BURHAN

Équations, inéquations et systèmes : exercices, application

1ère Année Baccalauréat · Sciences Économiques et Gestion · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/1bac/sciences-economiques-et-gestion/mathematiques/equations-inequations-et-systemes/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Équations, inéquations et systèmes	Application	10

Exercice 1

Résoudre, puis factoriser un trinôme

1.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $3x^2 + 5x - 2 = 0$.

INDICE

Outil : relève a, b et c avec leur signe, puis calcule le discriminant.

2.

En déduire une factorisation du trinôme $3x^2 + 5x - 2$.

INDICE

Outil : quand le discriminant est strictement positif, le trinôme s'écrit $a(x - x_1)(x - x_2)$.

Exercice 2

Trois équations, trois situations

1.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^2 - 6x + 9 = 0$.

INDICE

Outil : le discriminant ; s'il est nul, une seule solution.

2.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2x^2 + x + 4 = 0$.

INDICE

Outil : le signe du discriminant.

3.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^4 - 5x^2 - 36 = 0$.

INDICE

Outil : pose $X = x^2$, résous l'équation en X, puis reviens à x ; un carré n'est jamais négatif.

Exercice 3

Le signe d'un trinôme

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 5x + 3$.

1.

Calculer les racines de f.

INDICE

Outil : le discriminant, avec $a = -2$.

2.

Donner le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x.

INDICE

Outil : le signe du trinôme : signe de a à l'extérieur des racines, signe contraire entre elles.

3.

En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > 0$.

INDICE

Outil : lis la réponse de la question 2 ; l'inégalité est stricte.

Exercice 4

Trois inéquations

1.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x^2 + 4x - 12 \leq 0$.

INDICE

Outil : cherche les racines, puis applique le signe du trinôme.

2.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $x^2 - 2x + 5 > 0$.

INDICE

Outil : quand $\Delta < 0$, l'expression ne s'annule jamais et a, pour tout réel, le même signe que a.

3.

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\dfrac{2x - 6}{x + 4} \geq 0$.

INDICE

Outil : un tableau de signes avec une ligne pour $2x - 6$, une pour $x + 4$; n'oublie pas la valeur interdite.

Exercice 5

La méthode du déterminant

On considère le système

$$(S) : \begin{cases} 4x + 3y = 18 \\ 5x - 2y = 11 \end{cases}$$

1.

Calculer le déterminant D de (S). Que peut-on en conclure ?

INDICE

Outil : $D = ab' - a'b$.

2.

Calculer D_x et D_y, puis résoudre (S).

INDICE

Outil : $D_x = cb' - c'b$ et $D_y = ac' - a'c$; puis $x = \dfrac{D_x}{D}$ et $y = \dfrac{D_y}{D}$.

Exercice 6

Combien de solutions ?

Le plan est muni d'un repère. On considère les trois systèmes suivants.

$$(S_1) : \begin{cases} x - 2y = 3 \\ -3x + 6y = 1 \end{cases}$$

$$(S_2) : \begin{cases} 6x - 4y = 10 \\ 9x - 6y = 15 \end{cases}$$

$$(S_3) : \begin{cases} x + y = 7 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

1.

Calculer le déterminant de (S_1), puis résoudre (S_1).

INDICE

Outil : si le déterminant est nul, multiplie la première équation par un réel bien choisi et compare-la à la seconde.

2.

Même question pour (S_2).

INDICE

Outil : même démarche ; compare les coefficients de x pour trouver le réel qui transforme la première équation en la seconde.

3.

Calculer le déterminant de (S_3), puis le résoudre et interpréter le résultat.

INDICE

Outil : déterminant non nul ; ensuite, une combinaison des deux équations élimine y.

Exercice 7

Remonter un système triangulaire

On considère le système

$$(S) : \begin{cases} x - y + 2z = 5 \\ 3y - z = 7 \\ 4z = 8 \end{cases}$$

1.

Justifier que (S) est triangulaire et qu'il a une unique solution.

INDICE

Outil : la définition d'un système triangulaire, puis la résolution par remontée.

2.

Résoudre (S).

INDICE

Outil : commence par la dernière équation, puis remonte.

Exercice 8

Les étapes de la méthode de Gauss

On considère le système

$$(S) : \begin{cases} x + y - z = 0 \\ 2x - y + z = 9 \\ x + 2y + z = 9 \end{cases}$$

1.

Effectuer les opérations $L_2 \leftarrow L_2 - 2L_1$ et $L_3 \leftarrow L_3 - L_1$. Écrire le système obtenu.

INDICE

Outil : soustrais membre à membre, coefficient par coefficient, sans oublier les seconds membres.

2.

Effectuer $L_2 \leftarrow -\frac{1}{3}L_2$, puis $L_3 \leftarrow L_3 - L_2$. Justifier que le système obtenu est triangulaire.

INDICE

Outil : multiplier une équation par un réel non nul donne un système équivalent.

3.

Résoudre (S) et vérifier la solution.

INDICE

Outil : la remontée, puis un contrôle dans les trois équations de départ.

Exercice 9

Deux demi-plans

Le plan est muni d'un repère. On considère les inéquations $(I_1) : 2x + 3y \leq 12$ et $(I_2) : x - y > 1$.

1.

Représenter l'ensemble des points $M(x ; y)$ qui vérifient (I_1).

INDICE

Outil : trace la droite d'équation $2x + 3y = 12$, puis teste l'origine ; hachure la partie rejetée, la partie restée blanche est la solution.

2.

Représenter l'ensemble des points $M(x ; y)$ qui vérifient (I_2).

INDICE

Outil : même méthode, hachures comprises ; l'inégalité est stricte.

3.

Les points $P(4 ; 1)$ et $Q(1 ; 3)$ vérifient-ils le système formé par (I_1) et (I_2) ?

INDICE

Outil : remplace les coordonnées dans chaque inéquation ; les deux doivent être vraies.

Exercice 10

Un budget et un stock

Situation fictive. Un commerçant achète x kilogrammes d'un produit A à 20 dirhams le kilogramme et y kilogrammes d'un produit B à 30 dirhams le kilogramme. Il dispose de 600 dirhams au plus et peut stocker 25 kilogrammes au plus.

1.

Écrire les contraintes que doivent vérifier x et y.

INDICE

Outil : une inéquation par donnée, sans oublier que les quantités sont positives.

2.

Les achats $(x ; y) = (15 ; 8)$ et $(x ; y) = (12 ; 14)$ sont-ils possibles ?

INDICE

Outil : teste chaque couple dans chaque contrainte.

3.

Calculer les coordonnées du point d'intersection des droites d'équations $2x + 3y = 60$ et $x + y = 25$.

INDICE

Outil : un système de deux équations ; la substitution $x = 25 - y$ convient.