BURHAN

# Le calcul littéral : exercices, application

2ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/calcul-litteral/exercices/application

| Chapitre | Palier | Exercices |
| --- | --- | --- |
| Le calcul littéral | Application | 8 |

**Exercice 1**

## Calculer une valeur numérique

On considère l'expression $E = 3x^2 - 4x + 2$.

**a.**

Calcule $E$ pour $x = 3$.

INDICE

Rétablis les signes $\times$ : $E = 3 \times x^2 - 4 \times x + 2$. Le carré se calcule avant les produits.

CORRIGÉ

**Remplacement.** On remplace $x$ par $3$ dans l'expression :

$$E = 3 \times 3^2 - 4 \times 3 + 2$$

**Calcul.** Le carré passe en premier : $3^2 = 9$. Viennent ensuite les produits, $3 \times 9 = 27$ et $4 \times 3 = 12$, puis la somme :

$$E = 27 - 12 + 2 = 17$$

**Conclusion.** Pour $x = 3$, l'expression $E$ vaut $17$.

**b.**

Calcule $E$ pour $x = -1$.

INDICE

Écris $-1$ entre parenthèses avant de calculer son carré.

CORRIGÉ

**Remplacement.** On remplace $x$ par $-1$, écrit entre parenthèses :

$$E = 3 \times (-1)^2 \\ - 4 \times (-1) + 2$$

**Calcul.** D'abord le carré : $(-1)^2 = 1$. Puis les produits, avec la règle des signes : $3 \times 1 = 3$ et $-4 \times (-1) = 4$. Il reste la somme :

$$E = 3 + 4 + 2 = 9$$

**Conclusion.** Pour $x = -1$, on obtient $E = 9$.

**c.**

Calcule $E$ pour $x = 0$.

INDICE

Un produit dont un facteur vaut $0$ est nul.

CORRIGÉ

On remplace $x$ par $0$. Les deux produits ont un facteur égal à $0$ : ils valent $0$.

$$E = 3 \times 0^2 - 4 \times 0 + 2$$
$$= 0 - 0 + 2 = 2$$

**Conclusion.** Pour $x = 0$, on a $E = 2$ : il ne reste que le nombre $2$.

### Exercice 2

## Écrire avec les conventions

#### a.

Écris sans signe $\times$ inutile : $7 \times y$ ; $a \times b \times 3$ ; $x \times x \times 5$ ; $1 \times t$.

INDICE

Le signe $\times$ disparaît devant une lettre. Le nombre s'écrit en premier.

CORRIGÉ

Devant une lettre, le signe $\times$ ne s'écrit pas, et le nombre se place en tête :

- $7 \times y = 7y$ ;
- $a \times b \times 3 = 3ab$ ;
- $x \times x \times 5 = 5x^2$, car $x \times x$ s'écrit $x^2$ ;
- $1 \times t = t$, car on n'écrit pas le facteur $1$.

#### b.

Rétablis les signes $\times$ sous-entendus : $4ab$ ; $2(x+1)$ ; $6y^3$.

INDICE

Un nombre collé à une lettre, ou à une parenthèse, cache une multiplication.

CORRIGÉ

Un nombre collé à une lettre ou à une parenthèse cache un signe $\times$ :

- $4ab = 4 \times a \times b$ ;
- $2(x+1) = 2 \times (x+1)$ ;
- $6y^3 = 6 \times y \times y \times y$, car l'exposant $3$ compte trois facteurs $y$.

#### c.

Un cahier coûte $c$ dirhams et un stylo coûte $4$ dirhams. Écris le prix de six cahiers et d'un stylo.

INDICE

Six cahiers coûtent six fois le prix d'un seul cahier.

CORRIGÉ

Six cahiers coûtent $6 \times c$ dirhams, et le stylo coûte $4$ dirhams. On supprime ensuite le signe $\times$ placé devant la lettre.

**Conclusion.** Le prix de six cahiers et d'un stylo est $6c + 4$ dirhams.

**d.**

Calcule ce prix pour $c = 9$.

INDICE

Rétablis le signe $\times$ avant de remplacer la lettre.

CORRIGÉ

On remplace $c$ par $9$ dans $6c + 4$, en écrivant le signe $\times$ :

$$\begin{aligned} 6 \times 9 + 4 &= 54 + 4 \\ &= 58 \end{aligned}$$

**Conclusion.** Pour $c = 9$, le prix est de $58$ dirhams.

### Exercice 3

## Réduire des sommes

Réduis chaque expression.

**a.**

$F = 7a + 2 - 3a + 5$

INDICE

Regroupe les termes en $a$ d'un côté, les nombres de l'autre.

CORRIGÉ

**Regroupement.** On rapproche les termes en $a$, puis les nombres :

$$F = (7a - 3a) + (2 + 5)$$

**Réduction.** Pour les termes en $a$, on ajoute les coefficients : $7 - 3 = 4$. Pour les nombres : $2 + 5 = 7$.

$$F = 4a + 7$$

**Conclusion.** La forme réduite est $F = 4a + 7$.

**b.**

$G = 2x^2 + 5x - x^2 - 8x + 1$

INDICE

Le coefficient du terme $-x^2$ est $-1$.

CORRIGÉ

**Regroupement.** On rapproche les termes en $x^2$, puis les termes en $x$ :

$$\begin{aligned} G = &(2x^2 - x^2) \\ &+ (5x - 8x) + 1 \end{aligned}$$

**Réduction.** Le terme $-x^2$ a pour coefficient $-1$, donc $2 - 1 = 1$. Pour les termes en $x$ : $5 - 8 = -3$.

$$G = x^2 - 3x + 1$$

**Conclusion.** La forme réduite est $G = x^2 - 3x + 1$.

**c.**

$H = \frac{1}{2}y + \frac{3}{2}y - 1$

INDICE

Les deux coefficients sont des fractions de même dénominateur.

CORRIGÉ

Les termes $\frac{1}{2}y$ et $\frac{3}{2}y$ sont semblables. Leurs coefficients ont le même dénominateur : on les ajoute en ajoutant les numérateurs.

$$\begin{aligned} H &= \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\right) y - 1 \\ &= \frac{4}{2}y - 1 \\ &= 2y - 1 \end{aligned}$$

**Conclusion.** La forme réduite est $H = 2y - 1$.

### Exercice 4

## Réduire des produits

Réduis chaque produit.

**a.**

$4a \times 3$

INDICE

Multiplie d'abord les nombres.

CORRIGÉ

On rapproche les nombres, puis on les multiplie : $4 \times 3 = 12$.

$$\begin{aligned} 4a \times 3 &= 4 \times 3 \times a \\ &= 12a \end{aligned}$$

**Conclusion.** Le produit réduit est $12a$.

**b.**

$-2x \times 5x$

INDICE

Multiplie les nombres, puis les lettres. Pense à la règle des signes.

CORRIGÉ

On multiplie les nombres entre eux : d'après la règle des signes, $(-2) \times 5 = -10$. Puis les lettres : $x \times x$ s'écrit $x^2$.

$$\begin{aligned} -2x \times 5x \\ = (-2) \times 5 \times x \times x \\ = -10x^2 \end{aligned}$$

**Conclusion.** Le produit réduit est $-10x^2$.

**c.**

$3y^2 \times 2y$

INDICE

Compte le nombre total de facteurs $y$.

CORRIGÉ

On multiplie $3$ par $2$. Ensuite, $y^2 \times y = y \times y \times y$ compte trois facteurs $y$ : c'est $y^3$.

$$\begin{aligned} 3y^2 \times 2y \\ = 3 \times 2 \times y^2 \times y \\ = 6y^3 \end{aligned}$$

**Conclusion.** Le produit réduit est $6y^3$.

### Exercice 5

## Supprimer des parenthèses

Supprime les parenthèses, puis réduis.

**a.**

$8 + (3x - 7)$

INDICE

Le signe devant la parenthèse est un plus : les signes ne changent pas.

CORRIGÉ

La parenthèse est précédée d'un signe plus : on l'enlève sans toucher aux signes. On réduit ensuite les nombres, $8 - 7 = 1$.

$$\begin{aligned} &8 + (3x - 7) \\ &= 8 + 3x - 7 \\ &= 3x + 1 \end{aligned}$$

**Conclusion.** L'expression réduite est $3x + 1$.

**b.**

$4a - (a + 6)$

INDICE

Le signe devant la parenthèse est un moins : chaque terme change de signe.

CORRIGÉ

La parenthèse est précédée d'un signe moins : $a$ devient $-a$ et $6$ devient $-6$. On réduit ensuite $4a - a = 3a$.

$$\begin{aligned} &4a - (a + 6) \\ &= 4a - a - 6 \\ &= 3a - 6 \end{aligned}$$

**Conclusion.** L'expression réduite est $3a - 6$.

**c.**

$10 - (5 - 2y)$

INDICE

Le second terme de la parenthèse change de signe, lui aussi.

CORRIGÉ

Le signe moins agit sur les deux termes : $5$ devient $-5$, et $-2y$ devient $+2y$. On calcule $10 - 5 = 5$, puis on écrit le terme en $y$ en premier.

$$\begin{aligned} & 10 - (5 - 2y) \\ & = 10 - 5 + 2y \\ & = 2y + 5 \end{aligned}$$

**Conclusion.** L'expression réduite est $2y + 5$.

### Exercice 6

## Développer avec la distributivité simple

Développe chaque produit.

**a.**

$3(2x+5)$

INDICE

Le facteur $3$ multiplie chacun des deux termes.

CORRIGÉ

D'après la distributivité simple, le facteur $3$ multiplie chaque terme de la parenthèse :

$$\begin{aligned} &3(2x+5) \\ &= 3\times 2x + 3\times 5 \\ &= 6x + 15 \end{aligned}$$

**Conclusion.** Développé, le produit s'écrit $6x+15$.

**b.**

$-4(y-2)$

INDICE

Le facteur est $-4$, avec son signe.

CORRIGÉ

Le facteur $-4$ multiplie chaque terme, avec son signe. D'après la règle des signes, $(-4)\times(-2) = 8$.

$$\begin{aligned} &-4(y-2) \\ &= (-4)\times y + (-4)\times(-2) \\ &= -4y + 8 \end{aligned}$$

**Conclusion.** Développé, le produit s'écrit $-4y+8$.

**c.**

$x(x+7)$

INDICE

Le produit $x\times x$ s'écrit avec un exposant.

CORRIGÉ

Le facteur $x$ multiplie les deux termes de la parenthèse, et $x\times x$ s'écrit $x^2$ :

$$\begin{aligned} &x(x+7) \\ &= x\times x + x\times 7 \\ &= x^2 + 7x \end{aligned}$$

**Conclusion.** Développé, le produit s'écrit $x^2+7x$.

Exercice 7

## Développer avec la double distributivité

Développe, puis réduis.

### a.

$(x+2)(x+5)$

INDICE

Relie chacun des deux termes de gauche à chacun des deux termes de droite : il y a quatre produits.

CORRIGÉ

**Quatre produits.** D'après la double distributivité, on forme tous les produits d'un terme de gauche par un terme de droite :

$$\begin{aligned}&(x+2)(x+5)\\&= x\times x + x\times 5\\&\quad + 2\times x + 2\times 5\end{aligned}$$

**Réduction.** Ces produits valent $x^2$, $5x$, $2x$ et $10$. On regroupe les termes en $x$ : $5x+2x=7x$.

$$\begin{aligned}&(x+2)(x+5)\\&= x^2 + 5x + 2x + 10\\&= x^2 + 7x + 10\end{aligned}$$

**Conclusion.** Développé et réduit, le produit vaut $x^2+7x+10$.

### b.

$(3a-1)(a+4)$

INDICE

Dans la première parenthèse, le second terme est $-1$ : garde son signe.

CORRIGÉ

**Quatre produits.** Le second terme de la première parenthèse est $-1$ ; il entre avec son signe dans les produits :

$$\begin{aligned}&(3a-1)(a+4)\\&= 3a\times a + 3a\times 4\\&\quad + (-1)\times a + (-1)\times 4\end{aligned}$$

**Réduction.** Avec la règle des signes, ces produits valent $3a^2$, $12a$, $-a$ et $-4$. On regroupe $12a-a=11a$.

$$\begin{aligned}&(3a-1)(a+4)\\&= 3a^2 + 12a - a - 4\\&= 3a^2 + 11a - 4\end{aligned}$$

**Conclusion.** Développé et réduit, le produit vaut $3a^2+11a-4$.

### Exercice 8

## Factoriser par un nombre ou une lettre

Factorise chaque expression, puis contrôle en développant.

**a.**

$5x + 20$

INDICE

Écris $20$ comme un produit dont un facteur est $5$.

CORRIGÉ

**Factorisation.** On écrit $20 = 5 \times 4$ pour faire apparaître le facteur commun $5$ :

$$\begin{aligned} &5x + 20 \\ &= 5 \times x + 5 \times 4 \\ &= 5(x + 4) \end{aligned}$$

**Contrôle.** En développant, $5(x + 4) = 5x + 20$ : on retrouve l'expression de départ.

**Conclusion.** La forme factorisée est $5(x + 4)$.

**b.**

$14a - 21$

INDICE

Cherche le plus grand nombre qui divise à la fois $14$ et $21$.

CORRIGÉ

**Factorisation.** Les nombres $14$ et $21$ sont tous deux des multiples de $7$, car $14 = 2 \times 7$ et $21 = 3 \times 7$. On met $7$ en facteur :

$$\begin{aligned} &14a - 21 \\ &= 7 \times 2a - 7 \times 3 \\ &= 7(2a - 3) \end{aligned}$$

**Contrôle.** En développant, $7(2a - 3) = 14a - 21$.

**Conclusion.** La forme factorisée est $7(2a - 3)$.

**c.**

$y^2 - 9y$

INDICE

Regarde quelle lettre figure dans les deux termes.

CORRIGÉ

**Factorisation.** La lettre $y$ figure dans les deux termes : $y^2 = y \times y$ et $9y = y \times 9$.

$$\begin{aligned} & y^2 - 9y \\ & = y \times y - y \times 9 \\ & = y(y - 9) \end{aligned}$$

**Contrôle.** En développant, $y(y - 9) = y^2 - 9y$.

**Conclusion.** La forme factorisée est $y(y - 9)$.