin A doit-il planter l'olivier ?

INDICE

Outil : la règle des deux tiers. **Début :** l'allée $[AA']$ est une médiane du triangle.

2.

En déduire la distance entre l'olivier et le point A'.

INDICE

Début : retranche AG de la longueur de l'allée. **Ensuite :** contrôle avec $GA' = \frac{1}{3}\,AA'$.

Exercice 6

Le pignon de la maison

Le pignon d'une maison a la forme d'un triangle JKL isocèle en J. La poutre du bas $[KL]$ mesure 8 m et l'angle $\widehat{KJL}$ mesure $116°$.

Le point I est le milieu de $[KL]$. Une poutre verticale relie J à I.

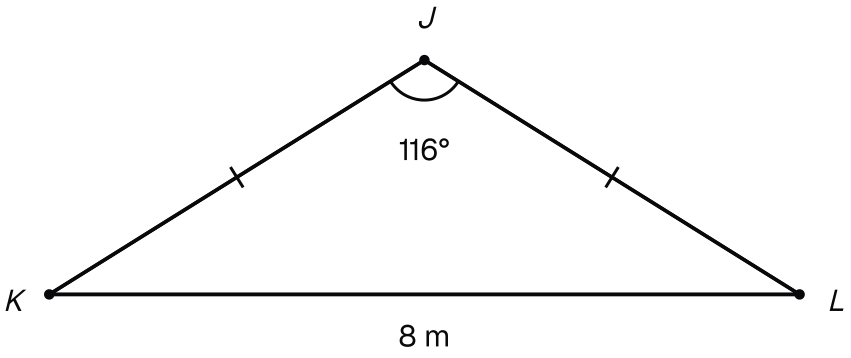
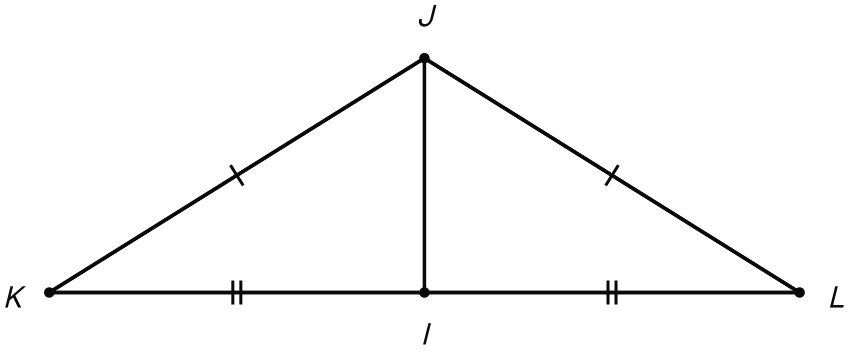


Schéma du pignon JKL, isocèle en J, avec la poutre du bas [KL] de 8 m et l'angle de 116 degrés au sommet J.



Le même pignon avec le milieu I de la poutre [KL] et la poutre verticale [JI] qui le relie au sommet J.

1.

Calcule KI.

INDICE

Outil : la définition du milieu d'un segment.

2.

Justifie que la poutre (JI) est perpendiculaire à (KL).

INDICE

Outil : la propriété du triangle isocèle. **Début :** (JI) joint le sommet principal au milieu de la base.

3.

Calcule la mesure de l'angle $\widehat{KJI}$.

INDICE

Outil : la propriété du triangle isocèle, encore : pense au rôle de bissectrice. **Point délicat :** une bissectrice partage l'angle en deux angles égaux.

Exercice 7

Les quatre noms d'un même point

Trace un triangle équilatéral RST de côté $6{,}2$ cm. Place le milieu M de $[ST]$, puis trace la médiane $[RM]$.

1.

Calcule SM.

INDICE

Outil : la définition du milieu d'un segment.

2.

Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{SRM}$? Justifie.

INDICE

Outil : la propriété du triangle équilatéral. **Début :** chaque angle d'un triangle équilatéral mesure $60°$ (rappel de 1re année).

3.

On note O le centre de gravité du triangle RST. Quels autres noms peut-on donner au point O ?

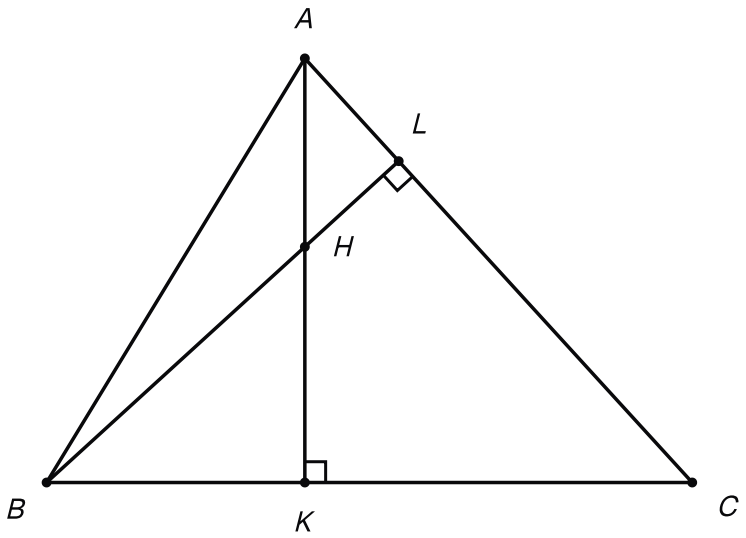
INDICE

Outil : la propriété du triangle équilatéral. **Ensuite :** pense aux points de concours des hauteurs, des médiatrices et des bissectrices.

Exercice 8

Nommer un point de concours

Trace un triangle ABC dont les trois angles sont aigus. Trace la hauteur issue de A, qui coupe $[BC]$ en K, et la hauteur issue de B, qui coupe $[AC]$ en L. Les droites (AK) et (BL) se coupent en H.



Le triangle ABC aux angles aigus, ses hauteurs [AK] et [BL] et leur point de rencontre H.

1.

Comment s'appelle le point H pour le triangle ABC ?

INDICE

Outil : le point de concours des hauteurs (rappel de 1re année).

2.

Que peux-tu dire des droites (CH) et (AB) ? Justifie.

INDICE

Outil : la troisième hauteur passe aussi par H. **Début :** « On sait que H est l'orthocentre… »

3.

Trace les bissectrices des angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABC}$: elles se coupent en I. Que représente I pour le triangle ABC ?

INDICE

Outil : le point de concours des bissectrices (rappel de 1re année).