BURHAN

Le calcul littéral

2ème Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/2ac/mathematiques/calcul-litteral/cours

Chapitre	Semestre
Le calcul littéral	Semestre 2

Des lettres pour calculer

Ce week-end, tu veux louer un vélo pour rouler au bord de la mer. Deux agences affichent leurs prix.

- **Agence A** : un forfait de 20 dirhams, puis 5 dirhams par heure.
- **Agence B** : aucun forfait, mais 8 dirhams par heure.

Tu ne sais pas encore combien de temps tu vas rouler. Laquelle choisir ?

Devine : Quelle agence choisir ?

Sans faire de long calcul, que penses-tu ?

A. L'agence A est toujours la moins chère.

Faux.

Pour 1 heure, l'agence A demande $20 + 5 = 25$ dirhams, et l'agence B seulement 8 dirhams. Le forfait pèse lourd quand on roule peu.

B. L'agence B est toujours la moins chère.

Faux.

Tu as regardé seulement le forfait. Pour 10 heures, l'agence B demande 80 dirhams, et l'agence A $20 + 50 = 70$ dirhams.

C. Cela dépend du nombre d'heures.

Juste.

Oui. L'agence B gagne pour une courte balade, l'agence A pour une longue journée.

D. Les deux agences coûtent toujours le même prix.

Faux.

Tu as pensé que le forfait compense le prix par heure. Pour 2 heures, l'agence A demande $20 + 5 \times 2 = 30$ dirhams, et l'agence B $8 \times 2 = 16$ dirhams.

Correction

Cela dépend de la durée.

- Pour 2 heures : A demande $20 + 5 \times 2 = 30$ dirhams, B demande $8 \times 2 = 16$ dirhams.
- Pour 10 heures : A demande $20 + 5 \times 10 = 70$ dirhams, B demande $8 \times 10 = 80$ dirhams.

Pour comparer vite, il faut une écriture qui marche pour **n'importe quelle** durée.

Le nombre d'heures change d'une balade à l'autre. Au lieu de refaire le calcul chaque fois, on le remplace par une lettre, par exemple x.

La lettre x désigne un nombre que l'on ne connaît pas encore, ou qui peut changer. On calcule avec elle comme avec un nombre.

Exemple : Les deux prix avec une lettre

Pour x heures de vélo :

- à l'agence A, tu paies $20 + 5 \times x$ dirhams ;
- à l'agence B, tu paies $8 \times x$ dirhams.

Par exemple, pour $x = 6$, l'agence A demande $20 + 5 \times 6 = 50$ dirhams, et l'agence B $8 \times 6 = 48$ dirhams.

Une seule écriture sert ainsi pour toutes les durées.

À retenir : Une lettre, un nombre

Dans un calcul, une lettre désigne un nombre. Dans un même calcul, elle garde la même valeur partout.

Calculer avec des lettres, c'est ce que tu vas apprendre ici. Tu verras qu'une lettre ne cache rien de compliqué : elle attend simplement son nombre.

Expressions littérales et valeur numérique

Écrire avec des lettres

Vérifie : Le prix pour trois heures

À l'agence A, le prix pour x heures est $20 + 5 \times x$ dirhams. Combien paies-tu pour $x = 3$?

A. 75 dirhams

Faux.
Tu as calculé $20 + 5 = 25$, puis 25×3. Rappel de 1re année : la multiplication passe avant l'addition.

B. 35 dirhams

Juste.
On calcule d'abord $5 \times 3 = 15$, puis $20 + 15 = 35$.

C. 28 dirhams

Faux.
Tu as ajouté $20 + 5 + 3$. Or $5 \times x$ veut dire 5 fois x, et non 5 plus x.

Correction

On remplace x par 3. La multiplication passe avant l'addition :

$$\begin{aligned} 20 + 5 \times 3 &= 20 + 15 \\ &= 35 \end{aligned}$$

Pour 3 heures, tu paies 35 dirhams.

Une écriture comme $20 + 5 \times x$ contient une lettre. Le mot « littéral » vient justement de « lettre ».

Remplacer la lettre par un nombre, puis calculer, donne la valeur de l'écriture pour ce nombre. Voici les mots précis, avec les règles pour écrire moins de signes $\times$.

Définition : Expression littérale et valeur numérique

Une **expression littérale** est une expression dans laquelle des nombres sont désignés par des lettres, comme $3x + 5$ ou $2 \times (a + b)$. Une lettre qui peut prendre plusieurs valeurs s'appelle une **variable**.

Quand on remplace chaque lettre par un nombre donné, puis qu'on effectue les calculs, on obtient la **valeur numérique** de l'expression pour ces valeurs. Par exemple, pour $x = 2$, la valeur numérique de $3x + 5$ est $3 \times 2 + 5 = 11$.

Conventions d'écriture. On peut supprimer le signe $\times$ devant une lettre ou devant une parenthèse : $3 \times x = 3x$, $a \times b = ab$ et $2 \times (a + b) = 2(a + b)$. On écrit $1 \times x = x$, $x \times x = x^2$ et $x \times x \times x = x^3$. On ne supprime jamais le signe $\times$ entre deux nombres : 3×5 ne s'écrit pas 35.

Exemple : Les conventions en action

- $4 \times a \times b$ s'écrit $4ab$.
- $7 \times (x + 1)$ s'écrit $7(x + 1)$.
- $y \times y$ s'écrit y^2, et $y \times y \times y$ s'écrit y^3.
- $1 \times t$ s'écrit t.

Mais 2×9 reste 2×9 : écrit 29, ce serait un autre nombre.

Calculer une valeur numérique

Vérifie : Le calcul caché

Dans l'expression $5a^2$, quel calcul se cache ?

A. $5 \times a \times a$
Juste.

Le carré porte seulement sur la lettre a. On multiplie ensuite par 5.

B. $5a \times 5a$

Faux.

Le carré ne porte pas sur 5 : il est écrit juste après a. Pour $a = 1$, $5a^2 = 5$, alors que $5a \times 5a = 25$.

C. $5 \times 2 \times a$

Faux.

Tu as confondu le carré avec le double. a^2 veut dire $a \times a$, et non $2 \times a$.

Correction

L'exposant 2 porte seulement sur ce qui est écrit juste avant lui, ici la lettre a :

$$5a^2 = 5 \times a^2 = 5 \times a \times a$$

Le calcul caché est donc $5 \times a \times a$.

Méthode : Calculer la valeur numérique d'une expression

1. **Rétablir les signes.** Écris les signes $\times$ cachés : $4x^2 - x$ devient $4 \times x^2 - x$.
2. **Remplacer.** Mets la valeur à la place de la lettre. Une valeur négative ou une fraction se met entre parenthèses.
3. **Calculer.** D'abord les parenthèses, ensuite les puissances, puis les produits et les quotients, enfin les sommes et les différences.

Exemple : Un calcul pas à pas

Calculons $2x^2 - 3x + 1$ pour $x = 4$.

On rétablit les signes : $2 \times x^2 - 3 \times x + 1$. Puis on remplace x par 4 :

$$\begin{aligned} 2 \times 4^2 - 3 \times 4 + 1 &= 32 - 12 + 1 \\ &= 21 \end{aligned}$$

La puissance passe d'abord : $4^2 = 16$, et $2 \times 16 = 32$. Vient ensuite le produit $3 \times 4 = 12$. On finit de gauche à droite.

Pour $x = 4$, l'expression vaut 21.

Avec un nombre négatif

Rappel de 1re année : le produit de deux nombres négatifs est positif. Le produit d'un nombre négatif par un nombre positif est négatif.

Par exemple, $(-2) \times (-5) = 10$ et $3 \times (-4) = -12$.

Exemple : Remplacer par un nombre négatif

Calculons $x^2 + 3x$ pour $x = -2$. On remplace x par (-2), en gardant les parenthèses :

$$\begin{aligned}(-2)^2 + 3 \times (-2) &= 4 + (-6) \\ &= -2\end{aligned}$$

Le carré se calcule d'abord : $(-2)^2 = (-2) \times (-2) = 4$. Puis le produit : $3 \times (-2) = -6$. Enfin la somme : $4 + (-6) = -2$.

Pour $x = -2$, l'expression vaut -2.

Attention : Les parenthèses autour d'un nombre négatif

Prenons $a = -4$. On écrit $a^2 = (-4)^2 = 16$.

Sans parenthèses, -4^2 se lit « l'opposé de 4^2 » et vaut -16. Le résultat change de signe.

Garde donc les parenthèses dès que tu remplaces une lettre par un nombre négatif : $3a^2 = 3 \times (-4)^2 = 3 \times 16 = 48$.

Avec une fraction

Rappel : pour multiplier deux fractions, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux. Par exemple, $\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{2}{15}$.

Pour ajouter ou soustraire, on met d'abord les fractions au même dénominateur.

Exemple : Remplacer par une fraction

Calculons $4x^2 - x$ pour $x = \frac{1}{2}$. On remplace x par $\frac{1}{2}$, entre parenthèses :

$$\begin{aligned}4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right) \\ = 4 \times \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \\ = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

Le carré vient d'abord : $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$. Le produit donne ensuite $4 \times \frac{1}{4} = 1$.

Pour $x = \frac{1}{2}$, l'expression vaut $\frac{1}{2}$.

À toi : Une valeur négative

Calcule la valeur de $3a^2 - 5a$ pour $a = -1$.

Indice 1

Suis la méthode : rétablis les signes $\times$, puis remplace a par (-1), avec ses parenthèses.

Indice 2

Tu obtiens $3 \times (-1)^2 - 5 \times (-1)$. Calcule d'abord le carré : $(-1)^2 = 1$.

Indice 3

Attention au dernier produit : $5 \times (-1) = -5$. Soustraire -5 revient à ajouter 5.

Réponse

On remplace a par (-1) :

$$\begin{aligned} & 3 \times (-1)^2 - 5 \times (-1) \\ & = 3 \times 1 - (-5) \\ & = 3 + 5 = 8 \end{aligned}$$

Le carré donne $(-1)^2 = 1$. Le produit donne $5 \times (-1) = -5$, et soustraire -5, c'est ajouter 5.

Pour $a = -1$, l'expression $3a^2 - 5a$ vaut 8.

Réduire une expression

Des termes qui se ressemblent

Devine : Ajouter des termes en x

Pour tout nombre x, à quoi est égal $3x + 4x$?

A. $7x$

Juste.

Trois fois un nombre, plus quatre fois ce nombre, font sept fois ce nombre.

B. $12x$

Faux.

Tu as multiplié 3 et 4, les nombres écrits devant x. Or on fait une addition : pour $x = 2$, $3x + 4x = 14$, et non 24.

C. $7x^2$

Faux.

Tu as aussi changé la lettre : x est devenu x^2. En ajoutant, on garde x : pour $x = 2$, $3x + 4x = 14$, alors que $7x^2 = 28$.

Correction

Trois fois un nombre, plus quatre fois ce nombre, font sept fois ce nombre :

$$3x + 4x = 7x$$

Contrôle avec $x = 2$: $6 + 8 = 14$ et $7 \times 2 = 14$.

Pense à des boîtes de craies qui contiennent toutes le même nombre x de craies. Trois boîtes, plus quatre boîtes, font sept boîtes : $3x + 4x = 7x$.

Le nombre écrit devant la lettre compte les boîtes. On ne peut regrouper que des boîtes du même genre.

Définition : Termes semblables et réduction

Dans un terme comme $5x$ ou $-3x^2$, la **partie littérale** est la partie écrite avec les lettres : x, x^2. Le nombre qui la multiplie s'appelle le **coefficient** du terme : 5 pour $5x$, -3 pour $-3x^2$, et 1 pour x^2, car $x^2 = 1 \times x^2$.

Dans une somme, deux termes sont **semblables** lorsqu'ils ont la même partie littérale : $5x$ et $-2x$ sont semblables ; $3x^2$ et x^2 aussi. En revanche, $4x$ et $4x^2$ ne sont pas semblables, ni 7 et $7x$.

Réduire une somme, c'est l'écrire avec le moins de termes possible : on regroupe les termes semblables en ajoutant leurs coefficients. Par exemple, $5x - 2x = 3x$ et $3x^2 + x^2 = 4x^2$.

Réduire un produit, c'est multiplier les nombres entre eux et les lettres entre elles : $3x \times 4x = 3 \times 4 \times x \times x = 12x^2$.

Exemple : Une première réduction

Réduisons $6x + 2 - 4x + 5$.

- Les termes en x : $6x - 4x = 2x$.
- Les nombres : $2 + 5 = 7$.

On obtient :

$$6x + 2 - 4x + 5 = 2x + 7$$

On ne peut pas aller plus loin : $2x$ et 7 ne sont pas semblables.

Réduire une somme

Méthode : Réduire une somme

1. **Repérer les familles.** Des termes qui ont la même partie littérale forment une famille : les x^2, les x, les nombres seuls. Souligne chaque famille d'une même couleur.
2. **Ajouter les coefficients.** Dans chaque famille, additionne les coefficients en gardant leur signe.
3. **Ranger le résultat.** Place en premier le terme en x^2, ensuite celui en x, et le nombre à la fin.

Exemple : Trois familles de termes

Réduisons $A = 2x^2 + 5x - 3 + x^2 - 7x + 8$.

- Les termes en x^2 : $2x^2 + x^2 = 3x^2$, car le coefficient de x^2 est 1.
- Les termes en x : $5x - 7x = -2x$.
- Les nombres : $-3 + 8 = 5$.

La forme réduite est donc :

$$A = 3x^2 - 2x + 5$$

Attention : Des termes qui ne se mélangent pas

L'expression $5x + 4$ est déjà réduite. Elle n'est pas égale à $9x$: pour $x = 2$, $5x + 4 = 14$, mais $9x = 18$.

De même, $2x^2 + 3x$ ne devient ni $5x^2$ ni $5x^3$. Des termes qui n'ont pas la même partie littérale restent séparés.

Trouve l'erreur : Trois élèves, trois réponses

Trois élèves réduisent $4x^2 + 3x - x^2$. Qui a raison ?

A. Imane : $6x^2$.

Faux.
Imane a regroupé $3x$ avec les termes en x^2. Or $3x$ et x^2 ne sont pas semblables.

B. Karim : $3x^2 + 3x$.

Juste.
Karim regroupe seulement $4x^2 - x^2 = 3x^2$, et garde $3x$ à part.

C. Salma : $4x^2 + 2x$.

Faux.
Salma a retiré x^2 du terme $3x$, comme si x^2 et x étaient semblables.

Correction

Les termes semblables sont $4x^2$ et $-x^2$, et $4x^2 - x^2 = 3x^2$. Le terme $3x$ reste seul :

$$4x^2 + 3x - x^2 = 3x^2 + 3x$$

Karim a donc raison. Contrôle avec $x = 1$: $4 + 3 - 1 = 6$ et $3 + 3 = 6$.

Réduire un produit

Rappel : $x \times x = x^2$ et $x^2 \times x = x^3$, comme au chapitre sur les puissances.

Dans un produit, on peut changer l'ordre des facteurs sans changer le résultat. On regroupe donc les nombres d'un côté et les lettres de l'autre.

Exemple : Des produits réduits

- $5x \times 2x = 5 \times 2 \times x \times x = 10x^2$.
- $4 \times 3y = 4 \times 3 \times y = 12y$.
- $-2a \times 3a^2 = (-2) \times 3 \times a \times a^2 = -6a^3$.

À chaque fois, on multiplie les nombres entre eux, puis les lettres entre elles.

Attention : Le double et le carré

Le double et le carré d'un nombre sont deux choses différentes. On a $2x = 2 \times x = x + x$: c'est le double de x. On a $x^2 = x \times x$: c'est le carré de x.

Pour $x = 3$: $2x = 6$, mais $x^2 = 9$. Ainsi $4x \times 2x = 8x^2$, et non $8x$ ni $6x^2$.

Vérifie : Un produit avec un signe moins

Pour tout nombre x, à quoi est égal $(-3x) \times 2x$?

A. $-6x^2$

Juste.
On multiplie les nombres, $(-3) \times 2 = -6$, puis les lettres, $x \times x = x^2$.

B. $-6x$

Faux.
Tu as oublié qu'il y a deux facteurs x. Le produit $x \times x$ donne x^2, et non x.

C. $-x^2$

Faux.
Tu as ajouté les coefficients : $-3 + 2 = -1$. Dans un produit, on les multiplie.

Correction
On multiplie les nombres entre eux, puis les lettres entre elles :

$$\begin{aligned}(-3x) \times 2x &= (-3) \times 2 \times x \times x \\ &= -6x^2\end{aligned}$$

Contrôle avec $x = 1$: $(-3) \times 2 = -6$ et $-6 \times 1^2 = -6$.

À toi de réduire

Remarque : Un contrôle rapide

Pour vérifier une réduction, remplace la lettre par un nombre simple, au départ et dans le résultat.

Avec $x = 1$, l'expression A de départ vaut $2 + 5 - 3 + 1 - 7 + 8 = 6$. Le résultat $3x^2 - 2x + 5$ vaut aussi $3 - 2 + 5 = 6$.

Si les deux valeurs diffèrent, cherche l'erreur.

À toi : Une somme à ranger

Réduis $B = 5x^2 - 2x + 3 - 2x^2 + 6x - 7$.

Indice 1
Repère les trois familles : les termes en x^2, les termes en x, les nombres seuls.
Indice 2
Les termes en x^2 donnent $5x^2 - 2x^2 = 3x^2$. Fais de même avec les termes en x, puis avec les nombres.
Indice 3
Garde le signe écrit devant chaque terme : ce sont $-2x$ et -7, et non $2x$ et 7.

Réponse

- Termes en x^2 : $5x^2 - 2x^2 = 3x^2$.
- Termes en x : $-2x + 6x = 4x$.
- Nombres : $3 - 7 = -4$.

La forme réduite est :

$$B = 3x^2 + 4x - 4$$

Contrôle avec $x = 1$: $5 - 2 + 3 - 2 + 6 - 7 = 3$ et $3 + 4 - 4 = 3$.

Supprimer des parenthèses

Un rappel avec des nombres

Devine : Une parenthèse après un moins

Combien vaut $20 - (8 - 3)$?

A. 9
Faux.
Tu as retiré la parenthèse sans changer les signes : $20 - 8 - 3 = 9$. Or on calcule d'abord la parenthèse : $8 - 3 = 5$.

B. 15

Juste.
On calcule d'abord la parenthèse : $8 - 3 = 5$. Puis $20 - 5 = 15$.

C. 25
Faux.
Tu as changé le signe placé devant la parenthèse : $20 + 8 - 3 = 25$. Or on retire 5 : $20 - 5 = 15$.

Correction
On calcule d'abord la parenthèse :

$$20 - (8 - 3) = 20 - 5 = 15$$

Sans la parenthèse, on trouverait $20 - 8 - 3 = 12 - 3 = 9$: le résultat change.

Retirer une parenthèse précédée d'un signe moins demande donc une précaution.

Rappel de 1re année : pour soustraire une parenthèse, on soustrait chacun de ses termes. Ainsi $15 - (6 - 2) = 15 - 6 + 2 = 11$: le -2 devient $+2$.

Devant un signe plus, la parenthèse se retire sans rien changer : $15 + (6 - 2) = 15 + 6 - 2 = 19$.

Propriété : Supprimer des parenthèses

Soit a, b et c des nombres.

- Des parenthèses précédées du signe $+$ se suppriment **sans changer** les signes des termes qu'elles contiennent :

$$a + (b - c) = a + b - c.$$

- Des parenthèses précédées du signe $-$ se suppriment en **changeant le signe de chaque terme** qu'elles contiennent :

$$a - (b + c) = a - b - c \quad \text{et} \quad a - (b - c) = a - b + c.$$

Remarque

Cette règle, vue en 1re année, est admise. Elle vaut pour tous les nombres, donc aussi quand les termes contiennent des lettres.

La méthode

Exemple : Avec des lettres

Devant un signe plus, on recopie les termes, puis on réduit :

$$\begin{aligned} 7 + (2x - 5) &= 7 + 2x - 5 \\ &= 2x + 2 \end{aligned}$$

Devant un signe moins, chaque signe change, puis on réduit :

$$\begin{aligned} 4x - (x + 6) &= 4x - x - 6 \\ &= 3x - 6 \end{aligned}$$

Méthode : Supprimer des parenthèses

1. **Lire le signe.** Regarde le signe écrit juste devant la parenthèse.
2. **Recopier ou changer.** Devant un $+$, recopie chaque terme tel quel. Devant un $-$, change le signe de tous les termes de la parenthèse, sans en oublier un seul.
3. **Réduire.** Regroupe ensuite les termes semblables.

Attention : Le signe moins agit sur toute la parenthèse

Dans $9 - (x - 4)$, le signe moins change les deux signes :

$$\begin{aligned} 9 - (x - 4) &= 9 - x + 4 \\ &= 13 - x \end{aligned}$$

Écrire $9 - x - 4$ serait une erreur. Teste avec $x = 0$: $9 - (0 - 4) = 13$, alors que $9 - 0 - 4 = 5$.

Chercher l'erreur

Trouve l'erreur : Le calcul de Youssef

Youssef écrit : $3x - (2x - 7) = 3x - 2x - 7 = x - 7$. Que penses-tu de son calcul ?

A. Il est juste.

Faux.

Teste avec $x = 0$: $3 \times 0 - (0 - 7) = 7$, alors que $0 - 7 = -7$. Le calcul ne tient donc pas.

B. Il fallait écrire $3x + 2x - 7$.

Faux.

Le signe moins devant la parenthèse ne disparaît pas : $2x$ doit devenir $-2x$.

C. Le -7 aurait dû devenir $+7$.

Juste.

Youssef a changé le signe de $2x$, mais pas celui de -7. Or le signe moins agit sur chaque terme.

Correction

Le signe moins change le signe de chacun des deux termes :

$$\begin{aligned} 3x - (2x - 7) &= 3x - 2x + 7 \\ &= x + 7 \end{aligned}$$

Youssef n'a changé qu'un signe sur les deux. Contrôle avec $x = 0$: $0 - (0 - 7) = 7$, et $0 + 7 = 7$.

À toi : Trois parenthèses

Supprime les parenthèses, puis réduis $C = (5x + 1) - (3x - 4) + (x - 2)$.

Indice 1
Traite les parenthèses une par une, en regardant le signe écrit devant chacune.
Indice 2
La première parenthèse n'a aucun signe devant : on la recopie. La troisième est précédée d'un plus : on la recopie aussi. La deuxième, précédée d'un moins, donne $-3x + 4$.
Indice 3
Tu dois obtenir six termes avant de réduire. N'oublie pas que x a pour coefficient 1.

Réponse
Seule la deuxième parenthèse, précédée d'un moins, change ses signes :

$$C = 5x + 1 - 3x + 4 + x - 2$$

- Termes en x : $5x - 3x + x = 3x$.
- Nombres : $1 + 4 - 2 = 3$.

On obtient $C = 3x + 3$. Contrôle avec $x = 0$: $1 - (-4) + (-2) = 3$ et $0 + 3 = 3$.

À retenir

Devant un signe plus, la parenthèse disparaît et tout reste pareil. Devant un signe moins, elle disparaît aussi, mais **chaque** terme change de signe.

Développer un produit

La distributivité simple

Devine : Multiplier une somme

Pour tout nombre x, à quoi est égal $3(x + 5)$?

A. $3x + 15$
Juste.
Le 3 multiplie chacun des deux termes : $3 \times x$ et 3×5.

B. $3x + 5$
Faux.
Le 3 a multiplié x, mais pas 5. Pour $x = 0$, $3(0 + 5) = 15$, et non 5.

C. $15x$

Faux.

Tu as multiplié 3 par 5, puis collé la lettre. Pour $x = 1$, $3(1 + 5) = 18$, et non 15.

Correction

Le 3 multiplie chacun des deux termes de la parenthèse :

$$\begin{aligned} 3(x + 5) &= 3 \times x + 3 \times 5 \\ &= 3x + 15 \end{aligned}$$

Contrôle avec $x = 1$: $3 \times 6 = 18$ et $3 + 15 = 18$.

Rappel de 1re année : multiplier une somme par un nombre, c'est multiplier chacun de ses termes par ce nombre. Par exemple, $6 \times (10 + 2) = 6 \times 10 + 6 \times 2 = 72$. On appelle cela la distributivité.

Définition : Développer et factoriser

Développer un produit, c'est l'écrire sous la forme d'une somme ou d'une différence. **Factoriser** une somme ou une différence, c'est l'écrire sous la forme d'un produit.

Pour des nombres k, a et b, la **distributivité** donne deux lectures d'une même égalité :

$$k(a + b) = ka + kb \quad \text{et} \quad k(a - b) = ka - kb.$$

Lue de gauche à droite, l'égalité **développe** ; lue de droite à gauche, elle **factorise**. Le nombre k est alors un **facteur commun** aux deux termes ka et kb.

Exemple : Développer, puis factoriser

Le nombre placé devant multiplie chaque terme, avec son signe :

$$\begin{aligned} 4(2x - 3) &= 4 \times 2x - 4 \times 3 \\ &= 8x - 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2(x + 5) &= (-2) \times x + (-2) \times 5 \\ &= -2x - 10 \end{aligned}$$

Dans $5 - 2(x - 3)$, le signe moins fait partie du facteur -2 :

$$\begin{aligned} &5 - 2(x - 3) \\ &= 5 + (-2) \times x + (-2) \times (-3) \\ &= 5 - 2x + 6 = 11 - 2x \end{aligned}$$

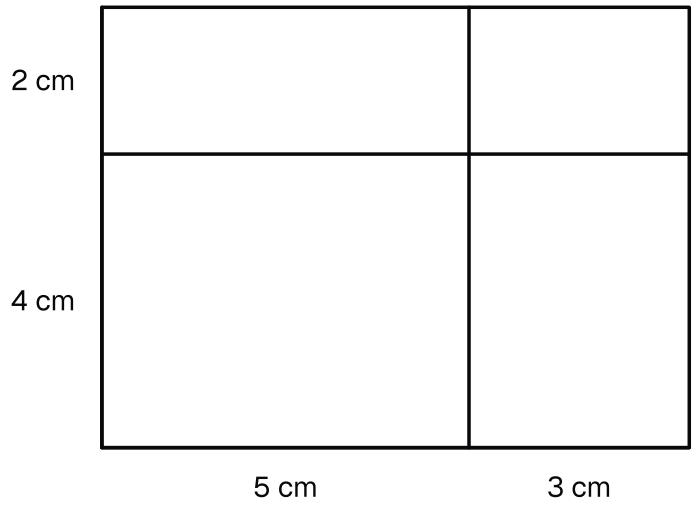
Lue dans l'autre sens, $5a + 5b = 5(a + b)$ est une factorisation : 5 est le facteur commun.

Le rectangle découpé en quatre

Rappel : l'aire d'un rectangle est le produit de sa longueur par sa largeur. Sur ton cahier, dessine un rectangle de 8 cm sur 6 cm.

Coupe sa longueur en 5 cm et 3 cm, et sa largeur en 4 cm et 2 cm. Tu obtiens quatre petits rectangles.

Leurs aires, en centimètres carrés, sont $5 \times 4 = 20$, $5 \times 2 = 10$, $3 \times 4 = 12$ et $3 \times 2 = 6$. Au total, $20 + 10 + 12 + 6 = 48$, et c'est bien 8×6.

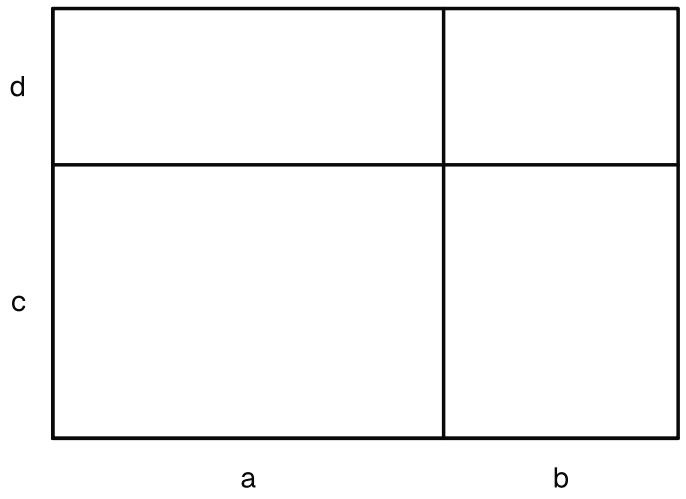


Le rectangle de 8 cm sur 6 cm, coupé en 5 + 3 sur la longueur et en 4 + 2 sur la largeur, donne quatre petits rectangles.

Refais le même dessin avec des lettres. Coupe la longueur en a et b, et la largeur en c et d. Le grand rectangle a pour côtés $a + b$ et $c + d$, donc pour aire $(a + b)(c + d)$.

Les quatre petits rectangles ont pour dimensions a sur c, a sur d, b sur c et b sur d. Leurs aires sont donc ac, ad, bc et bd. L'aire totale ne change pas quand on découpe.

Pourquoi est-ce vrai ? Un dessin ne marche que pour des longueurs positives. Or la règle doit valoir pour tous les nombres.



Le même découpage avec des lettres : côtés a + b et c + d, quatre morceaux d'aires ac, ad, bc et bd.

La double distributivité

Propriété : Double distributivité

Pour tous nombres a, b, c et d :

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd.$$

Chaque terme de la première parenthèse multiplie chaque terme de la seconde : on obtient quatre produits.

Démonstration

Idée de la preuve. On regarde d'abord la somme $a+b$ comme un seul nombre, noté k. La distributivité simple donne $k(c+d) = kc + kd$, c'est-à-dire $(a+b)(c+d) = (a+b)c + (a+b)d$. On applique encore la distributivité simple à chacun des deux termes, en plaçant le facteur seul devant la parenthèse : $(a+b)c = ac + bc$ et $(a+b)d = ad + bd$. Les étapes omises sont les changements d'ordre des facteurs, pour écrire c ou d devant la parenthèse puis pour revenir à ac, bc, ad et bd, et le rangement des quatre produits : ils ne changent pas la valeur du calcul.

Vérifie : Le premier pas, sur un exemple

Fais comme dans l'idée de la preuve : regarde $x+2$ comme un seul nombre. Par quoi peut-on remplacer $(x+2)(x+5)$?

A. $x \times x + 2 \times 5$

Faux.

Tu as multiplié seulement les premiers termes entre eux et les seconds entre eux. Pour $x = 1$, $(1 + 2)(1 + 5) = 18$, alors que $1 + 10 = 11$.

B. $(x + 2)x + 5$

Faux.

Le facteur $x + 2$ a multiplié x, mais pas 5. Pour $x = 1$, cela donne $3 + 5 = 8$, et non 18.

C. $(x + 2)x + (x + 2) \times 5$

Juste.

Avec $k = x + 2$, la distributivité simple donne $k(x + 5) = kx + k \times 5$.

Correction

On pose $k = x + 2$. La distributivité simple donne $k(x + 5) = kx + k \times 5$, c'est-à-dire :

$$(x + 2)x + (x + 2) \times 5$$

Contrôle avec $x = 1$: $3 \times 6 = 18$ et $3 + 15 = 18$.

À retenir : Ce qu'il faut retenir de l'idée de la preuve

On regarde la somme $a + b$ comme un seul nombre. On applique alors la distributivité simple en deux temps.

D'abord, on distribue $a + b$ sur c et sur d. Ensuite, on développe chacun des deux morceaux, après avoir changé l'ordre des facteurs.

Exemple : Quatre produits

Développons $(x + 4)(x + 1)$. Les quatre produits sont $x \times x$, $x \times 1$, $4 \times x$ et 4×1 :

$$\begin{aligned}(x + 4)(x + 1) &= x^2 + x + 4x + 4 \\ &= x^2 + 5x + 4\end{aligned}$$

À la deuxième ligne, on a réduit les termes en x. Contrôle avec $x = 1$: $(1 + 4)(1 + 1) = 10$ et $1 + 5 + 4 = 10$.

Développer et réduire

Méthode : Développer et réduire un produit

1. **Relier.** Trace une flèche de chaque terme du premier facteur vers chacun des termes du second : deux flèches pour $k(a + b)$, quatre pour $(a + b)(c + d)$.
2. **Écrire.** Écris un produit par flèche, avec le signe de chaque terme.
3. **Calculer.** Effectue chaque produit avec la règle des signes.

4. **Réduire.** Regroupe les termes semblables.

Exemple : Avec un signe moins

Développons et réduisons $(2x-3)(x+5)$. Ici, le second terme du premier facteur est -3.

Les quatre produits sont $2x \times x$, $2x \times 5$, $(-3) \times x$ et $(-3) \times 5$:

$$\begin{aligned}&(2x-3)(x+5)\\&= 2x^2 + 10x - 3x - 15\\&= 2x^2 + 7x - 15\end{aligned}$$

Contrôle avec $x = 1$: $(-1) \times 6 = -6$ et $2 + 7 - 15 = -6$.

Attention : Quatre produits, pas deux

Dans $(x+5)(x+2)$, chaque terme rencontre chaque terme :

$$\begin{aligned}&(x+5)(x+2)\\&= x^2 + 2x + 5x + 10\\&= x^2 + 7x + 10\end{aligned}$$

Écrire seulement $x^2 + 10$, c'est perdre deux produits. Avec $x = 1$: $6 \times 3 = 18$, alors que $1 + 10 = 11$.

Exemple : Un carré, deux facteurs égaux

Un carré est un produit de deux facteurs égaux : $(x+5)^2 = (x+5)(x+5)$.

La double distributivité donne les quatre produits $x \times x$, $x \times 5$, $5 \times x$ et 5×5 :

$$\begin{aligned}(x+5)^2 &= x^2 + 5x + 5x + 25\\&= x^2 + 10x + 25\end{aligned}$$

Contrôle avec $x = 1$: $6^2 = 36$ et $1 + 10 + 25 = 36$.

Écrire $x^2 + 25$ donnerait 26 : deux produits seraient perdus.

À toi : Un produit à développer

Développe et réduis $(3x+2)(x-4)$.

Indice 1

Utilise la double distributivité : relie chacun des deux termes de la première parenthèse à chacun des deux termes de la seconde.

Indice 2

Les quatre produits sont $3x \times x$, $3x \times (-4)$, $2 \times x$ et $2 \times (-4)$.

Indice 3

Garde les signes moins : $3x \times (-4) = -12x$ et $2 \times (-4) = -8$. Réduis ensuite les termes en x.

Réponse

Les quatre produits sont $3x \times x$, $3x \times (-4)$, $2 \times x$ et $2 \times (-4)$:

$$\begin{aligned}&(3x+2)(x-4)\\&= 3x^2 - 12x + 2x - 8\\&= 3x^2 - 10x - 8\end{aligned}$$

Contrôle avec $x = 1$: $5 \times (-3) = -15$ et $3 - 10 - 8 = -15$.

La forme développée et réduite est $3x^2 - 10x - 8$.

Coin devoir

Exemple : En devoir : développer et réduire

Consigne. Développer et réduire $E = 2(x+3) + (x-1)(x+2)$.

Rédaction.

Par la distributivité simple :

$$2(x+3) = 2x + 6$$

Par la double distributivité :

$$\begin{aligned}(x-1)(x+2) &= x^2 + 2x - x - 2\\&= x^2 + x - 2\end{aligned}$$

On ajoute les deux résultats :

$$E = 2x + 6 + x^2 + x - 2$$

On réduit :

$$E = x^2 + 3x + 4$$

Contrôle avec $x = 0$: $2 \times 3 + (-1) \times 2 = 4$, et $0 + 0 + 4 = 4$.

Remarque : Ce que ton professeur regarde

Ton professeur lit chaque ligne. Nomme la règle employée, garde les signes, et réduis jusqu'au bout. Un contrôle par une valeur, fait au brouillon, t'évite de rendre une erreur.

Factoriser une expression

Un nombre en facteur commun

Devine : Un calcul de tête

Sans calculatrice, combien vaut $47 \times 13 + 47 \times 7$?

A. 67

Faux.
Tu as ajouté $47 + 13 + 7$. Or l'expression contient des produits.

B. 940

Juste.
47 est un facteur commun : $47 \times (13 + 7) = 47 \times 20 = 940$.

C. 4277

Faux.
Tu as calculé $47 \times 13 \times 7$, comme si le signe $+$ était un signe $\times$.

Correction
Le nombre 47 apparaît dans les deux produits. On le met en facteur :

$$\begin{aligned} &47 \times 13 + 47 \times 7 \\ &= 47 \times (13 + 7) \\ &= 47 \times 20 = 940 \end{aligned}$$

Sans calculatrice, on trouve 940.

Rappel de 1re année : un facteur commun est ce qui multiplie chacun des termes d'une somme ; pour l'instant, c'est un nombre. Le placer devant une parenthèse, c'est factoriser.

C'est la distributivité, lue de droite à gauche : $ka + kb = k(a + b)$.

Exemple : Un nombre en facteur

On écrit chaque terme comme un produit par le facteur commun :

$$\begin{aligned} 5x + 15 &= 5 \times x + 5 \times 3 \\ &= 5(x + 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12a - 8 &= 4 \times 3a - 4 \times 2 \\ &= 4(3a - 2) \end{aligned}$$

Dans le second cas, 2 est aussi un facteur commun. On choisit 4, le plus grand, pour que la parenthèse soit la plus simple.

Méthode : Factoriser par un facteur commun

1. **Chercher.** Trouve ce qui se répète dans tous les termes : un nombre ou une lettre. Plus loin, ce sera aussi une parenthèse entière.

2. **Faire apparaître.** Écris chaque terme comme un produit par ce facteur.
3. **Sortir le facteur.** Place-le devant une parenthèse qui garde ce qui reste de chaque terme, avec son signe.
4. **Contrôler.** Développe ta réponse : tu dois retrouver l'expression de départ.

Une lettre en facteur commun

Exemple : Une lettre en facteur

Ici, la lettre se répète dans les deux termes :

$$\begin{aligned} x^2 + 3x &= x \times x + 3 \times x \\ &= x(x+3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4y^2 - 7y &= 4y \times y - 7 \times y \\ &= y(4y-7) \end{aligned}$$

Contrôle de la première : $x(x+3) = x \times x + x \times 3 = x^2 + 3x$.

Trouve l'erreur : Une factorisation à choisir

Quelle est la bonne factorisation de $x^2 + x$?

A. $x(x)$

Faux.
En développant, $x \times x = x^2$: le terme x a disparu. Il manque un facteur dans la parenthèse.

B. $2x$

Faux.
x^2 et x ne sont pas semblables : on ne peut pas les ajouter. Pour $x = 3$, $x^2 + x = 12$, et non 6.

C. $x(x+1)$

Juste.
$x^2 = x \times x$ et $x = x \times 1$: le facteur commun x laisse x et 1.

D. $x^2(1+x)$

Faux.
x^2 n'est pas un facteur du terme x. En développant, tu obtiens $x^2 + x^3$.

Correction

On écrit $x = x \times 1$. Le facteur commun x laisse alors x et 1 :

$$\begin{aligned} x^2 + x &= x \times x + x \times 1 \\ &= x(x+1) \end{aligned}$$

Contrôle en développant : $x(x+1) = x^2 + x$.

Une parenthèse en facteur commun

Le facteur commun peut être une parenthèse entière. Dans $(3x+2)(x-5)+4(3x+2)$, la parenthèse $(3x+2)$ apparaît dans les deux termes.

Traite-la comme un seul nombre, comme une lettre. On la sort une fois, et on garde ce qui reste.

Exemple : Une parenthèse en facteur

Pour mieux voir les parenthèses, on écrit parfois des crochets $[\,]$. Ils se lisent comme des parenthèses.

Le facteur commun est $(3x+2)$. On le sort : $(3x+2)[(x-5)+4]$. On réduit le crochet : $(x-5)+4=x-1$.

Donc :

$$\begin{aligned}&(3x+2)(x-5)+4(3x+2)\\&=(3x+2)(x-1)\end{aligned}$$

Contrôle avec $x=0$: $2\times(-5)+4\times 2=-2$, et $2\times(-1)=-2$.

Vérifie : Une parenthèse en commun

Pour tout nombre x, quelle est une factorisation de $(x+6)(2x-1)-3(x+6)$?

A. $(x+6)(2x-4)$

Juste.
On sort $(x+6)$; il reste $(2x-1)-3=2x-4$.

B. $(x+6)(2x+2)$

Faux.
Tu as ajouté 3 au lieu de le soustraire. Le terme $3(x+6)$ est précédé d'un signe moins : il reste -3.

C. $(x+6)(2x-1)(-3)$

Faux.
Tu as multiplié ce qui reste au lieu de l'ajouter avec son signe. Une factorisation garde ce qui reste de chaque terme, relié par son signe.

Correction
Le facteur commun est $(x+6)$. On le sort : $(x+6)[(2x-1)-3]$.

On réduit le crochet : $2x-1-3=2x-4$. Donc :

$$\begin{aligned}&(x+6)(2x-1)-3(x+6)\\&=(x+6)(2x-4)\end{aligned}$$

Contrôle avec $x = 0$: $6 \times (-1) - 18 = -24$ et $6 \times (-4) = -24$.

À retenir : Une parenthèse comme une lettre

Une parenthèse qui se répète se traite comme une lettre. On l'écrit une seule fois devant, puis on réunit, avec leurs signes, les morceaux qui restent.

Calculer de tête

Exemple : Le calcul mental par factorisation

Calculons $47 \times 99 + 47$ sans poser l'opération. On écrit $47 = 47 \times 1$, puis on factorise par 47 :

$$\begin{aligned} &47 \times 99 + 47 \times 1 \\ &= 47 \times (99 + 1) \\ &= 47 \times 100 = 4700 \end{aligned}$$

La factorisation transforme un calcul long en un calcul facile.

À toi : Un nombre et une lettre

Factorise le plus possible $D = 6x^2 - 9x$.

Indice 1
Cherche ce qui se répète dans les deux termes : un nombre et une lettre peuvent être communs en même temps.
Indice 2
6 et 9 sont des multiples de 3, et les deux termes contiennent x. Écris chaque terme comme un produit qui contient 3 et x.
Indice 3
Ne t'arrête pas à 3 ou à x seul : un même facteur commun peut réunir un nombre et une lettre. Contrôle en développant.

Réponse
Le facteur commun réunit un nombre et une lettre, $3x$:

$$\begin{aligned} 6x^2 &= 3x \times 2x \\ 9x &= 3x \times 3 \end{aligned}$$

On sort $3x$ devant la parenthèse :

$$D = 3x(2x - 3)$$

Contrôle : $3x \times 2x - 3x \times 3 = 6x^2 - 9x$.

Coin devoir

Exemple : En devoir : factoriser

Consigne. Factoriser $F = (x-2)(3x+1) + (x-2)(x+4)$.

Rédaction.

Le facteur commun est $(x-2)$. On le met en facteur :

$$F = (x-2)[(3x+1) + (x+4)]$$

On réduit le crochet : $(3x+1) + (x+4) = 4x+5$. Donc :

$$F = (x-2)(4x+5)$$

Contrôle avec $x = 0$: $(-2) \times 1 + (-2) \times 4 = -10$, et $(-2) \times 5 = -10$.

Dans un devoir, écris le facteur commun avant de factoriser : la personne qui corrige suit ton idée. Termine toujours en réduisant ce qui reste dans la parenthèse.

À retenir : Trois sortes de facteur commun

Un facteur commun peut être un nombre, comme dans $5x + 15 = 5(x+3)$. Ce peut être une lettre, comme dans $x^2 + 3x = x(x+3)$, ou une parenthèse entière. Dans tous les cas, un développement permet de contrôler.

Contrôler et prouver

Égales pour toutes les valeurs

Devine : Deux essais suffisent-ils ?

Avec $x = 1$, $x^2 + 2$ et $3x$ donnent toutes deux 3. Avec $x = 2$, elles donnent toutes deux 6. Sont-elles égales ?

A. Oui : pour $x = 1$ et pour $x = 2$, elles valent la même chose.
Faux.
Deux essais ne couvrent pas tous les nombres. Une autre valeur peut donner deux résultats différents.

B. Oui : elles contiennent la même lettre x, et valent 3 pour $x = 1$.
Faux.
Contenir la même lettre ne suffit pas : x et $2x$ contiennent x, et ne sont pas égales. Et une seule valeur qui donne le même résultat ne prouve rien.

C. Non : pour $x = 0$, elles diffèrent.
Juste.

Pour $x = 0$, la première vaut 2 et la seconde 0. Une seule valeur de ce genre suffit à montrer qu'elles ne sont pas égales.

Correction
Pour $x = 0$: $0^2 + 2 = 2$ et $3 \times 0 = 0$, et $2 \neq 0$.

Les deux expressions ne sont donc pas égales, même si elles coïncident pour $x = 1$ et pour $x = 2$.

Un essai qui marche ne dit rien des autres nombres. Il en existe une infinité, et tu ne peux pas tous les tester.

En revanche, un seul essai qui échoue suffit à montrer que deux expressions ne sont pas égales.

Dans une égalité, ce qui est à gauche du signe $=$ s'appelle le **membre de gauche**. Ce qui est à droite s'appelle le **membre de droite**. Voici maintenant le vocabulaire précis.

Définition : Égalité de deux expressions littérales

Deux expressions littérales sont **égales** lorsqu'elles prennent la même valeur numérique pour **toutes** les valeurs des lettres. Pour le montrer, on transforme l'une par le calcul littéral (développer, réduire, factoriser) jusqu'à obtenir l'autre.

Pour montrer que deux expressions ne sont **pas** égales, **une seule** valeur suffit, si elle donne deux résultats différents : cette valeur s'appelle un **contre-exemple**.

Par exemple, pour $x = 1$, les expressions $2x + 3$ et $5x$ valent toutes les deux 5. Pourtant, pour $x = 2$, la première vaut 7 et la seconde vaut 10 : la valeur $x = 2$ est un contre-exemple, et ces deux expressions ne sont pas égales.

Exemple : Un contre-exemple

Est-ce que $2(x + 4) = 2x + 4$ pour tout nombre x ?

Pour $x = 0$: $2(0 + 4) = 8$ et $2 \times 0 + 4 = 4$. Or $8 \neq 4$.

Donc $x = 0$ est un contre-exemple : $2(x + 4)$ et $2x + 4$ ne sont pas égales. La bonne égalité est :

$$2(x + 4) = 2x + 8$$

Contrôler et prouver

Méthode : Contrôler ou prouver une égalité

1. **Contrôler.** Après un calcul, choisis un nombre facile. Remplace la lettre par ce nombre dans l'expression donnée, puis dans ta réponse. Deux résultats différents montrent une erreur.

2. **Réfuter.** Pour montrer que deux expressions ne sont pas égales, trouve un nombre pour lequel elles ne valent pas la même chose.
3. **Prouver.** Pour montrer qu'elles sont égales, transforme l'une par le calcul littéral jusqu'à obtenir l'autre. Un essai réussi ne suffit jamais.

Exemple : Le contrôle de Nadia

Nadia développe $(x-2)(x+6)$ et trouve x^2+4x-8. Elle contrôle avec $x=1$.

- Au départ : $(1-2)(1+6)=(-1)\times 7=-7$.
- À l'arrivée : $1+4-8=-3$.

Les deux valeurs diffèrent, donc il y a une erreur. Le dernier produit est $(-2)\times 6=-12$, d'où :

$$\begin{aligned}&(x-2)(x+6)\\&=x^2+6x-2x-12\\&=x^2+4x-12\end{aligned}$$

Nouveau contrôle : $1+4-12=-7$. Cette fois, les deux valeurs concordent.

Vérifie : Ce qui prouve vraiment

Quelle réponse prouve que $3(x+2)-x=2x+6$ pour tout nombre x ?

A. Pour $x=1$, les deux membres valent 8.

Faux.
Un seul essai qui marche ne dit rien des autres valeurs.

B. $3(x+2)-x=3x+6-x=2x+6$.

Juste.
On transforme le membre de gauche par la distributivité, puis on réduit : on obtient le membre de droite.

C. $3(x+2)-x=3x+2-x=2x+2$.

Faux.
Le 3 doit multiplier aussi le 2 : $3\times 2=6$. Ce calcul ne mène pas à $2x+6$.

Correction

On développe, puis on réduit :

$$\begin{aligned}3(x+2)-x&=3x+6-x\\&=2x+6\end{aligned}$$

Ce calcul vaut pour tout nombre x : l'égalité est prouvée. Les essais, eux, servent seulement à contrôler.

Une propriété des nombres

Deux entiers sont **consécutifs** quand ils se suivent, comme 7 et 8. Ajoute trois entiers consécutifs : $4+5+6=15$, puis $10+11+12=33$.

Dans les deux cas, tu trouves le triple du nombre du milieu : $15=3\times5$ et $33=3\times11$. Est-ce vrai pour tous les entiers ? Des essais ne suffisent pas : il faut le calcul littéral.

Exemple : La preuve par le calcul littéral

Appelons n le plus petit des trois entiers. Les deux suivants sont $n+1$ et $n+2$.

Les parenthèses sont précédées du signe plus : on les retire. On réduit, puis on factorise par 3 :

$$\begin{aligned} &n+(n+1)+(n+2)\\ &=n+n+1+n+2\\ &=3n+3=3(n+1) \end{aligned}$$

Or $n+1$ est le nombre du milieu. Donc la somme de trois entiers consécutifs est toujours le triple de celui du milieu.

Mettre en expression

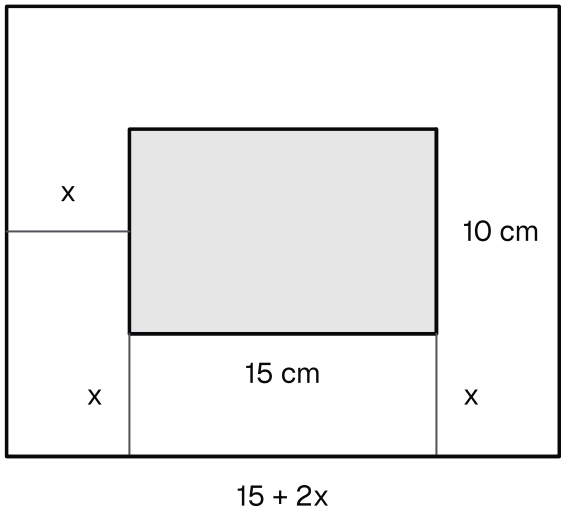
Exemple : Le cadre photo

Une photo mesure 10 cm sur 15 cm. On l'entoure d'un cadre de largeur x cm, tout autour. Dessine la situation sur ton cahier.

Le cadre ajoute x de chaque côté : le grand rectangle mesure $10+2x$ sur $15+2x$. Son aire s'obtient par la double distributivité :

$$\begin{aligned} &(10+2x)(15+2x)\\ &=150+20x+30x+4x^2\\ &=4x^2+50x+150 \end{aligned}$$

Pour l'aire du cadre seul, on retire l'aire de la photo, 150, et il reste $4x^2+50x$, en centimètres carrés.



La photo de 15 cm sur 10 cm et son cadre de largeur x : le grand rectangle mesure 15 + 2x de long sur 10 + 2x de haut.

À toi : Le tour du cadre

Avec le même cadre, montre que le périmètre extérieur vaut $8x + 50$ cm, pour toute largeur x.

Indice 1

Rappel : le périmètre d'un rectangle est le double de la somme de sa longueur et de sa largeur.

Pars des dimensions $10 + 2x$ et $15 + 2x$.

Indice 2

Le périmètre s'écrit $2[(10 + 2x) + (15 + 2x)]$. Réduis d'abord le crochet.

Indice 3

Dans le crochet, regroupe les x avec les x et les nombres avec les nombres. Puis le facteur 2 multiplie les deux termes de la parenthèse, pas seulement le premier.

Réponse

Le périmètre est le double de la somme des deux dimensions :

$$\begin{aligned} &2[(10 + 2x) + (15 + 2x)] \\ &= 2(4x + 25) \\ &= 8x + 50 \end{aligned}$$

Dans le crochet, on a regroupé les termes : $10 + 15 + 2x + 2x = 4x + 25$.

Ce calcul vaut pour toute largeur x : le périmètre extérieur vaut $8x + 50$ cm. Contrôle avec $x = 1$: $2 \times (12 + 17) = 58$ et $8 + 50 = 58$.

Coin devoir et bilan

Exemple : En devoir : prouver une égalité

Consigne. Montrer que, pour tout nombre x, $(x+5)(x-1)-4x=x^2-5$.

Rédaction.

Par la double distributivité :

$$\begin{aligned}&(x+5)(x-1)\\&=x^2-x+5x-5\\&=x^2+4x-5\end{aligned}$$

On retire $4x$ et on réduit :

$$x^2+4x-5-4x=x^2-5$$

Le membre de gauche est devenu le membre de droite : l'égalité est vraie pour tout nombre x.

Contrôle avec $x=2$: $7\times1-8=-1$ et $4-5=-1$.

À retenir : Ce que tu sais faire maintenant

Tu sais écrire une expression littérale et calculer sa valeur. Tu sais la réduire, supprimer des parenthèses, développer et factoriser.

Tu sais enfin contrôler un calcul par une valeur, réfuter avec un contre-exemple, et prouver une égalité pour tous les nombres.

SOURCES

Référentiel BURHAN du chapitre « Le calcul littéral » (2ac · general · mathematiques)