BURHAN

Dénombrement : exercices, niveau examen

1ère Année Baccalauréat · Sciences Économiques et Gestion · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/1bac/sciences-economiques-et-gestion/mathematiques/denombrement/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Dénombrement	Niveau examen	5

Exercice 1 — 5 pts

Jetons de deux couleurs

Une urne contient 13 jetons (exemple fictif) : 8 rouges et 5 verts. Les jetons sont tous distincts, car ils portent chacun un numéro.

Tirage simultané — 0,75 pts

On tire simultanément 3 jetons. Montrer que le nombre de tirages possibles est 286.

INDICE

Un tirage simultané est une partie de l'ensemble des jetons.

Exactement deux rouges — 1 pts

Combien de tirages simultanés comportent exactement 2 jetons rouges ?

INDICE

Choisis les jetons rouges, puis le jeton vert.

Au moins un vert — 1 pts

Montrer que 230 tirages simultanés contiennent au moins un jeton vert.

INDICE

Le contraire de « au moins un vert » est « aucun vert ».

Sans remise — 1,25 pts

On tire maintenant successivement et sans remise 3 jetons. Combien de tirages sont possibles ? Combien ne comportent que des jetons rouges ?

INDICE

L'ordre compte désormais ; pour la seconde partie, raisonne seulement sur les jetons rouges.

Avec remise, une seule couleur — 1 pts

On tire successivement et avec remise 3 jetons. Combien de tirages sont possibles ? Combien ont leurs trois jetons de la même couleur ?

INDICE

Découpe en deux cas disjoints : tout rouge, tout vert.

Exercice 2 — 4 pts

Renouvellement d'un comité d'entreprise

Une entreprise renouvelle son comité (données fictives). Les candidats sont 8 cadres et 6 employés. Le comité compte 5 membres, sans rôle particulier au départ.

Nombre de comités — 0,75 pts

Montrer qu'il y a 2002 comités possibles.

INDICE

Simplifie la fraction avant de multiplier tous les facteurs.

Exactement trois cadres — 1 pts

Combien de comités comptent exactement 3 cadres ?

INDICE

Le comité compte alors 2 employés.

Au moins un employé — 1 pts

Combien de comités comptent au moins un employé ?

INDICE

Quels comités ne comptent aucun employé ?

Le bureau — 0,75 pts

Le comité élu désigne en son sein un président, un secrétaire et un trésorier, trois personnes distinctes. Montrer qu'il y a 60 bureaux possibles.

INDICE

Trois postes différents à pourvoir parmi les 5 membres.

Comité et bureau — 0,5 pts

En déduire le nombre de façons de former le comité, puis son bureau.

INDICE

Deux choix successifs, avec le même nombre de bureaux pour chaque comité.

Exercice 3 — 4 pts

Triangle de Pascal et formule du binôme

Dans cet exercice, x désigne un nombre réel. La ligne 4 du triangle de Pascal est : $1, 4, 6, 4, 1$.

Lignes 5 et 6 — 0,75 pts

Écrire les lignes 5 et 6 du triangle de Pascal, en nommant la règle utilisée.

INDICE

Chaque nombre intérieur se calcule à partir de deux nombres de la ligne précédente.

Symétrie — 0,75 pts

Montrer que $C_{15}^{13} = 105$.

INDICE

Ramène l'exposant à un petit nombre, puis applique la formule.

Un développement — 1 pts

Développer $(2x + 1)^4$.

INDICE

Quelles sont les valeurs de a et de b ? Quelle ligne du triangle faut-il lire ?

Une différence — 1 pts

Montrer que $(2x + 1)^4 - (2x - 1)^4 = 64x^3 + 16x$.

INDICE

Développe $(2x - 1)^4$ avec $b = -1$: seuls certains signes changent.

Application numérique — 0,5 pts

En déduire la valeur de $11^4 - 9^4$.

INDICE

Quel x rend $2x + 1$ égal à 11 ? Que vaut alors $2x - 1$?

Exercice 4 — 3 pts

Options d'un vélo

Un fabricant vend un vélo de ville avec 7 options facultatives (exemple fictif), dont un porte-bagages et un siège enfant. Une configuration est l'ensemble des options choisies, éventuellement aucune.

Nombre de configurations — 0,75 pts

Montrer qu'il existe 128 configurations.

INDICE

Une configuration est une partie de l'ensemble des options.

Trois options — 0,75 pts

Combien de configurations comportent exactement 3 options ?

INDICE

Ce sont des parties à 3 éléments.

Au moins deux options — 0,75 pts

Combien de configurations comportent au moins 2 options ?

INDICE

Retire les configurations à 0 et à 1 option.

Une incompatibilité — 0,75 pts

Pour des raisons de poids, le porte-bagages et le siège enfant ne peuvent pas être choisis ensemble. Combien de configurations restent possibles ?

INDICE

Pense au complémentaire : quelles configurations sont interdites ?

Exercice 5 — 4 pts

Codes d'accès d'une entreprise

Une entreprise attribue à chaque salarié un code d'accès (exemple fictif) : 3 lettres, choisies parmi les 26 lettres de l'alphabet, suivies de 2 chiffres, choisis de 0 à 9. Les répétitions sont permises, sauf mention contraire.

Nombre de codes — 0,75 pts

Montrer qu'il y a $1\,757\,600$ codes.

INDICE

Un code est un couple : une 3-liste de lettres, puis une 2-liste de chiffres.

Sans répétition — 1,25 pts

Montrer qu'il y a $1\,404\,000$ codes dont les trois lettres sont distinctes et les deux chiffres distincts.

INDICE

Les lettres, comme les chiffres, forment maintenant des arrangements.

Au moins une répétition — 0,75 pts

Combien de codes comportent au moins une répétition, de lettre ou de chiffre ?

INDICE

C'est le contraire de la situation de la question précédente.

Chiffres croissants — 1,25 pts

Combien de codes ont leurs deux chiffres dans l'ordre strictement croissant, comme 3 puis 7 ?

INDICE

Choisis d'abord l'ensemble des deux chiffres : de combien de façons peut-on le ranger dans l'ordre croissant ?