BURHAN

Logarithme décimal : exercices, entraînement

1ère Année Baccalauréat · Sciences Économiques et Gestion · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/1bac/sciences-economiques-et-gestion/mathematiques/logarithme-decimal/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Logarithme décimal	Entraînement	7

Exercice 1

Simplifications enchaînées

1.

Simplifier $A = \log 72 - 3\log 2 - 2\log 3$.

INDICE

Début : décompose 72 en produit de puissances de 2 et de 3.

2.

Simplifier $B = \log \sqrt{10} + \log 0{,}4 + \log 25$.

INDICE

Outil : le logarithme d'une racine carrée pour le premier terme ; la propriété du produit pour les deux autres.

3.

Exprimer $\log 0{,}08$ en fonction de $\log 2$. En déduire une valeur approchée de $\log 0{,}08$, sachant que $\log 2 \approx 0{,}301$.

INDICE

Début : $0{,}08 = \dfrac{8}{100} = \dfrac{2^3}{10^2}$.

Exercice 2

Une équation avec son domaine

On considère l'équation (E) : $\log(x-1)+\log(x+3)=\log(x+9)$.

1.

Déterminer l'ensemble D des réels pour lesquels chaque logarithme de (E) existe.

INDICE

Outil : chacune des trois expressions doit être strictement positive.

2.

Montrer que, pour x dans D, l'équation (E) équivaut à $x^2+x-12=0$.

INDICE

Outil : la propriété du produit, puis la comparaison de deux logarithmes.

3.

Résoudre (E).

INDICE

Attention : une racine de l'équation du second degré n'est solution de (E) que si elle appartient à D.

Exercice 3

Une inéquation logarithmique

On considère l'inéquation (I) : $\log x+\log(x+3)\leq 1$.

1.

Déterminer l'ensemble D des réels pour lesquels (I) a un sens.

INDICE

Outil : x et $x+3$ doivent être strictement positifs.

2.

Montrer que, pour x dans D, l'inéquation (I) équivaut à $x^2+3x-10\leq 0$.

INDICE

Début : écris $1=\log 10$, puis regroupe le premier membre en un seul logarithme.

3.

Résoudre (I).

INDICE

Outil : un trinôme est du signe de son coefficient de x^2 (ici 1) à l'extérieur des racines, et du signe contraire entre elles.

Exercice 4

Inéquations en puissance de dix

1.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $3 \times 10^{x} - 5 \leq 7$. Donner une valeur approchée à 10^{-3} près de la borne obtenue.

INDICE

Début : isole 10^{x} en deux opérations.

2.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $2 \times 10^{x} - 9 > 151$. Donner une valeur approchée à 10^{-3} près de la borne obtenue.

INDICE

Début : isole 10^{x} ; l'inégalité est stricte.

3.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $10^{x} + 6 > 2$.

INDICE

Outil : isole 10^{x}, puis regarde le signe du second membre.

Exercice 5

Doubler un capital

Données fictives. On place un capital de $15\,000$ DH, avec des intérêts composés au taux de 4,5 pour cent par an. On note C_n le capital, en DH, au bout de n années ; ainsi $C_0 = 15\,000$.

1.

Justifier que $C_{n+1} = 1{,}045\, C_n$, puis que $C_n = 15\,000 \times 1{,}045^{n}$ pour tout entier naturel n.

INDICE

Outil : augmenter de 4,5 pour cent revient à multiplier par $1{,}045$.

2.

Montrer que $C_n \geq 30\,000$ équivaut à $n \geq \dfrac{\log 2}{\log 1{,}045}$.

INDICE

Début : divise par $15\,000$, puis prends le logarithme. **Attention :** donne le signe de $\log 1{,}045$ avant de diviser.

3.

En déduire au bout de combien d'années le capital aura au moins doublé. Vérifier à la calculatrice.

INDICE

Outil : calcule le quotient, puis prends le plus petit entier qui convient.

Exercice 6

Une population qui diminue

Données fictives. Une ville compte $120\,000$ habitants. Sa population baisse de 2 pour cent par an. On admet qu'au bout de n années elle vaut $P_n = 120\,000 \times 0{,}98^n$.

1.

Montrer que $P_n < 100\,000$ équivaut à $0{,}98^n < \dfrac{5}{6}$.

INDICE

Outil : divise les deux membres par $120\,000$, nombre strictement positif.

2.

Justifier que $\log 0{,}98 < 0$, puis montrer que $P_n < 100\,000$ équivaut à $n > \dfrac{\log\left(\dfrac{5}{6}\right)}{\log 0{,}98}$.

INDICE

Attention : diviser par un nombre négatif change le sens de l'inégalité.

3.

En déduire au bout de combien d'années la population passera sous $100\,000$ habitants. Vérifier.

INDICE

Outil : le quotient à la calculatrice, puis le plus petit entier strictement supérieur.

Exercice 7

Un très grand nombre

On considère l'entier $N = 3^{40}$.

1.

Montrer que $\log N = 40 \log 3$, puis donner une valeur approchée de $\log N$ à 10^{-2} près.

INDICE

Outil : le logarithme d'une puissance.

2.

En déduire que $10^{19} \leq N < 10^{20}$, puis le nombre de chiffres de N.

INDICE

Outil : $19 = \log\left(10^{19}\right)$ et $20 = \log\left(10^{20}\right)$, puis la comparaison de deux logarithmes.

3.

Déterminer le plus petit entier naturel n tel que $3^n \geq 10^{30}$.

INDICE

Début : prends le logarithme des deux membres. **Ensuite :** le signe de $\log 3$.