BURHAN

# Arithmétique dans $\mathbb{Z}$ : exercices, application

1ère Année Baccalauréat · Sciences Mathématiques · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1bac/sciences-mathematiques/mathematiques/arithmetique-dans-z/exercices/application

| Chapitre | Palier | Exercices |
| --- | --- | --- |
| Arithmétique dans $\mathbb{Z}$ | Application | 11 |

### Exercice 1

## Vérifier une divisibilité

#### 1.

Montrer que $-17$ divise $391$.

INDICE

Cherche un entier $k$ tel que $391 = k \times (-17)$. Commence par diviser $391$ par $17$.

CORRIGÉ

On cherche un entier relatif $k$ tel que $391 = k \times (-17)$.

On a $17 \times 23 = 391$, donc :

$$391 = (-23) \times (-17),$$

avec $-23 \in \mathbb{Z}$.

**Conclusion.** Par définition de la divisibilité, $-17$ divise $391$ : $-17 \mid 391$.

#### 2.

Montrer que $13 \nmid 200$.

INDICE

Effectue la division euclidienne de $200$ par $13$ et regarde le reste.

CORRIGÉ

**Encadrement.** On a $13 \times 15 = 195$ et $13 \times 16 = 208$, donc $195 \leq 200 < 208$.

**Division euclidienne.** On en déduit $200 = 13 \times 15 + 5$, avec $0 \leq 5 < 13$ : le quotient est $15$ et le reste est $5$.

**Conclusion.** Un entier naturel non nul $b$ divise $a$ si et seulement si le reste de $a$ par $b$ est nul. Ici le reste vaut $5 \neq 0$, donc $13 \nmid 200$.

#### 3.

Soit $a \in \mathbb{Z}$. Montrer que $a - 1$ divise $a^3 - 1$.

INDICE

Factorise $a^3 - 1$ par $a - 1$ : le second facteur est un polynôme du second degré en $a$.

CORRIGÉ

Soit $a \in \mathbb{Z}$. On développe le produit :

$$\begin{aligned}(a-1)(a^2+a+1) &= a^3 + a^2 + a \\ &\quad - a^2 - a - 1 \\ &= a^3 - 1.\end{aligned}$$

L'entier $k = a^2 + a + 1$ appartient à $\mathbb{Z}$, et $a^3 - 1 = k(a-1)$.

**Conclusion.** Pour tout $a \in \mathbb{Z}$, $a - 1$ divise $a^3 - 1$.

### Exercice 2

## Éliminer n par une combinaison linéaire

Soient $n \in \mathbb{Z}$ et $d$ un entier relatif qui divise à la fois $3n+4$ et $5n+7$.

#### 1.

Calculer $5(3n+4) - 3(5n+7)$.

INDICE

Développe chaque produit, puis regroupe les termes en $n$.

CORRIGÉ

On développe chaque produit, puis on regroupe les termes en $n$ :

$$\begin{aligned} &5(3n+4) - 3(5n+7) \\ &= 15n + 20 - 15n - 21 \\ &= -1. \end{aligned}$$

**Conclusion.** Pour tout $n \in \mathbb{Z}$, $5(3n+4) - 3(5n+7) = -1$.

#### 2.

En déduire les valeurs possibles de $d$.

INDICE

Un entier qui divise deux nombres divise toute combinaison linéaire de ces nombres. Compare ensuite $|d|$ et $1$.

CORRIGÉ

**Combinaison linéaire.** Par hypothèse, $d \mid 3n+4$ et $d \mid 5n+7$. Par la propriété des combinaisons linéaires, $d$ divise $5(3n+4) - 3(5n+7)$, c'est-à-dire, d'après la question 1 :

$$d \mid -1.$$

**Comparaison des valeurs absolues.** Comme $-1 \neq 0$, on obtient $|d| \leq 1$. De plus $d \neq 0$, car $0$ ne divise que $0$. Donc $|d| = 1$.

**Conclusion.** Les valeurs possibles de $d$ sont $1$ et $-1$.

### 3.

Contrôler ce résultat pour $n = 6$, en cherchant les diviseurs positifs communs à $3n + 4$ et à $5n + 7$.

INDICE

Pour $n = 6$, calcule les deux entiers, puis liste les diviseurs positifs du plus petit.

CORRIGÉ

Pour $n = 6$, on a $3n + 4 = 22$ et $5n + 7 = 37$.

**Diviseurs de $22$.** Comme $22 = 2 \times 11$, les diviseurs positifs de $22$ sont $1$, $2$, $11$ et $22$.

**Lesquels divisent $37$ ?** On divise $37$ par chacun d'eux, sauf $1$ :

$$37 = 2 \times 18 + 1$$
$$37 = 11 \times 3 + 4$$
$$37 = 22 \times 1 + 15$$

Aucun de ces restes n'est nul : seul $1$ divise $37$.

**Conclusion.** Pour $n = 6$, le seul diviseur positif commun à $22$ et à $37$ est $1$, comme le prévoit la question 2.

Exercice 3

## Division euclidienne d'un entier négatif

### 1.

Effectuer la division euclidienne de $215$ par $12$.

INDICE

Cherche le plus grand multiple de $12$ inférieur ou égal à $215$.

CORRIGÉ

**Encadrement.** On a $12 \times 17 = 204$ et $12 \times 18 = 216$, donc $204 \leq 215 < 216$.

**Division euclidienne.**

$$215 = 12 \times 17 + 11,$$

avec $0 \leq 11 < 12$.

**Conclusion.** Dans la division euclidienne de $215$ par $12$, le quotient est $17$ et le reste est $11$.

### 2.

Effectuer la division euclidienne de $-215$ par $12$.

INDICE

Encadre $-215$ entre deux multiples consécutifs de $12$ : le quotient est négatif, le reste ne l'est pas.

CORRIGÉ

**Encadrement.** On a $12 \times (-18) = -216$ et $12 \times (-17) = -204$, donc $-216 \leq -215 < -204$.

**Division euclidienne.** On en déduit $-215 = 12 \times (-18) + 1$, avec $0 \leq 1 < 12$.

**Conclusion.** Dans la division euclidienne de $-215$ par $12$, le quotient est $-18$ et le reste est $1$.

### 3.

Un élève écrit $-215 = 12 \times (-17) - 11$. Cette égalité est-elle juste ? Donne-t-elle la division euclidienne de $-215$ par $12$ ?

INDICE

Calcule le membre de droite, puis vérifie la condition imposée au reste.

CORRIGÉ

**L'égalité.** On calcule le membre de droite :

$$\begin{aligned} 12 \times (-17) - 11 &= -204 - 11 \\ &= -215. \end{aligned}$$

L'égalité est donc juste.

**La condition sur le reste.** On peut écrire $-215 = 12 \times (-17) + (-11)$, mais $-11 < 0$ : la condition $0 \leq r < 12$ n'est pas satisfaite.

**Conclusion.** L'égalité de l'élève est juste, mais elle ne donne pas la division euclidienne de $-215$ par $12$, qui est celle de la question 2.

### Exercice 4

## Tester la primalité de deux entiers

### 1.

Donner la liste des nombres premiers $p$ tels que $p^2 \leq 331$.

INDICE

Calcule les carrés des nombres premiers successifs, jusqu'au premier qui dépasse $331$.

CORRIGÉ

Les nombres premiers successifs sont $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, \ldots$ On a :

$$17^2 = 289 \leq 331$$
$$19^2 = 361 > 331$$

Tout nombre premier $p \geq 19$ vérifie donc $p^2 \geq 361 > 331$.

**Conclusion.** Les nombres premiers $p$ tels que $p^2 \leq 331$ sont $2, 3, 5, 7, 11, 13$ et $17$.

### 2.

L'entier $331$ est-il premier ?

INDICE

Divise $331$ par chacun des nombres de la question 1 et regarde les restes.

CORRIGÉ

On divise $331$ par chacun des nombres premiers de la question 1 :

$$331 = 2 \times 165 + 1$$
$$331 = 3 \times 110 + 1$$
$$331 = 5 \times 66 + 1$$
$$331 = 7 \times 47 + 2$$
$$331 = 11 \times 30 + 1$$
$$331 = 13 \times 25 + 6$$
$$331 = 17 \times 19 + 8$$

Aucun reste n'est nul : aucun nombre premier $p$ tel que $p^2 \leq 331$ ne divise $331$.

**Conclusion.** D'après le test de primalité, l'entier $331$ est premier.

### 3.

L'entier $323$ est-il premier ?

INDICE

Les nombres premiers à tester sont les mêmes qu'à la question 1, car $17^2 \leq 323 < 19^2$.

CORRIGÉ

**Les nombres premiers à tester.** On a $17^2 = 289 \leq 323$ et $19^2 = 361 > 323$ : ce sont $2$, $3$, $5$, $7$, $11$, $13$ et $17$.

**Les divisions.**

$$\begin{aligned} 323 &= 2 \times 161 + 1 \\ 323 &= 3 \times 107 + 2 \\ 323 &= 5 \times 64 + 3 \\ 323 &= 7 \times 46 + 1 \\ 323 &= 11 \times 29 + 4 \\ 323 &= 13 \times 24 + 11 \\ 323 &= 17 \times 19 \end{aligned}$$

La dernière division a un reste nul : $17 \mid 323$.

**Conclusion.** L'entier $323$ admet le diviseur $17$, avec $1 < 17 < 323$ : il n'est pas premier, il est composé.

### Exercice 5

## Décomposer deux entiers en facteurs premiers

#### 1.

Décomposer $3\,528$ en produit de facteurs premiers.

INDICE

Divise par $2$ autant de fois que possible, puis par $3$.

CORRIGÉ

**Division par $2$.**

$$\begin{aligned} 3\,528 &= 2 \times 1\,764 \\ &= 2^2 \times 882 \\ &= 2^3 \times 441 \end{aligned}$$

et $441$ est impair.

**Division par $3$.**

$$\begin{aligned} 441 &= 3 \times 147 \\ &= 3^2 \times 49 \\ &= 3^2 \times 7^2 \end{aligned}$$

**Conclusion.** La décomposition de $3\,528$ en produit de facteurs premiers est :

$$3\,528 = 2^3 \times 3^2 \times 7^2.$$

#### 2.

Décomposer $5\,445$ en produit de facteurs premiers.

INDICE

L'entier est impair et se termine par $5$ : commence par diviser par $5$.

CORRIGÉ

**Division par $5$.** On a $5\,445 = 5 \times 1\,089$, et $1\,089$ n'est pas multiple de $5$.

**Division par $3$.**

$$\begin{aligned} 1\,089 &= 3 \times 363 \\ &= 3^2 \times 121 \\ &= 3^2 \times 11^2 \end{aligned}$$

**Conclusion.** La décomposition de $5\,445$ en produit de facteurs premiers est :

$$5\,445 = 3^2 \times 5 \times 11^2.$$

### 3.

Montrer que $3\,528 \times 2$ est le carré d'un entier.

INDICE

Écris la décomposition de $3\,528 \times 2$ : quand tous les exposants sont pairs, regroupe les facteurs pour faire apparaître un carré.

CORRIGÉ

D'après la question 1, $3\,528 \times 2 = 2^3 \times 3^2 \times 7^2 \times 2$, donc :

$$3\,528 \times 2 = 2^4 \times 3^2 \times 7^2.$$

Tous les exposants sont pairs : $2^4 = (2^2)^2$, et un produit de carrés est le carré du produit.

**Conclusion.** $3\,528 \times 2 = (2^2 \times 3 \times 7)^2 = 84^2$ : c'est le carré de l'entier $84$.

### Exercice 6

## Les diviseurs positifs de 675

### 1.

Décomposer $675$ en produit de facteurs premiers.

INDICE

L'entier se termine par $5$ et la somme de ses chiffres est un multiple de $3$.

CORRIGÉ

L'entier $675$ est divisible par $3$, car la somme de ses chiffres vaut $18$ :

$$\begin{aligned} 675 &= 3 \times 225 \\ &= 3^2 \times 75 \\ &= 3^3 \times 25 \\ &= 3^3 \times 5^2. \end{aligned}$$

**Conclusion.** $675 = 3^3 \times 5^2$.

### 2.

Combien $675$ a-t-il de diviseurs positifs ?

INDICE

Ajoute $1$ à chaque exposant de la décomposition, puis multiplie.

CORRIGÉ

D'après la propriété des diviseurs d'un entier, un entier de décomposition $p_1^{\alpha_1} \cdots p_r^{\alpha_r}$ a $(\alpha_1 + 1) \cdots (\alpha_r + 1)$ diviseurs positifs. Pour $675 = 3^3 \times 5^2$ :

$$(3+1)(2+1) = 12.$$

**Conclusion.** L'entier $675$ a $12$ diviseurs positifs.

### 3.

Donner la liste de ces diviseurs.

INDICE

Les diviseurs positifs sont les produits $3^{\beta} \times 5^{\gamma}$, avec $0 \leq \beta \leq 3$ et $0 \leq \gamma \leq 2$ : range-les dans un tableau.

CORRIGÉ

Les diviseurs positifs de $675$ sont les entiers $3^{\beta} \times 5^{\gamma}$, avec $0 \leq \beta \leq 3$ et $0 \leq \gamma \leq 2$. On les range dans un tableau :

| | $3^0$ | $3^1$ | $3^2$ | $3^3$ |
|---|---|---|---|---|
| $5^0$ | $1$ | $3$ | $9$ | $27$ |
| $5^1$ | $5$ | $15$ | $45$ | $135$ |
| $5^2$ | $25$ | $75$ | $225$ | $675$ |

**Conclusion.** Les $12$ diviseurs positifs de $675$ sont $1$, $3$, $9$, $27$, $5$, $15$, $45$, $135$, $25$, $75$, $225$ et $675$.

### Exercice 7

## Un PGCD par l'algorithme d'Euclide

### 1.

Calculer $2\,431 \wedge 1\,001$ par l'algorithme d'Euclide.

INDICE

Divise $2\,431$ par $1\,001$, puis le diviseur par le reste, jusqu'à un reste nul.

CORRIGÉ

On divise chaque fois le diviseur précédent par le reste obtenu :

$$\begin{aligned} 2\,431 &= 1\,001 \times 2 + 429 \\ 1\,001 &= 429 \times 2 + 143 \\ 429 &= 143 \times 3 + 0 \end{aligned}$$

Le dernier reste non nul est $143$.

**Conclusion.** D'après l'algorithme d'Euclide, $2\,431 \wedge 1\,001 = 143$.

### 2.

En déduire la liste des diviseurs positifs communs à $2\,431$ et à $1\,001$.

INDICE

Les diviseurs communs à deux entiers sont exactement les diviseurs de leur PGCD. Décompose $143$.

CORRIGÉ

**Diviseurs communs.** D'après la propriété des diviseurs communs, les diviseurs communs à $2\,431$ et à $1\,001$ sont exactement les diviseurs de leur PGCD, c'est-à-dire de $143$.

**Diviseurs de $143$.** On a $143 = 11 \times 13$, avec $11$ et $13$ premiers : les diviseurs positifs de $143$ sont $1$, $11$, $13$ et $143$.

**Conclusion.** Les diviseurs positifs communs à $2\,431$ et à $1\,001$ sont $1$, $11$, $13$ et $143$.

### 3.

En déduire $4\,862 \wedge 2\,002$, sans nouvelle division.

INDICE

Fais apparaître un facteur commun aux deux entiers.

CORRIGÉ

On a $4\,862 = 2 \times 2\,431$ et $2\,002 = 2 \times 1\,001$. D'après la propriété du PGCD et de la multiplication par un entier naturel non nul :

$$\begin{aligned} &4\,862 \wedge 2\,002 \\ &= 2 \times (2\,431 \wedge 1\,001) \\ &= 2 \times 143 \\ &= 286. \end{aligned}$$

**Conclusion.** $4\,862 \wedge 2\,002 = 286$.

### Exercice 8

## PGCD et PPCM par les décompositions

### 1.

Décomposer $84$ et $90$ en produits de facteurs premiers.

INDICE

Commence par diviser chacun d'eux par $2$.

CORRIGÉ

**Décomposition de $84$.**

$$\begin{aligned} 84 &= 2 \times 42 \\ &= 2^2 \times 21 \\ &= 2^2 \times 3 \times 7 \end{aligned}$$

**Décomposition de $90$.**

$$\begin{aligned} 90 &= 2 \times 45 \\ &= 2 \times 3^2 \times 5 \end{aligned}$$

**Conclusion.** $84 = 2^2 \times 3 \times 7$ et $90 = 2 \times 3^2 \times 5$.

### 2.

Calculer $84 \wedge 90$ et $84 \vee 90$, puis contrôler le résultat.

INDICE

Écris les deux entiers avec les nombres premiers $2$, $3$, $5$ et $7$, quitte à mettre des exposants nuls.

CORRIGÉ

**Mêmes nombres premiers.** On écrit les deux entiers avec $2$, $3$, $5$ et $7$, quitte à utiliser des exposants nuls :

$$84 = 2^2 \times 3 \times 5^0 \times 7$$
$$90 = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7^0$$

**PGCD : plus petits exposants.**

$$84 \wedge 90 = 2 \times 3 = 6$$

**PPCM : plus grands exposants.**

$$\begin{aligned} 84 \vee 90 &= 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \\ &= 1\,260 \end{aligned}$$

**Contrôle.** Le produit du PGCD et du PPCM est égal au produit des deux entiers : $6 \times 1\,260 = 7\,560$ et $84 \times 90 = 7\,560$.

**Conclusion.** $84 \wedge 90 = 6$ et $84 \vee 90 = 1\,260$.

### 3.

Déterminer les multiples communs à $84$ et à $90$ compris entre $3\,000$ et $5\,000$.

INDICE

Les multiples communs à deux entiers sont exactement les multiples de leur PPCM.

CORRIGÉ

D'après la propriété des multiples communs, les multiples communs à $84$ et à $90$ sont exactement les multiples de $84 \vee 90 = 1\,260$.

On a :

$$1\,260 \times 2 = 2\,520$$
$$1\,260 \times 3 = 3\,780$$
$$1\,260 \times 4 = 5\,040$$

Or $2\,520 < 3\,000$ et $5\,040 > 5\,000$ : les multiples plus petits que $2\,520$ ou plus grands que $5\,040$ sont encore plus loin.

**Conclusion.** Le seul multiple commun à $84$ et à $90$ compris entre $3\,000$ et $5\,000$ est $3\,780$.

### Exercice 9

## Reconnaître une congruence

**1.**

Montrer que $143 \equiv -1\ [12]$.

INDICE

Calcule la différence $143 - (-1)$.

CORRIGÉ

On calcule la différence :

$$143 - (-1) = 144 = 12 \times 12.$$

Donc $12$ divise $143 - (-1)$.

**Conclusion.** Par définition de la congruence, $143 \equiv -1\ [12]$.

**2.**

Trouver l'entier $r$ tel que $0 \leq r < 9$ et $-58 \equiv r\ [9]$.

INDICE

Effectue la division euclidienne de $-58$ par $9$ : le reste convient.

CORRIGÉ

**Division euclidienne.** On a $9 \times (-7) = -63$ et $9 \times (-6) = -54$, donc $-63 \leq -58 < -54$. Ainsi :

$$-58 = 9 \times (-7) + 5,$$

avec $0 \leq 5 < 9$.

**Conclusion.** D'après la propriété de la congruence et du reste, $-58 \equiv 5\ [9]$, avec $0 \leq 5 < 9$ : $r = 5$.

**3.**

A-t-on $2\,018 \equiv 53\ [15]$ ? A-t-on $2\,018 \equiv 53\ [14]$ ?

INDICE

Calcule $2\,018 - 53$, puis divise-le par $15$ et par $14$.

CORRIGÉ

On calcule la différence $2\,018 - 53 = 1\,965$.

**Modulo** $15$**.** On a $1\,965 = 15 \times 131$, donc $15 \mid 2\,018 - 53$, et $2\,018 \equiv 53\ [15]$.

**Modulo** $14$**.** On a $1\,965 = 14 \times 140 + 5$, avec un reste non nul. Donc $14 \nmid 2\,018 - 53$, et $2\,018 \not\equiv 53\ [14]$.

**Conclusion.** On a $2\,018 \equiv 53\ [15]$, mais $2\,018 \not\equiv 53\ [14]$.

### Exercice 10

## Un reste sans grand calcul

### 1.

Déterminer les restes des divisions euclidiennes de $1\,234$, de $5\,678$ et de $999$ par $7$.

INDICE

Cherche pour chaque entier le plus grand multiple de $7$ qui lui est inférieur ou égal.

CORRIGÉ

On écrit les trois divisions euclidiennes par $7$ :

$$\begin{aligned} 1\,234 &= 7 \times 176 + 2 \\ 5\,678 &= 7 \times 811 + 1 \\ 999 &= 7 \times 142 + 5 \end{aligned}$$

Les trois restes sont compris entre $0$ et $6$.

**Conclusion.** Les restes sont $2$ pour $1\,234$, $1$ pour $5\,678$ et $5$ pour $999$.

### 2.

En déduire que $7$ divise $1\,234 \times 5\,678 + 999$.

INDICE

Chaque entier est congru à son reste modulo $7$ ; la congruence est compatible avec le produit et la somme.

CORRIGÉ

D'après la question 1 et la propriété de la congruence et du reste :

$$\begin{aligned} 1\,234 &\equiv 2 \ [7] \\ 5\,678 &\equiv 1 \ [7] \\ 999 &\equiv 5 \ [7] \end{aligned}$$

Par compatibilité de la congruence avec la multiplication et l'addition :

$$\begin{aligned} & 1\,234 \times 5\,678 + 999 \\ &\equiv 2 \times 1 + 5 \ [7] \\ &\equiv 7 \ [7] \\ &\equiv 0 \ [7]. \end{aligned}$$

**Conclusion.** $7$ divise $1\,234 \times 5\,678 + 999$.

### 3.

Déterminer le reste de la division euclidienne de $13^{15}$ par $7$.

INDICE

Trouve un entier très simple congru à $13$ modulo $7$.

CORRIGÉ

**Un entier simple congru à $13$.** On a $13-(-1)=14=7\times 2$, donc $13\equiv -1\ [7]$.

**Puissance.** Par compatibilité avec les puissances, puis parce que $-1=7\times(-1)+6$ :

$$\begin{aligned} 13^{15} &\equiv (-1)^{15}\ [7] \\ &\equiv -1\ [7] \\ &\equiv 6\ [7]. \end{aligned}$$

**Conclusion.** Comme $0\leq 6<7$, le reste de la division euclidienne de $13^{15}$ par $7$ est $6$.

### Exercice 11

## La table de multiplication de $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$

### 1.

Dresser la table de multiplication de $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$.

INDICE

Dans la case de la ligne $\overline{a}$ et de la colonne $\overline{b}$, écris la classe $\overline{r}$, où $r$ est le reste de $ab$ par $6$.

CORRIGÉ

Pour remplir la case de la ligne $\overline{a}$ et de la colonne $\overline{b}$, on utilise $\overline{a} \times \overline{b} = \overline{ab}$, puis on remplace $ab$ par son reste dans la division par $6$. Par exemple, $\overline{4} \times \overline{5} = \overline{20} = \overline{2}$, car $20 = 6 \times 3 + 2$.

| $\times$ | $\overline{0}$ | $\overline{1}$ | $\overline{2}$ | $\overline{3}$ | $\overline{4}$ | $\overline{5}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\overline{0}$ | $\overline{0}$ | $\overline{0}$ | $\overline{0}$ | $\overline{0}$ | $\overline{0}$ | $\overline{0}$ |
| $\overline{1}$ | $\overline{0}$ | $\overline{1}$ | $\overline{2}$ | $\overline{3}$ | $\overline{4}$ | $\overline{5}$ |
| $\overline{2}$ | $\overline{0}$ | $\overline{2}$ | $\overline{4}$ | $\overline{0}$ | $\overline{2}$ | $\overline{4}$ |
| $\overline{3}$ | $\overline{0}$ | $\overline{3}$ | $\overline{0}$ | $\overline{3}$ | $\overline{0}$ | $\overline{3}$ |
| $\overline{4}$ | $\overline{0}$ | $\overline{4}$ | $\overline{2}$ | $\overline{0}$ | $\overline{4}$ | $\overline{2}$ |
| $\overline{5}$ | $\overline{0}$ | $\overline{5}$ | $\overline{4}$ | $\overline{3}$ | $\overline{2}$ | $\overline{1}$ |

### 2.

Résoudre dans $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$ l'équation $x \times \overline{3} = \overline{0}$.

INDICE

Lis la colonne de $\overline{3}$ dans la table.

CORRIGÉ

Dans la colonne de $\overline{3}$, on lit, ligne après ligne, $\overline{0}$, $\overline{3}$, $\overline{0}$, $\overline{3}$, $\overline{0}$, $\overline{3}$. Le produit $x \times \overline{3}$ vaut $\overline{0}$ pour les lignes $\overline{0}$, $\overline{2}$ et $\overline{4}$.

**Conclusion.** Dans $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$, les solutions de $x \times \overline{3} = \overline{0}$ sont $\overline{0}$, $\overline{2}$ et $\overline{4}$.

### 3.

Calculer $\overline{4} + \overline{5} \times \overline{3}$ dans $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$.

INDICE

Comme dans $\mathbb{Z}$, la multiplication passe avant l'addition.

CORRIGÉ

La multiplication passe avant l'addition. D'après la table, puis parce que $7 = 6 \times 1 + 1$ :

$$\begin{aligned} &\overline{4} + \overline{5} \times \overline{3} \\ &= \overline{4} + \overline{15} \\ &= \overline{4} + \overline{3} \\ &= \overline{7} = \overline{1}. \end{aligned}$$

**Conclusion.** Dans $\mathbb{Z}/6\mathbb{Z}$, $\overline{4} + \overline{5} \times \overline{3} = \overline{1}$.