BURHAN

Résumé : Vecteurs de l'espace

1ère Année Baccalauréat · Sciences Expérimentales · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1bac/sciences-experimentales/mathematiques/vecteurs-de-l-espace/resume

Chapitre	Semestre
Vecteurs de l'espace	Semestre 2

Vecteurs et calcul vectoriel

> **À retenir : Comme dans le plan**
>
> Un vecteur de l'espace se manipule comme un vecteur du plan. Il traduit un déplacement : une direction, un sens, une longueur. La relation de Chasles et les règles de calcul ne changent pas.
>
> Une seule nouveauté : les points étudiés ne sont plus forcément dans un même plan. Trace donc toujours la figure sur ton cahier.

Définition : Vecteurs de l'espace et égalité de deux vecteurs

Comme dans le plan, à deux points A et B de l'espace on associe le **vecteur** $\overrightarrow{AB}$. Lorsque $A \neq B$, il est défini par sa direction (celle de la droite (AB)), son sens (de A vers B) et sa longueur AB. Le vecteur $\overrightarrow{AA}$ est le **vecteur nul**, noté $\vec{0}$. Un vecteur se note aussi par une seule lettre, par exemple $\vec{u}$.

Soit A, B, C, D quatre points de l'espace. On dit que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ lorsque les segments $[AD]$ et $[BC]$ ont le même milieu, c'est-à-dire lorsque $ABDC$ est un parallélogramme, éventuellement aplati.

Propriété : Point défini par un vecteur

Soit A un point de l'espace et $\vec{u}$ un vecteur. Il existe un **unique** point M de l'espace tel que $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$.

Définition : Somme de deux vecteurs et relation de Chasles

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs et A un point de l'espace. On construit le point B tel que $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$, puis le point C tel que $\overrightarrow{BC} = \vec{v}$. La **somme** $\vec{u} + \vec{v}$ est le vecteur $\overrightarrow{AC}$; on admet qu'il ne dépend pas du point A choisi.

Ainsi, pour tous points A, B, C de l'espace, on a la **relation de Chasles** :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}.$$

L'**opposé** de $\overrightarrow{AB}$ est le vecteur $\overrightarrow{BA}$, noté $-\overrightarrow{AB}$; on pose $\vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v})$.

Définition : Produit d'un vecteur par un réel

Soit $\vec{u}$ un vecteur non nul et k un réel non nul. Le vecteur $k\,\vec{u}$ a la même direction que $\vec{u}$; il a le même sens que $\vec{u}$ si $k > 0$, le sens contraire si $k < 0$; sa longueur est celle de $\vec{u}$ multipliée par $|k|$.

On pose de plus $0\,\vec{u} = \vec{0}$ et $k\,\vec{0} = \vec{0}$ pour tout réel k.

Propriété : Règles de calcul vectoriel

Pour tous vecteurs $\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$ de l'espace et tous réels k et k' :

- $\vec{u} + \vec{v} = \vec{v} + \vec{u}$;
- $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$;
- $\vec{u} + \vec{0} = \vec{u}$ et $\vec{u} + (-\vec{u}) = \vec{0}$;
- $k\,(\vec{u} + \vec{v}) = k\,\vec{u} + k\,\vec{v}$;
- $(k + k')\,\vec{u} = k\,\vec{u} + k'\,\vec{u}$;
- $k\,(k'\,\vec{u}) = (kk')\,\vec{u}$ et $1\,\vec{u} = \vec{u}$;
- $k\,\vec{u} = \vec{0}$ si et seulement si $k = 0$ ou $\vec{u} = \vec{0}$.

Méthode : simplifier une somme de vecteurs

1. **Change** chaque soustraction en addition : $-\overrightarrow{ML} = \overrightarrow{LM}$.
2. **Range** les termes pour que chaque vecteur parte du point où arrive le précédent.
3. **Enchaîne** la relation de Chasles jusqu'à obtenir un seul vecteur.
4. **Regroupe** les vecteurs égaux ou opposés grâce aux règles de calcul.

Exemple

Énoncé. K, L, M, N sont quatre points de l'espace. Simplifie

$$\vec{u} = \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{ML} + 2\,\overrightarrow{NK}.$$

Soustraction. On a $-\overrightarrow{ML} = \overrightarrow{LM}$, donc

$$\begin{aligned}\vec{u} &= \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LM} \\ &\quad + \overrightarrow{MN} + 2\,\overrightarrow{NK}.\end{aligned}$$

Chasles. D'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LM} + \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{KN}$.

Conclusion. Comme $\overrightarrow{NK} = -\overrightarrow{KN}$, les règles de calcul donnent

$$\begin{aligned}\vec{u} &= \overrightarrow{KN} - 2\,\overrightarrow{KN} \\ &= -\overrightarrow{KN} = \overrightarrow{NK}.\end{aligned}$$

Attention : L'ordre des sommets

Si $\overrightarrow{KL} = \overrightarrow{MN}$, le parallélogramme n'est pas $KLMN$ mais $KLNM$. Ce sont les segments $[KN]$ et $[LM]$ qui ont le même milieu. Avant de nommer le quadrilatère, suis son contour sur ta figure.

Attention : Des lettres qui s'enchaînent

En général, $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RS}$ ne vaut pas $\overrightarrow{PS}$. La relation de Chasles demande que le second vecteur parte du point d'arrivée du premier. Sinon, remplace d'abord un vecteur par un vecteur égal qui s'enchaîne.

Règle du parallélogramme et milieu

Propriété : Règle du parallélogramme

Soit A, B, C, D quatre points de l'espace. Alors

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$$

si et seulement si

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD},$$

c'est-à-dire si et seulement si $ABDC$ est un parallélogramme, éventuellement aplati.

Propriété : Milieu d'un segment

Soit A et B deux points de l'espace et I le milieu du segment $[AB]$. Alors $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$ et, **pour tout point** M de l'espace,

$$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\,\overrightarrow{MI}.$$

Exemple

Énoncé. Les points K, L, M, N vérifient $\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{KM} = \overrightarrow{KN}$. Quel quadrilatère forment-ils ?

Règle. D'après la règle du parallélogramme, l'égalité équivaut à $\overrightarrow{KM} = \overrightarrow{LN}$.

Conclusion. $KLNM$ est un parallélogramme, éventuellement aplati : les segments $[KN]$ et $[LM]$ ont le même milieu.

Exemple

Énoncé. I est le milieu de $[UV]$ et J celui de $[XY]$. Ces quatre points ne sont pas forcément dans un même plan. Exprime $\overrightarrow{UX} + \overrightarrow{VY}$ à l'aide de $\overrightarrow{IJ}$.

Chasles. D'après la relation de Chasles :

$$\overrightarrow{UX} = \overrightarrow{UI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JX},$$
$$\overrightarrow{VY} = \overrightarrow{VI} + \overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{JY}.$$

Milieux. D'après la propriété du milieu, $\overrightarrow{IU} + \overrightarrow{IV} = \vec{0}$, donc $\overrightarrow{UI} + \overrightarrow{VI} = \vec{0}$. De même, $\overrightarrow{JX} + \overrightarrow{JY} = \vec{0}$.

Conclusion. En additionnant les deux égalités :

$$\overrightarrow{UX} + \overrightarrow{VY} = 2\,\overrightarrow{IJ}.$$

Colinéarité, alignement, droites parallèles

Définition : Vecteurs colinéaires

Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ de l'espace sont **colinéaires** s'il existe un réel k tel que $\vec{v} = k\,\vec{u}$ ou $\vec{u} = k\,\vec{v}$.

Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur. Deux vecteurs non nuls sont colinéaires lorsqu'ils ont la même direction.

Propriété : Définition vectorielle d'une droite

Soit A un point de l'espace et $\vec{u}$ un vecteur non nul. L'ensemble des points M de l'espace tels que $\overrightarrow{AM} = t\,\vec{u}$, où t est un réel, est une droite : c'est la droite passant par A et de **vecteur directeur** $\vec{u}$, notée $D(A, \vec{u})$.

En particulier, si $A \neq B$, la droite (AB) est la droite $D(A, \overrightarrow{AB})$. Trois points A, B, C, avec $A \neq B$, sont **alignés** si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

Propriété : Droites parallèles

Soit $D(A, \vec{u})$ et $D(B, \vec{v})$ deux droites de l'espace. Elles sont **parallèles** si et seulement si leurs vecteurs directeurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

Méthode : prouver un alignement

1. **Choisis** un point commun aux deux vecteurs, par exemple M, et forme $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MT}$.
2. **Décompose** ces deux vecteurs sur les mêmes vecteurs connus, par la relation de Chasles.
3. **Cherche** un réel k tel que $\overrightarrow{MT} = k\,\overrightarrow{MN}$.
4. **Conclus** par la définition vectorielle d'une droite : les trois points sont alignés.

Exemple

Énoncé. R, S, T sont trois points non alignés. Les points M et N vérifient $\overrightarrow{RM} = 2\,\overrightarrow{RS}$ et $\overrightarrow{RN} = \overrightarrow{RS} + \frac{1}{2}\,\overrightarrow{RT}$. Les points M, N, T sont-ils alignés ?

Vecteurs issus de M. D'après la relation de Chasles, avec $\overrightarrow{MR} = -2\,\overrightarrow{RS}$:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MN} &= \overrightarrow{MR} + \overrightarrow{RN}\\ &= -\overrightarrow{RS} + \frac{1}{2}\,\overrightarrow{RT},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\overrightarrow{MT} &= \overrightarrow{MR} + \overrightarrow{RT}\\ &= -2\,\overrightarrow{RS} + \overrightarrow{RT}.\end{aligned}$$

Comparaison. En multipliant la première égalité par 2, on obtient $\overrightarrow{MT} = 2\,\overrightarrow{MN}$: ces deux vecteurs sont colinéaires.

Conclusion. D'après la définition vectorielle d'une droite, M, N, T sont alignés. De plus, N est le milieu de $[MT]$.

Méthode : prouver que deux droites sont parallèles

1. **Prends** un vecteur directeur de chaque droite, par exemple $\overrightarrow{PQ}$ pour (PQ) et $\overrightarrow{LM}$ pour (LM).
2. **Exprime**-les à l'aide des mêmes vecteurs connus.
3. **Trouve** un réel k tel que $\overrightarrow{PQ} = k\,\overrightarrow{LM}$.
4. **Conclus** avec la propriété des droites parallèles. Si elles ont en plus un point commun, elles sont confondues.

Exemple

Énoncé. K, L, M sont trois points non alignés. On place P et Q tels que $\overrightarrow{KP} = 3\,\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KQ} = 3\,\overrightarrow{KM}$. Compare les droites (PQ) et (LM).

Calcul. D'après la relation de Chasles et les règles de calcul :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{PQ} &= \overrightarrow{PK} + \overrightarrow{KQ}\\ &= 3\,\overrightarrow{LK} + 3\,\overrightarrow{KM}\\ &= 3\,\overrightarrow{LM}.\end{aligned}$$

Conclusion. Les vecteurs $\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{LM}$ sont colinéaires. D'après la propriété des droites parallèles, (PQ) et (LM) sont parallèles.

Attention : Colinéaires ne veut pas dire alignés

Dans l'exemple précédent, $\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{LM}$ sont colinéaires. Pourtant, P, Q, L, M ne sont pas alignés : les deux droites sont parallèles et distinctes. Pour un alignement, compare deux vecteurs qui partent d'un même point.

Plans et coplanarité

Propriété : Définition vectorielle d'un plan

Soit A, B, C trois points **non alignés** de l'espace. Le plan (ABC) est l'ensemble des points M de l'espace pour lesquels il existe deux réels x et y tels que

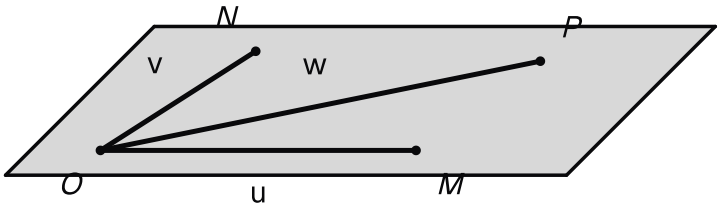
$$\overrightarrow{AM} = x\,\overrightarrow{AB} + y\,\overrightarrow{AC}.$$

Plus généralement, si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs **non colinéaires**, l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{AM} = x\,\vec{u} + y\,\vec{v}$, avec x et y réels, est un plan, noté $P(A, \vec{u}, \vec{v})$; on dit que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ **dirigent** ce plan.

Définition : Vecteurs coplanaires

Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ trois vecteurs et O un point de l'espace. On construit les points M, N, P tels que $\overrightarrow{OM} = \vec{u}$, $\overrightarrow{ON} = \vec{v}$ et $\overrightarrow{OP} = \vec{w}$. Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ sont **coplanaires** lorsque les quatre points O, M, N, P sont dans un même plan. On admet que cela ne dépend pas du point O choisi.

En particulier, quatre points A, B, C, D sont **coplanaires** (situés dans un même plan) si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires.



Trois vecteurs coplanaires : reportés depuis O, ils mènent à M, N et P, posés dans le même plan que O.

Propriété : Coplanarité et combinaison de deux vecteurs

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs **non colinéaires**, et $\vec{w}$ un vecteur de l'espace. Les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ sont coplanaires si et seulement s'il existe deux réels x et y tels que

$$\vec{w} = x\,\vec{u} + y\,\vec{v}.$$

Méthode : prouver que quatre points sont coplanaires

1. **Fixe** une origine parmi les quatre points, par exemple K.
2. **Assure**-toi que K, L, M ne sont pas alignés : $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KM}$ ne sont pas colinéaires.
3. **Écris** $\overrightarrow{KN}$ sous la forme $x\,\overrightarrow{KL} + y\,\overrightarrow{KM}$, grâce à la relation de Chasles.
4. **Conclus** : N appartient au plan (KLM), donc les quatre points sont coplanaires.

Exemple

Énoncé. K, L, M sont trois points non alignés, et le point N vérifie $\overrightarrow{LN} = \overrightarrow{KM} - 2\,\overrightarrow{KL}$. Les points K, L, M, N sont-ils coplanaires ?

Décomposition. D'après la relation de Chasles :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{KN} &= \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LN}\\ &= \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{KM} - 2\,\overrightarrow{KL}\\ &= -\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{KM}.\end{aligned}$$

Conclusion. Les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KM}$ ne sont pas colinéaires, puisque K, L, M ne sont pas alignés. La définition vectorielle d'un plan place alors N dans le plan (KLM) : les quatre points sont coplanaires.

Attention : Quatre points, pas forcément un plan

Par trois points passe toujours un plan. Un quatrième point peut en sortir : le sommet d'une pyramide n'est jamais dans le plan de sa base. La coplanarité de quatre points doit donc toujours être justifiée.

Attention : D'abord deux vecteurs non colinéaires

Une pyramide a pour sommet S et pour base le parallélogramme $KLMN$, donc $\overrightarrow{NM} = \overrightarrow{KL}$.

Le vecteur $\overrightarrow{KS}$ ne s'écrit pas $x\,\overrightarrow{KL} + y\,\overrightarrow{NM}$: cette somme vaut $(x+y)\,\overrightarrow{KL}$, et S n'est pas sur la droite (KL).

Pourtant, ces trois vecteurs sont coplanaires, car $\overrightarrow{NM} = 1\,\overrightarrow{KL} + 0\,\overrightarrow{KS}$. Vérifie donc d'abord que les deux vecteurs choisis ne sont pas colinéaires.

Trois vecteurs non coplanaires

Propriété : Trois vecteurs non coplanaires

Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ trois vecteurs **non coplanaires** de l'espace, et x, y, z trois réels. Si $x\,\vec{u} + y\,\vec{v} + z\,\vec{w} = \vec{0}$, alors $x = y = z = 0$.

Par conséquent, si

$$\begin{aligned} &x\,\vec{u} + y\,\vec{v} + z\,\vec{w} \\ &= x'\,\vec{u} + y'\,\vec{v} + z'\,\vec{w}, \end{aligned}$$

alors $x = x'$, $y = y'$ et $z = z'$: on peut **identifier les coefficients**.

Méthode : identifier des coefficients

1. **Choisis** trois vecteurs non coplanaires, par exemple trois arêtes d'un tétraèdre qui partent du même sommet.
2. **Décompose** les deux membres de l'égalité sur ces trois vecteurs.
3. **Égale** les coefficients de chaque vecteur, d'après la propriété des trois vecteurs non coplanaires.
4. **Résous** le petit système obtenu. S'il n'a aucune solution, l'égalité est impossible.

Exemple

Énoncé. $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ sont trois vecteurs non coplanaires. Trouve les réels x, y, z tels que

$$\begin{aligned} &x\,\vec{u} + (y-1)\,\vec{v} + 2\,\vec{w} \\ &= 3\,\vec{u} + 4\,\vec{v} + (z+x)\,\vec{w}. \end{aligned}$$

Identification. Puisque $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ ne sont pas coplanaires, on égale les coefficients des deux membres (propriété des trois vecteurs non coplanaires) : $x = 3$, $y - 1 = 4$ et $2 = z + x$.

Conclusion. On en tire $y = 4 + 1$ et $z = 2 - x$. Les réels cherchés sont $x = 3$, $y = 5$ et $z = -1$.

Remarque : Une hypothèse indispensable

Sans l'hypothèse de non-coplanarité, l'identification est fausse.

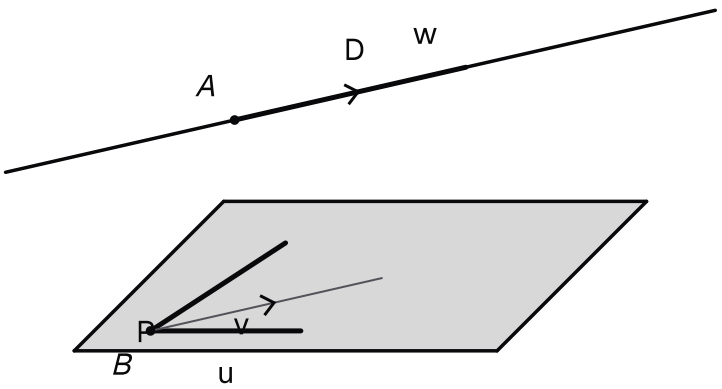
Avec $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$, on a $\vec{u} + \vec{v} - \vec{w} = \vec{0}$, alors que les coefficients 1, 1 et -1 ne sont pas nuls.

Droite parallèle à un plan, plans parallèles

Propriété : Droite parallèle à un plan

Soit $D(A, \vec{w})$ une droite et $P(B, \vec{u}, \vec{v})$ un plan de l'espace. La droite $D(A, \vec{w})$ est **parallèle** au plan $P(B, \vec{u}, \vec{v})$ si et seulement si les vecteurs $\vec{u}$, $\vec{v}$, $\vec{w}$ sont coplanaires, c'est-à-dire si et seulement s'il existe deux réels x et y tels que

$$\vec{w} = x\,\vec{u} + y\,\vec{v}.$$



La droite D(A, w) au-dessus du plan P(B, u, v) : son vecteur w, reporté depuis B, reste dans le plan.

Propriété : Plans parallèles

Soit $P(A, \vec{u}, \vec{v})$ et $P(B, \vec{u}', \vec{v}')$ deux plans de l'espace. Ils sont **parallèles** si et seulement si chacun des vecteurs $\vec{u}'$ et $\vec{v}'$ s'écrit sous la forme $x\,\vec{u} + y\,\vec{v}$, avec x et y réels.

Méthode : parallélisme avec un plan

1. **Choisis** deux vecteurs non colinéaires qui dirigent le plan, par exemple $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KM}$ pour le plan (KLM).
2. **Pour une droite** : décompose son vecteur directeur sur ces deux vecteurs.
3. **Pour un plan** : décompose sur eux chacun des deux vecteurs qui dirigent l'autre plan.
4. **Conclus** avec la propriété adaptée : « droite parallèle à un plan » ou « plans parallèles ».

Exemple

Énoncé. K, L, M sont trois points non alignés et N est un point de l'espace. Les points P et Q vérifient $\overrightarrow{NP} = 2\,\overrightarrow{NK}$ et $\overrightarrow{NQ} = 2\,\overrightarrow{NL} + \overrightarrow{KM}$. La droite (PQ) est-elle parallèle au plan (KLM) ?

Vecteur directeur. On a $\overrightarrow{PN} = -2\,\overrightarrow{NK} = 2\,\overrightarrow{KN}$. D'après la relation de Chasles :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{PQ} &= \overrightarrow{PN} + \overrightarrow{NQ} \\ &= 2\,\overrightarrow{KN} + 2\,\overrightarrow{NL} + \overrightarrow{KM} \\ &= 2\,\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{KM}.\end{aligned}$$

Conclusion. Les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{KM}$, non colinéaires, dirigent le plan (KLM). Avec la propriété « droite parallèle à un plan », (PQ) est parallèle au plan (KLM).

Exemple

Énoncé. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs non colinéaires, K et L deux points. Les plans $P(K, \vec{u}, \vec{v})$ et $P(L, \vec{u}+\vec{v}, \vec{u}-2\,\vec{v})$ sont-ils parallèles ?

Second plan. On admet que $\vec{u}+\vec{v}$ et $\vec{u}-2\,\vec{v}$ ne sont pas colinéaires : ils dirigent bien un plan.

Combinaisons. Chacun s'écrit sous la forme $x\,\vec{u}+y\,\vec{v}$: avec $x=1$ et $y=1$ pour le premier, avec $x=1$ et $y=-2$ pour le second.

Conclusion. D'après la propriété des plans parallèles, les deux plans sont parallèles.

Attention : Parallèle au plan, pas à chacune de ses droites

Dans l'exemple précédent, (PQ) est parallèle au plan (KLM), mais pas à la droite (KL) : $\overrightarrow{PQ}$ n'est pas colinéaire à $\overrightarrow{KL}$.

Être parallèle à un plan n'oblige donc pas à être parallèle à chacune de ses droites.

Quel outil pour quelle question ?

Méthode : Quel outil pour quelle question ?

- **Simplifier** une somme de vecteurs : la relation de Chasles et les règles de calcul.
- **Reconnaître** un parallélogramme ou un milieu : la règle du parallélogramme, la propriété du milieu.
- **Prouver un alignement** : deux vecteurs de même origine colinéaires.
- **Prouver que deux droites sont parallèles** : des vecteurs directeurs colinéaires.
- **Prouver une coplanarité** : un vecteur combinaison de deux vecteurs non colinéaires.
- **Trouver des coefficients** : l'identification sur trois vecteurs non coplanaires.
- **Parallélisme avec un plan** : décomposer sur deux vecteurs qui dirigent ce plan.

Relation de Chasles

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$$

Règle du parallélogramme

$$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BD}$$

I milieu de [AB], pour tout point M

$$\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\,\overrightarrow{MI}$$

A, B, C alignés, avec A et B distincts

$$\overrightarrow{AC}=k\,\overrightarrow{AB}$$

M dans le plan (ABC), avec A, B, C non alignés

$$\overrightarrow{AM} = x\,\overrightarrow{AB} + y\,\overrightarrow{AC}$$

Trois vecteurs non coplanaires

$$x\,\vec{u} + y\,\vec{v} + z\,\vec{w} = \vec{0} \Rightarrow x = y = z = 0$$

À retenir : Rédiger en devoir

En devoir, nomme la propriété qui justifie chaque égalité : « d'après la relation de Chasles », « d'après la définition vectorielle d'un plan ».

Avant une coplanarité, explique pourquoi tes deux vecteurs ne sont pas colinéaires. Trace le solide sur ton cahier. Termine chaque question par une phrase de conclusion.