BURHAN

Vecteurs de l'espace : exercices, application

1ère Année Baccalauréat · Sciences Expérimentales · Mathématiques

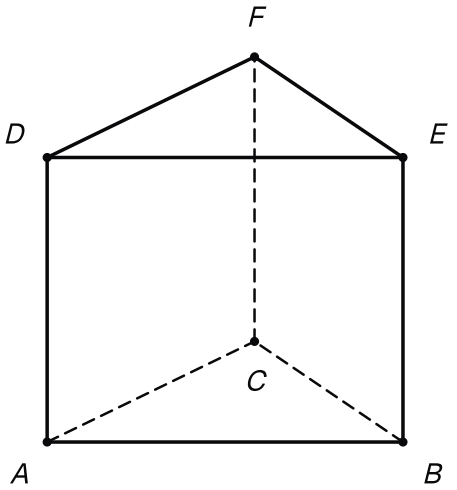
Version en ligne : burhan.ma/1bac/sciences-experimentales/mathematiques/vecteurs-de-l-espace/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Vecteurs de l'espace	Application	8

Exercice 1

Des vecteurs égaux dans un prisme droit

$ABCDEF$ est un prisme droit. Ses deux bases sont les triangles ABC et DEF. Ses faces latérales $ABED$, $BCFE$ et $ACFD$ sont des rectangles. Trace la figure sur ton cahier.



Le prisme droit ABCDEF : la base ABC en bas, la base DEF au-dessus, reliées par trois arêtes verticales.

1.

Justifier que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BE}$ et que $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CF}$.

INDICE

Outil : l'égalité de deux vecteurs.

Un rectangle est un parallélogramme : ses diagonales se coupent en leur milieu.

CORRIGÉ

L'égalité $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BE}$ revient à dire que les segments $[AE]$ et $[DB]$ ont le même milieu. On cherche donc des diagonales de faces.

Face $ABED$. Ce rectangle est un parallélogramme. Ses diagonales $[AE]$ et $[DB]$ ont un milieu commun. Par définition de l'égalité de deux vecteurs :

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BE}.$$

Face $ACFD$. Pour la même raison, les diagonales $[AF]$ et $[DC]$ de ce rectangle ont un milieu commun, d'où :

$$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CF}.$$

Conclusion. On a bien $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CF}$.

2.

En déduire que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DE}$.

INDICE

Outil : relis la définition de l'égalité de deux vecteurs : quels segments doivent avoir le même milieu ?

CORRIGÉ

Par définition, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DE}$ signifie que les segments $[AE]$ et $[BD]$ ont le même milieu.

Ces deux segments sont les diagonales du rectangle $ABED$. La question 1 a déjà établi qu'ils se coupent en leur milieu.

Conclusion. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}$ sont égaux.

3.

Le point K vérifie $\overrightarrow{CK} = \overrightarrow{BE}$. Quel est ce point ?

INDICE

Outil : pour un point et un vecteur donnés, il existe un seul point d'arrivée.

CORRIGÉ

Un point qui convient. D'après la question 1, $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BE}$. Ainsi $\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{BE}$: le sommet F vérifie l'égalité demandée.

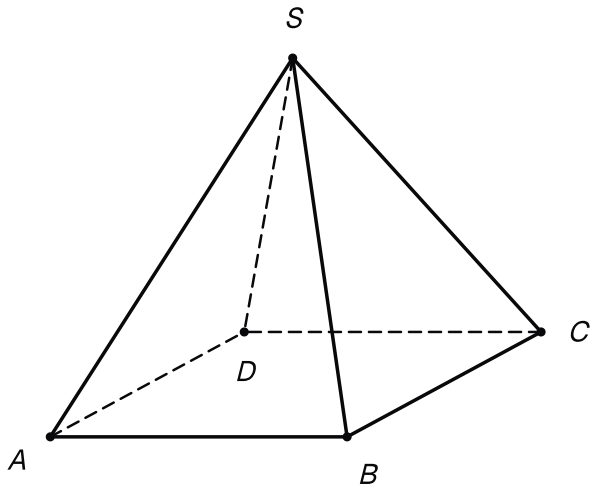
Unicité. Le point de départ C et le vecteur $\overrightarrow{BE}$ sont fixés. La propriété du point défini par un vecteur garantit qu'en partant de C, ce vecteur mène à un point et à un seul.

Conclusion. Le point cherché est le sommet F du prisme : $K = F$.

Exercice 2

La relation de Chasles dans une pyramide

La pyramide $SABCD$ a pour sommet S et pour base le parallélogramme $ABCD$, de sorte que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$. Le sommet S n'est pas dans le plan de la base.



La pyramide SABCD : un sommet S au-dessus d'une base parallélogramme ABCD.

1.

Écrire chacune des sommes $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DS} + \overrightarrow{SC}$ et $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{SC}$ sous la forme d'un seul vecteur.

INDICE

Outil : la relation de Chasles. Pour la dernière somme, change d'abord l'ordre des termes.

CORRIGÉ

La relation de Chasles réduit une somme dont le premier vecteur se termine là où le second commence.

- Pour la première somme : $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SB}$.
- Pour la deuxième : $\overrightarrow{DS} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{DC}$.

Dans la troisième, les lettres ne s'enchaînent pas dans l'ordre écrit. L'addition des vecteurs est commutative, ce qui permet d'échanger les termes :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{SC} &= \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{CB} \\ &= \overrightarrow{SB}.\end{aligned}$$

Conclusion. Les trois sommes valent respectivement $\overrightarrow{SB}$, $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{SB}$.

2.

Simplifier $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CS}$.

INDICE

Outil : applique deux fois la relation de Chasles ; où arrive-t-on en partant de S ?

CORRIGÉ

On applique deux fois la relation de Chasles :

$$\begin{aligned}&\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CS}\\&=\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{CS}\\&=\overrightarrow{SS}=\vec{0}.\end{aligned}$$

Le chemin part de S, passe par B et C, puis revient en S.

Conclusion. La somme $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CS}$ est le vecteur nul.

3.

Justifier que $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{SB}$.

INDICE

Début : les lettres ne s'enchaînent pas. Remplace $\overrightarrow{DC}$ par un vecteur égal qui part de A.

CORRIGÉ

Remplacement. La base $ABCD$ est un parallélogramme, donc $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}$.

Relation de Chasles. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ part de l'extrémité de $\overrightarrow{SA}$:

$$\begin{aligned}\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{DC}&=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{AB}\\&=\overrightarrow{SB}.\end{aligned}$$

Conclusion. On a bien $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{SB}$.

Exercice 3

Simplifier trois sommes de vecteurs

P, Q, R, S, T sont cinq points de l'espace, pas forcément dans un même plan.

1.

Simplifier $\vec{a} = \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RT}$.

INDICE

Outil : range les termes pour que les lettres s'enchaînent, puis applique la relation de Chasles.

CORRIGÉ

L'addition des vecteurs est commutative. On range les termes pour que chacun commence là où finit le précédent, puis on applique deux fois la relation de Chasles :

$$\begin{aligned}\vec{a} &= \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RT} \\ &= \overrightarrow{PR} + \overrightarrow{RT} \\ &= \overrightarrow{PT}.\end{aligned}$$

Conclusion. $\vec{a} = \overrightarrow{PT}$.

2.

Simplifier $\vec{b} = \overrightarrow{TS} - \overrightarrow{RS} + \overrightarrow{PR} - \overrightarrow{PT}$.

INDICE

Premier geste : remplace chaque soustraction par l'opposé : $-\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{SR}$ et $-\overrightarrow{PT} = \overrightarrow{TP}$.

Second geste : regroupe $\overrightarrow{TS} + \overrightarrow{SR}$ d'une part, $\overrightarrow{TP} + \overrightarrow{PR}$ d'autre part, et applique la relation de Chasles à chacune.

CORRIGÉ

Soustractions. Retrancher un vecteur revient à ajouter son opposé : $-\overrightarrow{RS} = \overrightarrow{SR}$ et $-\overrightarrow{PT} = \overrightarrow{TP}$. Ainsi :

$$\vec{b} = \overrightarrow{TS} + \overrightarrow{SR} + \overrightarrow{TP} + \overrightarrow{PR}.$$

Regroupements. D'après la relation de Chasles, $\overrightarrow{TS} + \overrightarrow{SR} = \overrightarrow{TR}$, et de même $\overrightarrow{TP} + \overrightarrow{PR} = \overrightarrow{TR}$.

Conclusion. $\vec{b} = \overrightarrow{TR} + \overrightarrow{TR}$, soit $\vec{b} = 2\,\overrightarrow{TR}$.

3.

Exprimer $\vec{c} = 2\overrightarrow{PQ} - 3\overrightarrow{PR} + \overrightarrow{QR}$ à l'aide des seuls vecteurs $\overrightarrow{PQ}$ et $\overrightarrow{PR}$.

INDICE

Outil : décompose $\overrightarrow{QR}$ en passant par P.

CORRIGÉ

Décomposition de $\overrightarrow{QR}$. On passe par P grâce à la relation de Chasles :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{QR} &= \overrightarrow{QP} + \overrightarrow{PR} \\ &= -\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{PR}.\end{aligned}$$

Réduction. On remplace dans $\vec{c}$, puis on regroupe les termes en $\overrightarrow{PQ}$ et en $\overrightarrow{PR}$ (règles de calcul) :

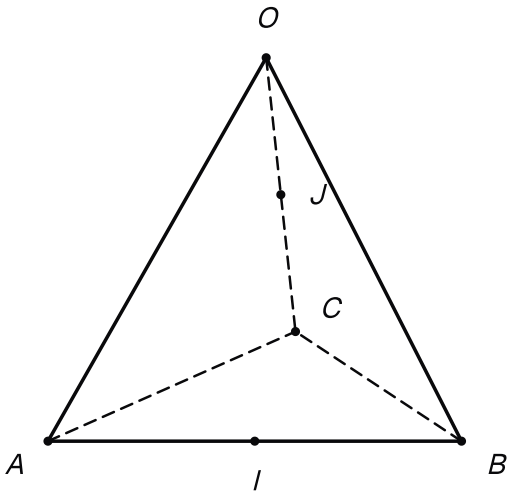
$$\begin{aligned}\vec{c} &= 2\overrightarrow{PQ} - 3\overrightarrow{PR} \\ &\quad - \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{PR} \\ &= \overrightarrow{PQ} - 2\overrightarrow{PR}.\end{aligned}$$

Conclusion. $\vec{c} = \overrightarrow{PQ} - 2\overrightarrow{PR}$.

Exercice 4

Le milieu d'un segment dans un tétraèdre

$OABC$ est un tétraèdre : les points O, A, B, C ne sont pas dans un même plan. On note I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[OC]$.



Le tétraèdre OABC, le milieu I de l'arête [AB] et le milieu J de l'arête [OC].

1.

Écrire $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ à l'aide du seul vecteur $\overrightarrow{OI}$.

INDICE

Outil : la propriété du milieu d'un segment, avec le point O.

CORRIGÉ

Le point I est le milieu de $[AB]$. La propriété du milieu d'un segment, écrite à partir du point O, donne :

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = 2\,\overrightarrow{OI}.$$

Conclusion. La somme $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}$ est égale à $2\,\overrightarrow{OI}$.

2.

Écrire de même $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}$ à l'aide de $\overrightarrow{CI}$.

INDICE

Outil : la même propriété, cette fois avec le point C.

CORRIGÉ

On utilise encore le milieu I de $[AB]$, mais à partir du point C cette fois :

$$\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}=2\,\overrightarrow{CI}.$$

Conclusion. La somme $\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CB}$ est égale à $2\,\overrightarrow{CI}$.

3.

Justifier que $\overrightarrow{AJ}+\overrightarrow{BJ}=2\,\overrightarrow{IJ}$.

INDICE

Premier geste : applique la propriété du milieu de $[AB]$ avec le point J : elle donne $\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{JB}$.

Second geste : prends les opposés, car $\overrightarrow{AJ}=-\overrightarrow{JA}$ et $\overrightarrow{BJ}=-\overrightarrow{JB}$.

CORRIGÉ

Milieu de $[AB]$ vu depuis J. La propriété du milieu, écrite à partir du point J, donne $\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{JB}=2\,\overrightarrow{JI}$.

Passage aux opposés. On a $\overrightarrow{AJ}=-\overrightarrow{JA}$ et $\overrightarrow{BJ}=-\overrightarrow{JB}$. Donc :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AJ}+\overrightarrow{BJ}&=-\left(\overrightarrow{JA}+\overrightarrow{JB}\right)\\&=-2\,\overrightarrow{JI}\\&=2\,\overrightarrow{IJ}.\end{aligned}$$

Conclusion. On obtient $\overrightarrow{AJ}+\overrightarrow{BJ}=2\,\overrightarrow{IJ}$.

Exercice 5

Des vecteurs colinéaires ?

$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont deux vecteurs de l'espace. On pose $\vec{a} = 3\,\vec{u} - \vec{v}$, $\vec{b} = -6\,\vec{u} + 2\,\vec{v}$ et $\vec{c} = \vec{u} - \dfrac{1}{3}\,\vec{v}$.

1.

Écrire $\vec{b}$ à l'aide de $\vec{a}$. Les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont-ils colinéaires ?

INDICE

Début : compare les coefficients de $\vec{u}$: par quel réel faut-il multiplier 3 pour obtenir -6 ?

CORRIGÉ

Le bon facteur. Le coefficient de $\vec{u}$ passe de 3 dans $\vec{a}$ à -6 dans $\vec{b}$, et $3 \times (-2) = -6$. On calcule donc $-2\,\vec{a}$ avec les règles de calcul :

$$\begin{aligned} -2\,\vec{a} &= -2\,(3\,\vec{u} - \vec{v}) \\ &= -6\,\vec{u} + 2\,\vec{v} \\ &= \vec{b}. \end{aligned}$$

Colinéarité. Le réel $k = -2$ vérifie $\vec{b} = k\,\vec{a}$. Par définition, $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont colinéaires.

Conclusion. $\vec{b} = -2\,\vec{a}$, et les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont colinéaires.

2.

Même question pour $\vec{c}$ et $\vec{a}$.

INDICE

Outil : cherche un réel k tel que $\vec{c} = k\,\vec{a}$.

CORRIGÉ

On cherche un réel k tel que $\vec{c} = k\,\vec{a}$. Le coefficient de $\vec{u}$ vaut 3 dans $\vec{a}$ et 1 dans $\vec{c}$: on essaie $k = \dfrac{1}{3}$.

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}\,\vec{a} &= \frac{1}{3}\,(3\,\vec{u} - \vec{v}) \\ &= \vec{u} - \frac{1}{3}\,\vec{v} \\ &= \vec{c}. \end{aligned}$$

Conclusion. $\vec{c} = \dfrac{1}{3}\,\vec{a}$: les vecteurs $\vec{c}$ et $\vec{a}$ sont colinéaires.

3.

On suppose $\vec{a}$ non nul. Les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ ont-ils le même sens ? Comparer leurs longueurs.

INDICE

Outil : la définition du produit d'un vecteur par un réel ; regarde le signe et la valeur absolue de -2.

CORRIGÉ

D'après la question 1, $\vec{b} = -2\,\vec{a}$, et l'on suppose $\vec{a} \neq \vec{0}$.

Sens. Le réel -2 est strictement négatif. D'après la définition du produit d'un vecteur par un réel, $\vec{b}$ a la même direction que $\vec{a}$, mais le sens opposé.

Longueur. La même définition donne la longueur de $\vec{b}$: c'est celle de $\vec{a}$ multipliée par $|-2| = 2$.

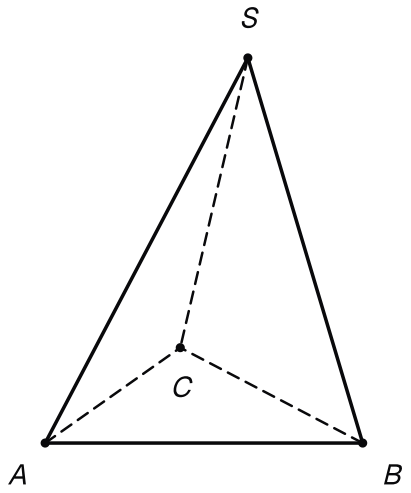
Conclusion. Les vecteurs $\vec{a}$ et $\vec{b}$ ne sont pas de même sens, et $\vec{b}$ est deux fois plus long que $\vec{a}$.

Exercice 6

Sur une droite ou dans un plan

$SABC$ est un tétraèdre de sommet S ; sa base est le triangle ABC. Les points M, N, P sont définis par :

$$\overrightarrow{AM} = 2\,\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC},$$
$$\overrightarrow{SN} = \overrightarrow{SA} + 3\,\overrightarrow{AB},$$
$$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AB}.$$



Le tétraèdre SABC de l'exercice, sommet S en haut et triangle ABC pour base.

1.

Justifier que M appartient au plan (ABC).

INDICE

Outil : la définition vectorielle d'un plan. Vérifie d'abord que A, B, C ne sont pas alignés.

CORRIGÉ

Le plan (ABC). Les points A, B, C sont trois sommets du tétraèdre : ils ne sont pas alignés. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ dirigent donc le plan (ABC), qui passe par A.

Combinaison. L'énoncé donne $\overrightarrow{AM} = x\,\overrightarrow{AB} + y\,\overrightarrow{AC}$ avec $x = 2$ et $y = -1$.

Conclusion. D'après la définition vectorielle d'un plan, le point M appartient au plan (ABC).

2.

Exprimer $\overrightarrow{AN}$ à l'aide de $\overrightarrow{AB}$. En déduire que N appartient à la droite (AB).

INDICE

Début : $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SN}$.

Outil : la définition vectorielle d'une droite.

CORRIGÉ

Calcul. On passe par S (relation de Chasles), puis on utilise la définition de N :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AN} &= \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SN} \\ &= \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SA} + 3\,\overrightarrow{AB} \\ &= 3\,\overrightarrow{AB},\end{aligned}$$

car $\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SA} = \overrightarrow{AA} = \vec{0}$.

Appartenance. Les points A et B sont distincts : la droite (AB) passe par A et a pour vecteur directeur $\overrightarrow{AB}$. D'après la définition vectorielle d'une droite, l'égalité obtenue place N sur cette droite.

Conclusion. $\overrightarrow{AN} = 3\,\overrightarrow{AB}$, donc N appartient à la droite (AB).

3.

Le point P appartient-il au plan (SAB) ?

INDICE

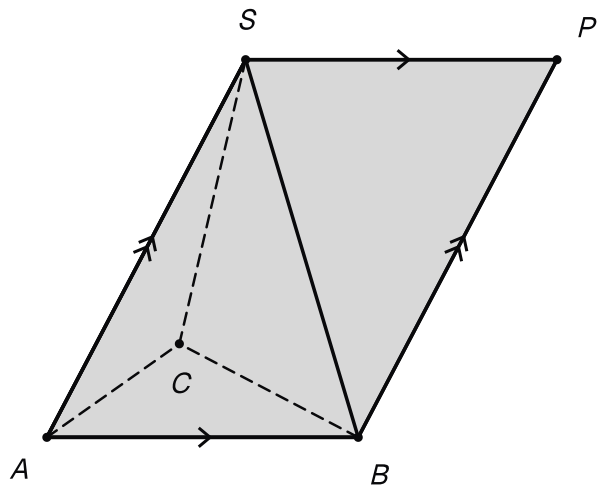
Outil : la définition vectorielle d'un plan, avec les vecteurs $\overrightarrow{AS}$ et $\overrightarrow{AB}$.

CORRIGÉ

Le plan (SAB). Les points S, A, B sont les sommets d'une face du tétraèdre : ils ne sont pas alignés. Les vecteurs $\overrightarrow{AS}$ et $\overrightarrow{AB}$ dirigent le plan (SAB), qui passe par A.

Combinaison. L'énoncé donne $\overrightarrow{AP} = 1\,\overrightarrow{AS} + 1\,\overrightarrow{AB}$.

Conclusion. Oui : d'après la définition vectorielle d'un plan, le point P appartient au plan (SAB).



Avec AP = AS + AB, le quadrilatère ASPB est un parallélogramme : P est dans le plan (SAB).

Exercice 7

Coplanarité par une combinaison

$SABCD$ est une pyramide. Sa base $ABCD$ est un parallélogramme, et son sommet S est en dehors du plan de cette base.

1.

Justifier que $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$. Que peut-on en déduire pour les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AC}$?

INDICE

Outil : la règle du parallélogramme, puis la propriété qui relie coplanarité et combinaison de deux vecteurs.

CORRIGÉ

Égalité. Dans le parallélogramme $ABCD$, les diagonales $[AC]$ et $[DB]$ ont le même milieu. Par définition de l'égalité de deux vecteurs, $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. La règle du parallélogramme donne alors :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}.$$

Non-colinéarité. Les points A, B, D ne sont pas alignés, donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ ne sont pas colinéaires.

Coplanarité. Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ s'écrit $1\,\overrightarrow{AB} + 1\,\overrightarrow{AD}$. D'après la propriété « coplanarité et combinaison de deux vecteurs », les trois vecteurs sont coplanaires.

Conclusion. $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$, et les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AC}$ sont coplanaires.

2.

Le point M vérifie $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AD} - 2\,\overrightarrow{AB}$. Justifier que M appartient au plan (ABD).

INDICE

Début : calcule $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM}$.

CORRIGÉ

Calcul de $\overrightarrow{AM}$. Relation de Chasles, puis règles de calcul :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{AM} &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} \\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - 2\,\overrightarrow{AB} \\ &= -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}.\end{aligned}$$

Le plan (ABD). Les points A, B, D ne sont pas alignés : les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ dirigent le plan (ABD), qui passe par A.

Conclusion. Comme $\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$, la définition vectorielle d'un plan montre que M appartient au plan (ABD).

3.

On rappelle que $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$, car $ABCD$ est un parallélogramme. Justifier que les vecteurs $\overrightarrow{SA}$, $\overrightarrow{SB}$ et $\overrightarrow{DC}$ sont coplanaires.

INDICE

Début : écris $\overrightarrow{AB}$ en passant par S.

Outil : la propriété qui relie coplanarité et combinaison de deux vecteurs.

CORRIGÉ

Combinaison. On part de $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$, puis on décompose $\overrightarrow{AB}$ en passant par S (relation de Chasles) :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{DC} &= \overrightarrow{AB} \\ &= \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SB} \\ &= -\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB}.\end{aligned}$$

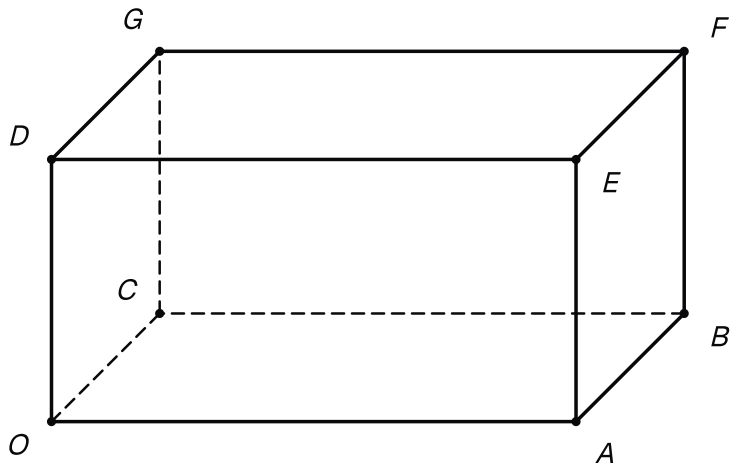
Non-colinéarité. Le sommet S est hors du plan de la base, donc S, A, B ne sont pas alignés : $\overrightarrow{SA}$ et $\overrightarrow{SB}$ ne sont pas colinéaires.

Conclusion. Le vecteur $\overrightarrow{DC}$ est une combinaison de $\overrightarrow{SA}$ et $\overrightarrow{SB}$. D'après la propriété « coplanarité et combinaison de deux vecteurs », les vecteurs $\overrightarrow{SA}$, $\overrightarrow{SB}$, $\overrightarrow{DC}$ sont coplanaires.

Exercice 8

Une droite parallèle à une face d'un pavé

$OABCDEFG$ est un pavé droit dont toutes les faces sont des rectangles. Les faces $OABC$ et $DEFG$ sont opposées. Les arêtes $[OD]$, $[AE]$, $[BF]$, $[CG]$ les relient : D est au-dessus de O, E au-dessus de A, et ainsi de suite.



Le pavé droit OABCDEFG : la face OABC au sol, la face DEFG au-dessus, D à la verticale de O.

1.

Justifier que $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{OA}$ et que $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{OC}$.

INDICE

Outil : l'égalité de deux vecteurs, lue sur les diagonales des faces $OAED$ et $OCGD$.

CORRIGÉ

- La face $OAED$ est un rectangle, donc un parallélogramme : ses diagonales $[OE]$ et $[AD]$ ont le même milieu. Par définition de l'égalité de deux vecteurs, $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{DE}$.
- La face $OCGD$ est aussi un rectangle : ses diagonales $[OG]$ et $[CD]$ ont le même milieu, ce qui donne $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{DG}$.

Conclusion. $\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{OC}$.

2.

Exprimer $\overrightarrow{EG}$ à l'aide de $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OC}$.

INDICE

Début : décompose $\overrightarrow{EG}$ en passant par D, puis utilise la question 1.

CORRIGÉ

Décomposition. D'après la relation de Chasles, en passant par D :

$$\overrightarrow{EG} = \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DG}.$$

Remplacement. D'après la question 1, $\overrightarrow{ED} = -\overrightarrow{DE} = -\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{OC}$.

Conclusion. Donc $\overrightarrow{EG} = -\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}$.

3.

En déduire que la droite (EG) est parallèle au plan (OAC).

INDICE

Outil : la propriété de la droite parallèle à un plan, avec les vecteurs $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OC}$.

CORRIGÉ

Directions du plan. Les points O, A, C ne sont pas alignés : $\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{OC}$ ne sont pas colinéaires, et ils dirigent le plan (OAC).

Combinaison. Le vecteur $\overrightarrow{EG}$ dirige la droite (EG). D'après la question 2, $\overrightarrow{EG} = -1\,\overrightarrow{OA} + 1\,\overrightarrow{OC}$.

Conclusion. D'après la propriété « droite parallèle à un plan », la droite (EG) est parallèle au plan (OAC).