BURHAN

Équations, inéquations et systèmes : exercices, niveau examen

1ère Année Baccalauréat · Sciences Économiques et Gestion · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1bac/sciences-economiques-et-gestion/mathematiques/equations-inequations-et-systemes/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Équations, inéquations et systèmes	Niveau examen	5

Exercice 1 — 5 pts

Le bénéfice d'une coopérative et sa zone de rentabilité

Situation fictive. Une coopérative produit et vend x tonnes d'un produit, avec $0 \leq x \leq 12$. Le coût de production, en milliers de dirhams, vaut $C(x) = x^2 + 2x + 20$. Chaque tonne est vendue 14 milliers de dirhams. On note $B(x)$ le bénéfice, en milliers de dirhams.

1. — 0,75 pts

Montrer que $B(x) = -x^2 + 12x - 20$.

INDICE

Début : la recette vaut $14x$; le bénéfice est la recette moins le coût.

CORRIGÉ

La recette vaut $R(x) = 14x$. Pour tout $x \in [0;12]$:

$$\begin{aligned} B(x) &= R(x) - C(x) \\ &= 14x - (x^2 + 2x + 20) \\ &= -x^2 + 12x - 20 \end{aligned}$$

Conclusion. Pour tout $x \in [0;12]$, $B(x) = -x^2 + 12x - 20$.

2. — 1 pts

Calculer le discriminant de $B(x)$, puis résoudre l'équation $B(x) = 0$.

INDICE

Outil : lis a, b et c avec leur signe sur $B(x) = -x^2 + 12x - 20$, puis calcule $\Delta = b^2 - 4ac$.

CORRIGÉ

Discriminant. On a $a = -1$, $b = 12$ et $c = -20$. On calcule d'abord $4ac = 4 \times (-1) \times (-20) = 80$, puis :

$$\begin{aligned} \Delta &= 12^2 - 80 \\ &= 144 - 80 = 64 \end{aligned}$$

Solutions. Comme $\Delta > 0$ et $\sqrt{\Delta} = 8$, l'équation a deux solutions :

$$x_1 = \frac{-12 + 8}{-2} = 2$$
$$x_2 = \frac{-12 - 8}{-2} = 10$$

Conclusion. L'ensemble des solutions de l'équation $B(x) = 0$ est $S = \{2;10\}$.

3. 0,75 pts

En déduire que $B(x) = -(x-2)(x-10)$ pour tout réel x.

INDICE

Outil : la factorisation du trinôme $a(x-x_1)(x-x_2)$, avec $a=-1$.

CORRIGÉ

Le discriminant de $B(x)$ est strictement positif et ses racines sont 2 et 10. D'après la factorisation du trinôme, avec $a=-1$, pour tout réel x :

$$\begin{aligned} B(x) &= -1 \times (x-2)(x-10) \\ &= -(x-2)(x-10) \end{aligned}$$

Contrôle. En développant :

$$\begin{aligned} &-(x-2)(x-10) \\ &= -(x^2-12x+20) \\ &= -x^2+12x-20 \end{aligned}$$

Conclusion. Pour tout réel x, $B(x) = -(x-2)(x-10)$.

4. 1 pts

Déterminer la zone de rentabilité, c'est-à-dire les quantités pour lesquelles $B(x) > 0$.

INDICE

Outil : le signe du trinôme ; ici $a=-1<0$.

CORRIGÉ

D'après le signe du trinôme, avec $a=-1<0$ et les racines 2 et 10 : $B(x)>0$ strictement entre les racines, c'est-à-dire pour $2<x<10$. Ces valeurs sont bien dans $[0;12]$.

Conclusion. La zone de rentabilité est $]2;10[$: la coopérative réalise un bénéfice strictement positif lorsqu'elle vend strictement entre 2 et 10 tonnes.

5. 1 pts

Montrer que $B(x) = 16 - (x-6)^2$. En déduire le bénéfice maximal et la quantité correspondante.

INDICE

Début : développe $(x-6)^2$. **Ensuite :** un carré est toujours positif ou nul.

CORRIGÉ

Autre écriture de $B(x)$. Pour tout réel x :

$$\begin{aligned} &16 - (x-6)^2 \\ &= 16 - (x^2 - 12x + 36) \\ &= -x^2 + 12x - 20 = B(x) \end{aligned}$$

Maximum. Pour tout $x \in [0;12]$, $(x-6)^2 \geq 0$, donc $B(x) \leq 16$. De plus, 6 appartient à $[0;12]$ et $B(6) = 16 - 0 = 16$.

Conclusion. Le bénéfice maximal vaut 16 milliers de dirhams, soit $16\,000$ dirhams, pour 6 tonnes vendues.

6. 0,5 pts

Pour quelles quantités le bénéfice est-il d'au moins 7 milliers de dirhams ?

INDICE

Outil : la forme de la question 5 ; $(x-6)^2 \leq 9$ équivaut à $-3 \leq x-6 \leq 3$.

CORRIGÉ

Inéquation. On cherche les $x \in [0;12]$ tels que $B(x) \geq 7$. D'après la question 5, $B(x) \geq 7$ équivaut à $16 - (x-6)^2 \geq 7$, c'est-à-dire à $(x-6)^2 \leq 9$.

Résolution. Un nombre a un carré inférieur ou égal à 9 exactement lorsqu'il est compris entre -3 et 3. Donc $(x-6)^2 \leq 9$ équivaut à $-3 \leq x-6 \leq 3$, soit $3 \leq x \leq 9$. Ces valeurs sont bien dans $[0;12]$.

Contrôle. $B(3) = -9 + 36 - 20 = 7$ et $B(9) = -81 + 108 - 20 = 7$.

Conclusion. Le bénéfice est d'au moins 7 milliers de dirhams lorsque la coopérative vend entre 3 et 9 tonnes, bornes comprises.

Exercice 2 — 5 pts

La production de trois produits par la méthode de Gauss

Situation fictive. Un atelier fabrique chaque semaine x objets du modèle A, y du modèle B et z du modèle C. Il utilise entièrement trois ressources :

- la découpe : 1 heure pour chaque objet, quel que soit le modèle ; 22 heures disponibles ;
- l'assemblage : 1 heure pour A, 2 heures pour B et 3 heures pour C ; 46 heures disponibles ;
- la matière : 2 kilogrammes pour A, 5 pour B et 7 pour C ; 110 kilogrammes disponibles.

1. — 1 pts

Montrer que $(x;y;z)$ est solution du système

$$(S)\ :\ \begin{cases} x+y+z=22 \\ x+2y+3z=46 \\ 2x+5y+7z=110 \end{cases}$$

INDICE

Outil : une équation par ressource : la quantité utilisée égale la quantité disponible.

CORRIGÉ

Chaque ressource est entièrement utilisée : la quantité utilisée est égale à la quantité disponible.

- Découpe : $1\times x+1\times y+1\times z=22$, soit $x+y+z=22$.
- Assemblage : $1\times x+2\times y+3\times z=46$, soit $x+2y+3z=46$.
- Matière : $2\times x+5\times y+7\times z=110$, soit $2x+5y+7z=110$.

Conclusion. Le triplet $(x;y;z)$ vérifie les trois équations : il est solution de (S).

2. — 1 pts

Effectuer les opérations $L_2 \leftarrow L_2-L_1$ et $L_3 \leftarrow L_3-2L_1$. Écrire le système obtenu.

INDICE

Outil : les opérations élémentaires donnent un système équivalent.

CORRIGÉ

Élimination de x.

- $L_2 \leftarrow L_2-L_1$ donne $y+2z=46-22=24$.
- $L_3 \leftarrow L_3-2L_1$ donne $3y+5z=110-44=66$.

Conclusion. D'après les opérations élémentaires, qui donnent un système équivalent, (S) équivaut à :

$$\begin{cases} x+y+z=22 \\ y+2z=24 \\ 3y+5z=66 \end{cases}$$

3. 1 pts

Effectuer $L_3 \leftarrow L_3 - 3L_2$ et justifier que (S) a une unique solution.

INDICE

Outil : un système triangulaire dont les coefficients diagonaux sont non nuls a une unique solution.

CORRIGÉ

Élimination de y. $L_3 \leftarrow L_3 - 3L_2$ donne $(3-3)y + (5-6)z = 66 - 72$, soit $-z = -6$.

Forme triangulaire. Le système obtenu est

$$\begin{cases} x + y + z = 22 \\ y + 2z = 24 \\ -z = -6 \end{cases}$$

La deuxième équation ne contient pas x, la troisième ne contient ni x ni y, et les coefficients $1, 1$ et -1 sont non nuls.

Conclusion. D'après la résolution par remontée, ce système triangulaire a une unique solution ; (S), qui lui est équivalent, a donc lui aussi une unique solution.

4. 1 pts

En déduire le nombre d'objets de chaque modèle fabriqués chaque semaine.

INDICE

Outil : la remontée.

CORRIGÉ

Remontée.

- $-z = -6$ donne $z = 6$.
- $y + 2z = 24$ donne $y = 24 - 2z = 12$.
- $x + y + z = 22$ donne $x = 22 - y - z = 22 - 12 - 6 = 4$.

Conclusion. L'atelier fabrique 4 objets A, 12 objets B et 6 objets C par semaine.

5. 1 pts

Vérifier la solution dans les trois équations de (S). Les objets A, B et C se vendent 300, 200 et 250 dirhams. Calculer la recette d'une semaine.

INDICE

Outil : remplace x, y et z ; puis recette = somme des quantités multipliées par les prix.

CORRIGÉ

Contrôle. $4+12+6=22$; $4+24+18=46$; $8+60+42=110$.

Recette. On additionne les quantités multipliées par les prix :

$$\begin{aligned} &4\times 300+12\times 200\\ &\quad +6\times 250\\ &=1\,200+2\,400+1\,500\\ &=5\,100 \end{aligned}$$

Conclusion. La solution vérifie les trois équations, et la recette d'une semaine vaut $R=5\,100$ dirhams.

Exercice 3 5 pts

Deux modèles de paniers : une programmation linéaire

Situation fictive. Un artisan tresse chaque semaine x paniers ronds et y paniers carrés.

- Un panier rond demande 2 heures de tressage et 1 kilogramme d'osier ; un panier carré, 1 heure et 2 kilogrammes.
- Il dispose de 16 heures de tressage et de 14 kilogrammes d'osier par semaine.
- Il ne peut pas vendre plus de 6 paniers carrés par semaine.

Un panier rond rapporte 50 dirhams, un panier carré 60 dirhams.

1. 1 pts

Montrer que les contraintes s'écrivent $x \geq 0$, $y \geq 0$, $2x + y \leq 16$, $x + 2y \leq 14$ et $y \leq 6$. Écrire la fonction économique z.

INDICE

Outil : une inéquation par ressource ; les quantités sont positives.

CORRIGÉ

Contraintes.

- Les nombres de paniers sont positifs : $x \geq 0$ et $y \geq 0$.
- Le tressage utilise $2x + y$ heures, au plus 16 : $2x + y \leq 16$.
- L'osier utilise $x + 2y$ kilogrammes, au plus 14 : $x + 2y \leq 14$.
- Les ventes de paniers carrés donnent $y \leq 6$.

Fonction économique. Le bénéfice, en dirhams, est $z = 50x + 60y$.

Conclusion. Les contraintes sont bien $x \geq 0$, $y \geq 0$, $2x + y \leq 16$, $x + 2y \leq 14$ et $y \leq 6$, et la fonction économique est $z = 50x + 60y$.

2. 1 pts

Représenter le polygone des contraintes $\mathcal{P}$.

INDICE

Outil : deux points par droite frontière, puis le test de l'origine ; hachure la partie rejetée, la partie restée blanche est la solution.

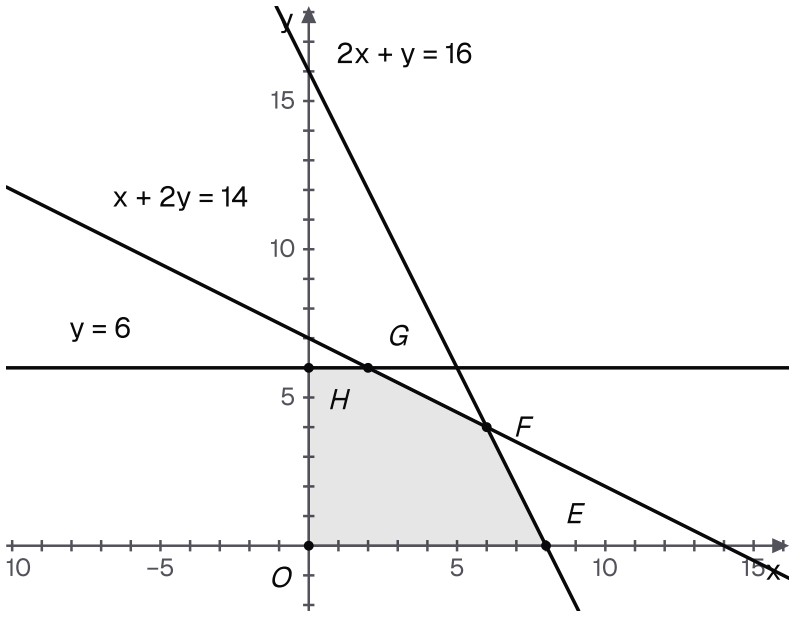
CORRIGÉ

Frontières.

- $2x + y = 16$ passe par $(8; 0)$ et $(0; 16)$.
- $x + 2y = 14$ passe par $(14; 0)$ et $(0; 7)$.
- $y = 6$ est parallèle à l'axe des abscisses.

Test de l'origine. L'origine vérifie $0 \leq 16$, $0 \leq 14$ et $0 \leq 6$: on conserve chaque fois le côté de l'origine et on hachure l'autre demi-plan.

Conclusion. Avec $x \geq 0$ et $y \geq 0$, la partie restée blanche est un pentagone : c'est le polygone des contraintes $\mathcal{P}$.



Le polygone des contraintes de l'artisan est le pentagone teinté OEFGH, limité par les axes et par les droites 2x + y = 16, x + 2y = 14 et y = 6.

3. 1,5 pts

Montrer que les sommets de $\mathcal{P}$ sont $O(0;0)$, $E(8;0)$, $F(6;4)$, $G(2;6)$ et $H(0;6)$.

INDICE

Outil : pour F et G, résous le système formé par les équations des deux droites qui se coupent.

CORRIGÉ

Sommets.

- E : $y=0$ et $2x+y=16$ donnent $x=8$.
- F : intersection des droites d'équations $2x+y=16$ et $x+2y=14$. Pour ce système, $D=4-1=3$, $D_x=32-14=18$ et $D_y=28-16=12$, donc $x=\dfrac{18}{3}=6$ et $y=\dfrac{12}{3}=4$.
- G : $y=6$ et $x+2y=14$ donnent $x=2$.
- H : $x=0$ et $y=6$.

Contrôle. E : $8\leq 14$; F : $4\leq 6$; G : $4+6=10\leq 16$; H : $6\leq 16$ et $12\leq 14$.

Autres intersections. Elles ne sont pas dans $\mathcal{P}$:

- $(0;16)$, sur $x=0$ et $2x+y=16$, donne $0+2\times 16=32>14$;
- $(0;7)$, sur $x=0$ et $x+2y=14$, donne $7>6$;
- $(14;0)$, sur $y=0$ et $x+2y=14$, donne $2\times 14+0=28>16$;
- $(5;6)$, sur $2x+y=16$ et $y=6$, donne $5+2\times 6=17>14$.

Les droites $y=0$ et $y=6$ sont parallèles.

Conclusion. Les sommets de $\mathcal{P}$ sont exactement $O(0;0)$, $E(8;0)$, $F(6;4)$, $G(2;6)$ et $H(0;6)$.

4. 0,5 pts

Calculer la valeur de z en chaque sommet de $\mathcal{P}$.

INDICE

Outil : $z=50x+60y$.

CORRIGÉ

On remplace x et y dans $z=50x+60y$:

- O : $z=0$;
- E : $z=400$;
- F : $z=300+240=540$;
- G : $z=100+360=460$;
- H : $z=360$.

Conclusion. Aux sommets O, E, F, G et H, z vaut respectivement 0, 400, 540, 460 et 360.

5. 1 pts

En déduire la production qui rend le bénéfice maximal. Reste-t-il du temps ou de l'osier ?

INDICE

Outil : l'optimum est atteint en un sommet ; puis remplace dans chaque contrainte.

CORRIGÉ

Optimum. D'après la propriété de l'optimum, le maximum de z sur $\mathcal{P}$ est atteint en un sommet. D'après la question 4, c'est $F(6;4)$, avec $z = 540$.

Ressources. En ce point, $2 \times 6 + 4 = 16$ et $6 + 2 \times 4 = 14$: le temps et l'osier sont entièrement utilisés.

Conclusion. L'artisan doit tresser 6 paniers ronds et 4 paniers carrés, pour un bénéfice de 540 dirhams ; il ne lui reste alors ni temps ni osier.

Exercice 4 5 pts

Prix d'équilibre d'un marché et recette

Situation fictive. Sur un marché, pour un prix unitaire de p dirhams, avec $20 \leq p \leq 50$, la quantité demandée par les acheteurs et la quantité offerte par les vendeurs valent, en centaines d'unités :

$$q_d = 100 - 2p$$

et

$$q_o = 3p - 50.$$

Le marché est à l'équilibre lorsque la quantité demandée est égale à la quantité offerte ; on note alors q cette quantité commune.

1. 1 pts

Montrer que le couple $(p ; q)$ d'équilibre est solution du système

$$\begin{cases} 2p + q = 100 \\ 3p - q = 50 \end{cases}$$

Calculer son déterminant D.

INDICE

Début : écris $q = 100 - 2p$ et $q = 3p - 50$, puis passe les inconnues dans le premier membre.

CORRIGÉ

Système. À l'équilibre, $q_d = q_o = q$, donc $q = 100 - 2p$ et $q = 3p - 50$. En passant les inconnues dans le premier membre, on obtient $2p + q = 100$ et $3p - q = 50$.

Déterminant.

$$\begin{aligned} D &= 2 \times (-1) - 3 \times 1 \\ &= -2 - 3 = -5 \end{aligned}$$

Conclusion. Le couple $(p ; q)$ d'équilibre est solution du système, de déterminant $D = -5$.

2. 1 pts

En déduire le prix et la quantité d'équilibre.

INDICE

Outil : la méthode du déterminant, avec D_p et D_q.

CORRIGÉ

Déterminants. Comme $D \neq 0$, la méthode du déterminant donne un seul couple solution. On note D_p et D_q les déterminants obtenus en remplaçant la colonne de p, puis celle de q, par les seconds membres. $D_p = 100 \times (-1) - 50 \times 1 = -150$ et $D_q = 2 \times 50 - 3 \times 100 = -200$.

Solution.

$$p = \frac{D_p}{D} = \frac{-150}{-5} = 30$$
$$q = \frac{D_q}{D} = \frac{-200}{-5} = 40$$

Contrôle. $100 - 2 \times 30 = 40$ et $3 \times 30 - 50 = 40$.

Conclusion. Le prix d'équilibre est 30 dirhams, pour $4\,000$ unités échangées.

3. 0,5 pts

Dans un repère, interpréter ce résultat à l'aide des droites d'équations $2p + q = 100$ et $3p - q = 50$.

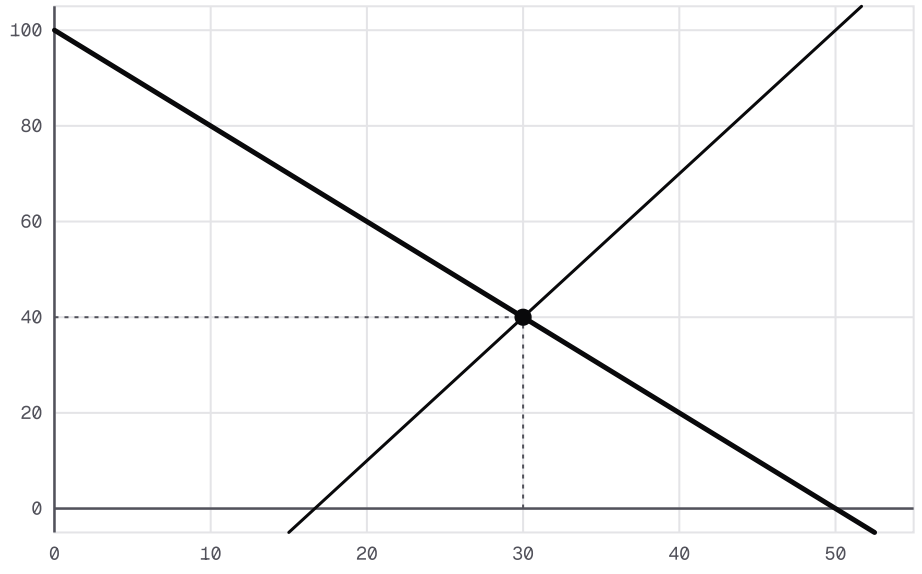
INDICE

Outil : l'interprétation graphique d'un système de deux équations.

CORRIGÉ

Le déterminant est non nul : d'après l'interprétation graphique d'un système de deux équations, les deux droites sont sécantes.

Conclusion. Les deux droites ont un unique point commun, de coordonnées $(30; 40)$: c'est le point d'équilibre du marché.



Dans le repère (p, q), la droite de la demande et celle de l'offre se croisent au point E d'équilibre, de coordonnées (30 ; 40).

4. 1 pts

Les vendeurs écoulent la quantité demandée q_d. Montrer que leur recette, en centaines de dirhams, vaut $R(p) = -2p^2 + 100p$.

INDICE

Outil : recette = prix unitaire $\times$ quantité vendue.

CORRIGÉ

La recette est le prix unitaire multiplié par la quantité vendue. Pour tout $p \in [20; 50]$:

$$\begin{aligned} R(p) &= p \times q_d \\ &= p(100 - 2p) \\ &= -2p^2 + 100p \end{aligned}$$

Conclusion. La recette des vendeurs, en centaines de dirhams, vaut $R(p) = -2p^2 + 100p$.

5. 1,5 pts

Pour quels prix la recette est-elle d'au moins $1\,200$ centaines de dirhams ? Le prix d'équilibre convient-il ?

INDICE

Début : écris $R(p) \geq 1\,200$, puis divise par -2 en changeant le sens de l'inégalité.

CORRIGÉ

Inéquation. $-2p^2 + 100p \geq 1\,200$ équivaut à $-2p^2 + 100p - 1\,200 \geq 0$. En divisant par -2, qui est négatif, on change le sens de l'inégalité :

$$p^2 - 50p + 600 \leq 0$$

Racines. On a $\Delta = (-50)^2 - 4 \times 1 \times 600$, soit $\Delta = 2\,500 - 2\,400 = 100$. Les racines sont $\dfrac{50 - 10}{2} = 20$ et $\dfrac{50 + 10}{2} = 30$.

Signe. Avec $a = 1 > 0$, le trinôme est négatif ou nul entre les racines, bornes comprises : $p \in [20\,;\,30]$. Cet intervalle est contenu dans $[20\,;\,50]$.

Prix d'équilibre. 30 appartient à $[20\,;\,30]$, et $R(30) = 30 \times 40 = 1\,200$.

Conclusion. La recette est d'au moins $1\,200$ centaines de dirhams pour un prix compris entre 20 et 30 dirhams, bornes comprises. Le prix d'équilibre convient : la recette vaut alors exactement $1\,200$ centaines de dirhams.

Exercice 5 5 pts

Un système de quatre équations, pas à pas

On considère le système

$$(S) : \begin{cases} x + y + z + t = 10 \\ x + 2y + 2z + 3t = 23 \\ 2x + 4y + 5z + 5t = 45 \\ x + 2y + 3z + 5t = 34 \end{cases}$$

1. 1 pts

Effectuer $L_2 \leftarrow L_2 - L_1$, $L_3 \leftarrow L_3 - 2L_1$ et $L_4 \leftarrow L_4 - L_1$.

INDICE

Outil : les opérations élémentaires ; vérifie chaque second membre.

CORRIGÉ

On élimine x à l'aide de L_1 : $x + y + z + t = 10$.

- $L_2 \leftarrow L_2 - L_1$ donne $y + z + 2t = 13$, car $23 - 10 = 13$.
- $L_3 \leftarrow L_3 - 2L_1$ donne $2y + 3z + 3t = 25$, car $45 - 20 = 25$.
- $L_4 \leftarrow L_4 - L_1$ donne $y + 2z + 4t = 24$, car $34 - 10 = 24$.

Conclusion. Le système devient :

$$\begin{cases} x + y + z + t = 10 \\ y + z + 2t = 13 \\ 2y + 3z + 3t = 25 \\ y + 2z + 4t = 24 \end{cases}$$

2. 1 pts

Effectuer ensuite $L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2$ et $L_4 \leftarrow L_4 - L_2$.

INDICE

Outil : on utilise maintenant la nouvelle équation L_2 : $y + z + 2t = 13$.

CORRIGÉ

Opération $L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2$**.** $(3-2)z + (3-4)t = 25 - 26$, soit $z - t = -1$.

Opération $L_4 \leftarrow L_4 - L_2$**.** $(2-1)z + (4-2)t = 24 - 13$, soit $z + 2t = 11$.

Conclusion. Le système devient :

$$\begin{cases} x + y + z + t = 10 \\ y + z + 2t = 13 \\ z - t = -1 \\ z + 2t = 11 \end{cases}$$

3. 1 pts

Effectuer $L_4 \leftarrow L_4 - L_3$. Montrer que (S) a une unique solution.

INDICE

Outil : un système triangulaire dont les coefficients diagonaux sont non nuls a une unique solution.

CORRIGÉ

Opération $L_4 \leftarrow L_4 - L_3$. $(2+1)t = 11+1$, soit $3t = 12$.

Forme triangulaire. Le système obtenu est

$$\begin{cases} x+y+z+t=10 \\ y+z+2t=13 \\ z-t=-1 \\ 3t=12 \end{cases}$$

La deuxième équation ne contient pas x, la troisième ne contient ni x ni y, la quatrième ne contient que t, et les coefficients 1, 1, 1 et 3 sont non nuls.

Conclusion. D'après la résolution par remontée, ce système triangulaire a une unique solution ; (S), qui lui est équivalent, a donc lui aussi une unique solution.

4. 1 pts

Résoudre (S).

INDICE

Outil : la remontée, de t jusqu'à x.

CORRIGÉ

Remontée.

- $3t = 12$ donne $t = 4$.
- $z - t = -1$ donne $z = -1 + t = 3$.
- $y + z + 2t = 13$ donne $y = 13 - z - 2t = 13 - 3 - 8 = 2$.
- La première équation donne $x = 10 - y - z - t = 10 - 2 - 3 - 4 = 1$.

Conclusion. L'ensemble des solutions de (S) est $S = \{(1;2;3;4)\}$.

5. 0,5 pts

Vérifier la solution dans les quatre équations de (S).

INDICE

Outil : remplace x, y, z et t dans chaque équation de départ.

CORRIGÉ

On remplace $x = 1$, $y = 2$, $z = 3$ et $t = 4$ dans chaque équation de (S) :

$1+2+3+4 = 10$; $1+4+6+12 = 23$; $2+8+15+20 = 45$; $1+4+9+20 = 34$.

Conclusion. Les quatre équations de (S) sont vérifiées : $(1;2;3;4)$ est bien la solution.

6. `0,5 pts`

En déduire, sans nouveau calcul de Gauss, la solution du système (S') qui a les mêmes premiers membres que (S) et les seconds membres 20, 46, 90 et 68.

INDICE

Début : compare les seconds membres de (S') à ceux de (S), puis double chaque inconnue.

CORRIGÉ

Comparaison des seconds membres. Les seconds membres de (S'), 20, 46, 90 et 68, sont ceux de (S) multipliés par 2.

Une solution de (S'). Les premiers membres sont des sommes de termes de la forme coefficient fois inconnue. Si $(x;y;z;t)$ vérifie une équation de (S), alors $(2x;2y;2z;2t)$ vérifie la même équation avec un second membre doublé. Donc $(2;4;6;8)$ est solution de (S').

Unicité. Les mêmes opérations rendent (S') triangulaire, avec les mêmes coefficients 1, 1, 1 et 3, non nuls : (S') a une unique solution.

Conclusion. $S' = \{(2;4;6;8)\}$.