BURHAN

Équations, inéquations et systèmes : exercices, entraînement

1ère Année Baccalauréat · Sciences Économiques et Gestion · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1bac/sciences-economiques-et-gestion/mathematiques/equations-inequations-et-systemes/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Équations, inéquations et systèmes	Entraînement	8

Exercice 1

Une inéquation quotient

On veut résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation

$$\frac{x^2 - 4x - 5}{x - 2} \leq 0.$$

1.

Calculer les racines du trinôme $x^2 - 4x - 5$ et préciser la valeur interdite.

INDICE

Outil : le discriminant pour le numérateur ; le dénominateur ne doit pas s'annuler.

CORRIGÉ

Numérateur. Pour $x^2 - 4x - 5$, on a $a = 1$, $b = -4$ et $c = -5$:

$$\begin{aligned} \Delta &= (-4)^2 - 4 \times 1 \times (-5) \\ &= 16 + 20 = 36 \end{aligned}$$

Comme $\sqrt{\Delta} = 6$, les racines sont $\frac{4 - 6}{2} = -1$ et $\frac{4 + 6}{2} = 5$. D'après la factorisation du trinôme, pour tout réel x, $x^2 - 4x - 5 = (x + 1)(x - 5)$.

Valeur interdite. $x - 2 = 0$ pour $x = 2$: le quotient n'est pas défini en 2.

Conclusion. Les racines du trinôme sont -1 et 5 ; la valeur interdite est 2.

2.

Donner le signe du quotient selon les valeurs de x.

INDICE

Outil : le signe du trinôme (ici $a = 1 > 0$) et le signe de $x - 2$, sur chacun des intervalles délimités par -1, 2 et 5.

CORRIGÉ

Signe de chaque terme. D'après le signe du trinôme, avec $a = 1 > 0$, le numérateur est positif à l'extérieur de ses racines -1 et 5, négatif entre elles. Le dénominateur $x - 2$ est négatif pour $x < 2$ et positif pour $x > 2$.

Signe du quotient. D'après la règle des signes :

- pour $x < -1$: numérateur positif, dénominateur négatif, quotient négatif ;
- pour $-1 < x < 2$: deux termes négatifs, quotient positif ;
- pour $2 < x < 5$: numérateur négatif, dénominateur positif, quotient négatif ;
- pour $x > 5$: deux termes positifs, quotient positif.

Conclusion. Le quotient est négatif pour $x < -1$ et pour $2 < x < 5$, positif pour $-1 < x < 2$ et pour $x > 5$, nul en -1 et en 5, non défini en 2.

3.

En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation.

INDICE

Outil : l'inégalité est large : les racines du numérateur sont solutions, la valeur interdite ne l'est jamais.

CORRIGÉ

D'après la question 2, le quotient est strictement négatif pour $x < -1$ et pour $2 < x < 5$. L'inégalité est large : les racines -1 et 5 du numérateur sont aussi solutions, mais la valeur interdite 2 ne l'est pas.

Contrôle. Pour $x = 0$: $\dfrac{-5}{-2} = \dfrac{5}{2} > 0$, donc 0 n'est pas solution. Pour $x = 3$: $\dfrac{9 - 12 - 5}{1} = -8 \leq 0$, donc 3 est solution.

Conclusion. L'ensemble des solutions de l'inéquation est :

$$S =]-\infty ; -1] \cup]2 ; 5]$$

Exercice 2

Recette, coût et bénéfice d'un atelier

Situation fictive. Un atelier fabrique et vend x centaines d'objets, avec $0 \leq x \leq 30$. La recette et le coût, en centaines de dirhams, valent

$$R(x) = -2x^2 + 80x$$

et

$$C(x) = 20x + 400.$$

1.

Exprimer le bénéfice $B(x) = R(x) - C(x)$ en fonction de x.

INDICE

Outil : attention au signe devant chaque terme de $C(x)$.

CORRIGÉ

Pour tout $x \in [0;30]$:

$$\begin{aligned} B(x) &= R(x) - C(x) \\ &= -2x^2 + 80x \\ &\quad - (20x + 400) \\ &= -2x^2 + 60x - 400 \end{aligned}$$

Conclusion. Pour tout $x \in [0;30]$, $B(x) = -2x^2 + 60x - 400$.

2.

Pour quelles quantités l'atelier réalise-t-il un bénéfice strictement positif ?

INDICE

Outil : racines de B, puis signe du trinôme avec $a = -2$.

CORRIGÉ

Racines. On a $a = -2$, $b = 60$ et $c = -400$. On calcule d'abord $4ac = 4 \times (-2) \times (-400) = 3\,200$, puis :

$$\begin{aligned} \Delta &= 60^2 - 3\,200 \\ &= 3\,600 - 3\,200 = 400 \end{aligned}$$

Comme $\sqrt{\Delta} = 20$, les racines sont :

$$x_1 = \frac{-60 + 20}{-4} = 10$$
$$x_2 = \frac{-60 - 20}{-4} = 20$$

Signe. $a = -2 < 0$: d'après le signe du trinôme, $B(x) > 0$ strictement entre les racines, c'est-à-dire pour $10 < x < 20$. Ces valeurs sont bien dans $[0;30]$.

Conclusion. L'atelier réalise un bénéfice strictement positif pour $10 < x < 20$, c'est-à-dire en vendant entre $1\,000$ et $2\,000$ objets, bornes exclues.

3.

L'atelier veut un bénéfice d'au moins $4\,200$ dirhams. Pour quelles quantités est-ce le cas ?

INDICE

Début : $4\,200$ dirhams font 42 centaines de dirhams ; écris $B(x) \geq 42$, puis divise par -2 en changeant le sens de l'inégalité.

CORRIGÉ

Inéquation. $4\,200$ dirhams font 42 centaines de dirhams. On résout donc $-2x^2 + 60x - 400 \geq 42$, soit $-2x^2 + 60x - 442 \geq 0$. En divisant par -2, qui est négatif, on change le sens de l'inégalité :

$$x^2 - 30x + 221 \leq 0$$

Racines. On a $\Delta = (-30)^2 - 4 \times 1 \times 221$, soit $\Delta = 900 - 884 = 16$. Les racines sont $\dfrac{30 - 4}{2} = 13$ et $\dfrac{30 + 4}{2} = 17$.

Signe. Avec $a = 1 > 0$, le trinôme est négatif ou nul entre les racines, bornes comprises : $x \in [13\,;\,17]$. Cet intervalle est contenu dans $[0\,;\,30]$.

Contrôle. $B(13) = -338 + 780 - 400 = 42$.

Conclusion. Le bénéfice atteint au moins $4\,200$ dirhams lorsque l'atelier vend entre $1\,300$ et $1\,700$ objets, bornes comprises.

Exercice 3

Deux sortes de paquets

Situation fictive. Une épicerie vend deux sortes de paquets de thé. Trois paquets de la première sorte et quatre de la seconde coûtent 166 dirhams. Cinq paquets de la première sorte et deux de la seconde coûtent 160 dirhams. On note x et y les prix, en dirhams, d'un paquet de chaque sorte.

1.

Traduire l'énoncé par un système de deux équations.

INDICE

Outil : une équation par achat, sous la forme $ax + by = c$.

CORRIGÉ

Le premier achat coûte $3x + 4y$ dirhams, le second $5x + 2y$ dirhams.

Conclusion. Les prix x et y vérifient le système :

$$\begin{cases} 3x + 4y = 166 \\ 5x + 2y = 160 \end{cases}$$

2.

Résoudre ce système par la méthode du déterminant.

INDICE

Outil : calcule D, puis D_x et D_y.

CORRIGÉ

Déterminant.

$$\begin{aligned} D &= 3 \times 2 - 5 \times 4 \\ &= 6 - 20 = -14 \end{aligned}$$

Comme $D \neq 0$, le système a une unique solution.

Déterminants D_x et D_y.

$$\begin{aligned} D_x &= 166 \times 2 - 160 \times 4 \\ &= 332 - 640 = -308 \\ D_y &= 3 \times 160 - 5 \times 166 \\ &= 480 - 830 = -350 \end{aligned}$$

Solution.

$$\begin{aligned} x &= \frac{D_x}{D} = \frac{-308}{-14} = 22 \\ y &= \frac{D_y}{D} = \frac{-350}{-14} = 25 \end{aligned}$$

Contrôle. $3 \times 22 + 4 \times 25 = 66 + 100 = 166$ et $5 \times 22 + 2 \times 25 = 110 + 50 = 160$.

Conclusion. Un paquet de la première sorte coûte 22 dirhams, un paquet de la seconde 25 dirhams.

3.

Un client dispose de 200 dirhams. Peut-il acheter quatre paquets de chaque sorte ? Combien lui reste-t-il ?

INDICE

Outil : utilise les prix trouvés à la question 2.

CORRIGÉ

D'après la question 2, quatre paquets de chaque sorte coûtent, en dirhams :

$$\begin{aligned} &4 \times 22 + 4 \times 25 \\ &= 88 + 100 = 188 \end{aligned}$$

Comme $188 \leq 200$, l'achat est possible, et il reste $200 - 188 = 12$ dirhams.

Conclusion. Le client peut acheter quatre paquets de chaque sorte ; il lui reste 12 dirhams.

Exercice 4

La méthode de Gauss avec un échange de lignes

On considère le système

$$(S) : \begin{cases} 2x + y - z = -3 \\ x - y + 2z = 9 \\ 3x + 2y + z = 2 \end{cases}$$

1.

Échanger les deux premières équations, puis éliminer x des deux dernières.

INDICE

Outil : place en tête une équation où le coefficient de x vaut 1, puis élimine x des deux autres.

CORRIGÉ

Échange. Après l'échange des deux premières équations :

- L_1 : $x - y + 2z = 9$;
- L_2 : $2x + y - z = -3$;
- L_3 : $3x + 2y + z = 2$.

Élimination de x.

- $L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$: le coefficient de y devient $1 + 2 = 3$, celui de z devient $-1 - 4 = -5$, d'où $3y - 5z = -3 - 18 = -21$.
- $L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1$: le coefficient de y devient $2 + 3 = 5$, celui de z devient $1 - 6 = -5$, d'où $5y - 5z = 2 - 27 = -25$.

Conclusion. Le système devient :

$$\begin{cases} x - y + 2z = 9 \\ 3y - 5z = -21 \\ 5y - 5z = -25 \end{cases}$$

2.

Rendre le système triangulaire.

INDICE

Début : les coefficients de la troisième équation sont multiples de 5. **Point délicat :** choisis ensuite comme pivot une équation où y a pour coefficient 1.

CORRIGÉ

Simplification. $L_3 \leftarrow \dfrac{1}{5}L_3$ donne $y - z = -5$.

Choix du pivot. On échange L_2 et L_3, pour placer en deuxième position l'équation où y a pour coefficient 1 : $L_2 : y - z = -5$ et $L_3 : 3y - 5z = -21$.

Élimination de y. $L_3 \leftarrow L_3 - 3L_2$ donne $(-5 + 3)z = -21 + 15$, soit $-2z = -6$.

Conclusion. Le système obtenu est

$$\begin{cases} x - y + 2z = 9 \\ y - z = -5 \\ -2z = -6 \end{cases}$$

Il est triangulaire : la deuxième équation ne contient pas x, la troisième ne contient ni x ni y, et les coefficients 1, 1 et -2 sont non nuls.

3.

Résoudre (S) et vérifier la solution.

INDICE

Outil : la remontée, puis un contrôle dans les équations de départ.

CORRIGÉ

Remontée.

- $-2z = -6$ donne $z = 3$.
- $y - z = -5$ donne $y = -5 + z = -2$.
- $x - y + 2z = 9$ donne $x = 9 + y - 2z = 9 - 2 - 6 = 1$.

Contrôle dans les équations de départ. $2 - 2 - 3 = -3$; $1 + 2 + 6 = 9$; $3 - 4 + 3 = 2$.

Conclusion. L'ensemble des solutions de (S) est $S = \{(1; -2; 3)\}$.

Exercice 5

Un système de quatre équations

On considère le système

$$(S) : \begin{cases} x + y + z + t = 5 \\ x + 2y - z + t = 8 \\ 2x + y + 3z + 3t = 11 \\ x + y + 2z - t = -2 \end{cases}$$

1.

Éliminer x des trois dernières équations.

INDICE

Outil : élimine x avec L_1 : une opération par équation à modifier ; transforme aussi les seconds membres.

CORRIGÉ

On élimine x à l'aide de L_1 : $x + y + z + t = 5$.

- $L_2 \leftarrow L_2 - L_1$ donne $y - 2z = 3$, car $8 - 5 = 3$ et le terme en t disparaît.
- $L_3 \leftarrow L_3 - 2L_1$ donne $-y + z + t = 11 - 10 = 1$.
- $L_4 \leftarrow L_4 - L_1$ donne $z - 2t = -2 - 5 = -7$.

Conclusion. Le système devient :

$$\begin{cases} x + y + z + t = 5 \\ y - 2z = 3 \\ -y + z + t = 1 \\ z - 2t = -7 \end{cases}$$

2.

Poursuivre l'élimination pour rendre le système triangulaire. Justifier.

INDICE

Outil : utilise L_2 pour éliminer y de L_3, puis la nouvelle L_3 pour éliminer z de L_4.

CORRIGÉ

Élimination de y. $L_3 \leftarrow L_3 + L_2$ donne $-z + t = 1 + 3 = 4$.

Élimination de z. Avec la nouvelle L_3, $L_4 \leftarrow L_4 + L_3$ donne $-t = -7 + 4 = -3$.

Conclusion. Le système obtenu est

$$\begin{cases} x + y + z + t = 5 \\ y - 2z = 3 \\ -z + t = 4 \\ -t = -3 \end{cases}$$

Il est triangulaire : la deuxième équation ne contient pas x, la troisième ne contient ni x ni y, la quatrième ne contient que t, et les coefficients 1, 1, -1 et -1 sont non nuls.

3.

Résoudre (S).

INDICE

Outil : la remontée, de t jusqu'à x.

CORRIGÉ

Remontée.

- $-t = -3$ donne $t = 3$.
- $-z + t = 4$ donne $z = t - 4 = -1$.
- $y - 2z = 3$ donne $y = 3 + 2z = 1$.
- La première équation donne $x = 5 - y - z - t = 5 - 1 + 1 - 3 = 2$.

Contrôle dans les équations de départ. $2 + 1 - 1 + 3 = 5$; $2 + 2 + 1 + 3 = 8$; $4 + 1 - 3 + 9 = 11$; $2 + 1 - 2 - 3 = -2$.

Conclusion. L'ensemble des solutions de (S) est $S = \{(2; 1; -1; 3)\}$.

Exercice 6

Trois tickets de caisse

Situation fictive. Une librairie vend des cahiers, des stylos et des règles. On note x, y et z leurs prix unitaires, en dirhams. Trois tickets de caisse indiquent :

- un cahier, quatre stylos et deux règles : 40 dirhams ;
- deux cahiers, sept stylos et trois règles : 71 dirhams ;
- trois cahiers, dix stylos et cinq règles : 106 dirhams.

1.

Traduire les trois tickets par un système de trois équations.

INDICE

Outil : une équation par ticket.

CORRIGÉ

Chaque ticket donne une équation : le prix total est la somme des quantités multipliées par les prix unitaires.

Conclusion. Les prix x, y et z vérifient le système :

$$\begin{cases} x + 4y + 2z = 40 \\ 2x + 7y + 3z = 71 \\ 3x + 10y + 5z = 106 \end{cases}$$

2.

Rendre ce système triangulaire par la méthode de Gauss, puis calculer le prix de chaque article.

INDICE

Début : $L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$ et $L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1$; **ensuite :** élimine y de la troisième équation, puis remonte.

CORRIGÉ

Élimination de x.

- $L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$ donne $-y - z = 71 - 80 = -9$.
- $L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1$ donne $-2y - z = 106 - 120 = -14$.

Élimination de y. $L_3 \leftarrow L_3 - 2L_2$ donne $(-1+2)z = -14 + 18$, soit $z = 4$. Le système obtenu est triangulaire :

$$\begin{cases} x + 4y + 2z = 40 \\ -y - z = -9 \\ z = 4 \end{cases}$$

Remontée. $z = 4$; $-y - z = -9$ donne $y = 9 - z = 5$; enfin $x = 40 - 4y - 2z = 40 - 20 - 8 = 12$.

Contrôle. Premier ticket : $12 + 20 + 8 = 40$; deuxième : $24 + 35 + 12 = 71$; troisième : $36 + 50 + 20 = 106$.

Conclusion. Un cahier coûte 12 dirhams, un stylo 5 dirhams et une règle 4 dirhams.

3.

On remplace le troisième ticket par : trois cahiers, onze stylos et cinq règles pour 112 dirhams. Que peut-on dire du nouveau système ?

INDICE

Début : garde L_1 et L_2, remplace L_3 par $L_3 - 3L_1$, puis compare avec $L_2 - 2L_1$.

CORRIGÉ

Nouvelle équation. Le nouveau L_3 est $3x + 11y + 5z = 112$.

Élimination de x. $L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$ donne toujours $-y - z = -9$, et $L_3 \leftarrow L_3 - 3L_1$ donne $-y - z = 112 - 120 = -8$.

Contradiction. $L_3 \leftarrow L_3 - L_2$ donne $0 = -8 + 9$, soit $0 = 1$: c'est impossible.

Conclusion. Le nouveau système n'a aucune solution : ces trois tickets ne peuvent pas être tous exacts.

Exercice 7

Programmer la production de deux lots

Situation fictive. Un atelier fabrique x lots d'un produit A et y lots d'un produit B par jour.

- Un lot de A demande 1 heure de machine, 1 heure de montage et 2 kilogrammes de matière.
- Un lot de B demande 1 heure de machine, 3 heures de montage et 1 kilogramme de matière.
- Chaque jour, l'atelier dispose de 7 heures de machine, 15 heures de montage et 12 kilogrammes de matière.

Un lot de A rapporte 30 centaines de dirhams, un lot de B 40 centaines de dirhams.

1.

Écrire les contraintes et la fonction économique z à maximiser.

INDICE

Outil : une contrainte par ressource, plus les contraintes de signe.

CORRIGÉ

Contraintes. Les nombres de lots sont positifs : $x \geq 0$ et $y \geq 0$. Chaque ressource donne une contrainte :

- machine : $x + y \leq 7$;
- montage : $x + 3y \leq 15$;
- matière : $2x + y \leq 12$.

Fonction économique. Le bénéfice, en centaines de dirhams, est $z = 30x + 40y$.

Conclusion. On cherche à maximiser $z = 30x + 40y$ sous les contraintes :

$$\begin{cases} x \geq 0, \quad y \geq 0 \\ x + y \leq 7 \\ x + 3y \leq 15 \\ 2x + y \leq 12 \end{cases}$$

2.

Représenter le polygone des contraintes et calculer les coordonnées de ses sommets.

INDICE

Début : trace les trois droites frontières et teste l'origine ; hachure la partie rejetée, la partie restée blanche est la solution. **Ensuite :** chaque sommet est l'intersection de deux droites.

CORRIGÉ

Frontières.

- $x + y = 7$ passe par $(7; 0)$ et $(0; 7)$;
- $x + 3y = 15$ passe par $(15; 0)$ et $(0; 5)$;
- $2x + y = 12$ passe par $(6; 0)$ et $(0; 12)$.

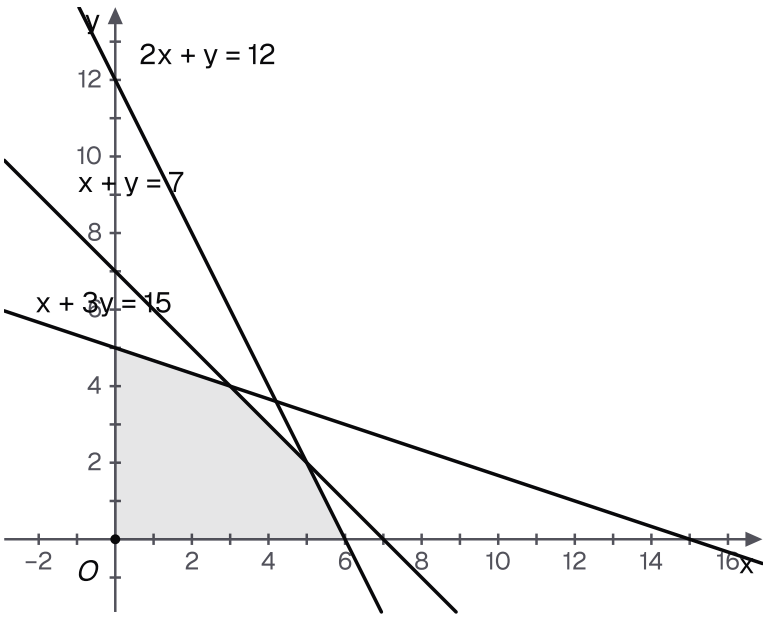
L'origine vérifie les trois inéquations : pour chacune, on garde le demi-plan qui contient O et on hachure l'autre demi-plan. Avec $x \geq 0$ et $y \geq 0$, la partie restée blanche est le polygone des contraintes.

Sommets.

- $O(0; 0)$; $(6; 0)$ sur $2x + y = 12$; $(0; 5)$ sur $x + 3y = 15$.
- $2x + y = 12$ et $x + y = 7$: par soustraction, $x = 5$, puis $y = 2$, d'où le sommet $(5; 2)$.
- $x + y = 7$ et $x + 3y = 15$: par soustraction, $2y = 8$, donc $y = 4$ et $x = 3$, d'où le sommet $(3; 4)$.

Contrôle. $(6; 0)$: $6 \leq 7$ et $6 \leq 15$; $(5; 2)$: $5 + 6 = 11 \leq 15$; $(3; 4)$: $6 + 4 = 10 \leq 12$; $(0; 5)$: $5 \leq 7$ et $5 \leq 12$.

Conclusion. Le polygone des contraintes a pour sommets $O(0; 0)$, $(6; 0)$, $(5; 2)$, $(3; 4)$ et $(0; 5)$.



Polygone des contraintes de l'atelier : le pentagone teinté de sommets O, (6 ; 0), (5 ; 2), (3 ; 4) et (0 ; 5), limité par les droites de la machine, du montage et de la matière.

3.

Déterminer la production qui rend le bénéfice maximal.

INDICE

Outil : l'optimum de la fonction économique est atteint en un sommet du polygone.

CORRIGÉ

D'après la propriété de l'optimum, le maximum de z sur le polygone est atteint en un sommet. On calcule $z = 30x + 40y$ en chaque sommet :

- $O(0;0)$: $z = 0$;
- $(6;0)$: $z = 180$;
- $(5;2)$: $z = 150 + 80 = 230$;
- $(3;4)$: $z = 90 + 160 = 250$;
- $(0;5)$: $z = 200$.

Conclusion. Le bénéfice est maximal pour 3 lots de A et 4 lots de B par jour ; il vaut alors 250 centaines de dirhams, soit $25\,000$ dirhams.

Exercice 8

Un polygone et un coût minimal

Le plan est muni d'un repère. On note $\mathcal{P}$ l'ensemble des points $M(x;y)$ tels que

$$\begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 6 \\ x - 2y \geq 0 \end{cases}$$

1.

Représenter $\mathcal{P}$.

INDICE

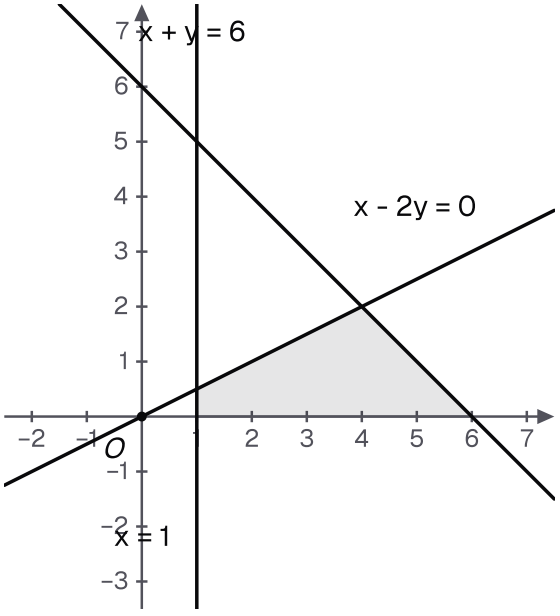
Outil : test d'un point pour chaque droite frontière ; la droite $x - 2y = 0$ passe par l'origine, teste donc un autre point. Hachure la partie rejetée : la partie restée blanche est la solution.

CORRIGÉ

Une droite frontière par inéquation.

- $x = 1$: droite parallèle à l'axe des ordonnées ; on garde la partie à droite, où $x \geq 1$.
- $y = 0$: l'axe des abscisses ; on garde la partie au-dessus.
- $x + y = 6$ passe par $(6;0)$ et $(0;6)$; O vérifie $0 \leq 6$: on garde le demi-plan de O.
- $x - 2y = 0$ passe par O et $(4;2)$; le point $(1;0)$ vérifie $1 - 2 \times 0 = 1 \geq 0$: on garde le demi-plan qui le contient.

Conclusion. Pour chaque droite, on hachure l'autre demi-plan. $\mathcal{P}$ est le quadrilatère resté blanc, délimité par ces quatre droites.



L'ensemble P est le quadrilatère teinté, à droite de la droite x = 1, au-dessus de l'axe des abscisses, sous la droite x + y = 6 et sous la droite x - 2y = 0.

2.

Calculer les coordonnées des sommets de $\mathcal{P}$. Pour le sommet situé sur les droites $x+y=6$ et $x-2y=0$, utiliser la méthode du déterminant.

INDICE

Outil : chaque sommet est l'intersection de deux droites frontières ; vérifie ensuite qu'il satisfait les autres contraintes.

CORRIGÉ

Sommets.

- $x=1$ et $y=0$: le sommet $(1;0)$.
- $y=0$ et $x+y=6$: le sommet $(6;0)$.
- $x+y=6$ et $x-2y=0$: on a $D=1\times(-2)-1\times 1=-3$, $D_x=6\times(-2)-0\times 1=-12$ et $D_y=1\times 0-1\times 6=-6$. Donc $x=\dfrac{-12}{-3}=4$ et $y=\dfrac{-6}{-3}=2$: le sommet $(4;2)$.
- $x=1$ et $x-2y=0$: $2y=1$, donc $y=\dfrac{1}{2}$, d'où le sommet $\left(1;\dfrac{1}{2}\right)$.

Contrôle des autres contraintes. $(6;0)$: $6-0\geq 0$; $(4;2)$: $4\geq 1$; $\left(1;\dfrac{1}{2}\right)$: $1+\dfrac{1}{2}\leq 6$.

Conclusion. Les sommets de $\mathcal{P}$ sont $(1;0)$, $(6;0)$, $(4;2)$ et $\left(1;\dfrac{1}{2}\right)$.

3.

Le coût fictif d'un choix $(x;y)$ vaut $z=3x+2y$. En quel point de $\mathcal{P}$ ce coût est-il minimal ?

INDICE

Outil : l'optimum est atteint en un sommet ; compare les valeurs de z.

CORRIGÉ

D'après la propriété de l'optimum, le minimum de z sur $\mathcal{P}$ est atteint en un sommet. On compare les valeurs de $z=3x+2y$ aux sommets :

- en $(1;0)$: $z=3$;
- en $(6;0)$: $z=18$;
- en $(4;2)$: $z=12+4=16$;
- en $\left(1;\dfrac{1}{2}\right)$: $z=3+1=4$.

Conclusion. Le coût est minimal au sommet $(1;0)$, où il vaut 3.