BURHAN

# Dénombrement : exercices, entraînement

1ère Année Baccalauréat · Sciences Économiques et Gestion · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/1bac/sciences-economiques-et-gestion/mathematiques/denombrement/exercices/entrainement

| Chapitre | Palier | Exercices |
|---|---|---|
| Dénombrement | Entraînement | 7 |

## Exercice 1

### Langues parlées dans une entreprise

Une entreprise compte $80$ salariés (données fictives). $46$ parlent anglais, $31$ parlent espagnol et $9$ ne parlent aucune de ces deux langues. On note $A$ l'ensemble des salariés qui parlent anglais et $L$ l'ensemble de ceux qui parlent espagnol.

#### Au moins une langue

Combien de salariés parlent au moins l'une des deux langues ?

INDICE

Ces salariés forment $A \cup L$ ; tu connais son complémentaire.

#### Les deux langues

Combien de salariés parlent les deux langues ?

INDICE

Écris le cardinal de la réunion, puis isole $\mathrm{card}(A \cap L)$.

#### Une seule langue

Combien de salariés parlent anglais sans espagnol ? espagnol sans anglais ? exactement une des deux langues ?

INDICE

Retire l'intersection de chaque ensemble, puis additionne deux cas disjoints.

#### Contrôle

Vérifie que les cas trouvés couvrent toute l'entreprise.

INDICE

Découpe les $80$ salariés en quatre cas qui ne se recouvrent pas.

## Exercice 2

### Sacs personnalisés

Une maroquinerie personnalise des sacs (exemple fictif). Le client choisit d'abord la matière : cuir ou toile. En cuir, il choisit une couleur parmi $3$, puis une taille parmi $2$. En toile, il choisit une couleur parmi $5$, puis une taille parmi $3$.

#### L'arbre de choix

Décris l'arbre de choix. Peut-on obtenir le nombre de sacs par un seul produit ?

INDICE

Regarde si le nombre de couleurs est le même sous la branche « cuir » et sous la branche « toile ».

#### Chaque matière

Combien de sacs en cuir peut-on commander ? Combien de sacs en toile ?

INDICE

Une fois la matière fixée, le principe général s'applique.

#### Tous les sacs

Combien de sacs différents la maroquinerie propose-t-elle ?

INDICE

Les sacs en cuir et les sacs en toile forment deux ensembles disjoints.

#### Avec des initiales

Chaque sac peut, en plus, porter ou non les initiales du client. Combien de commandes différentes sont possibles ?

INDICE

Un dernier choix à deux issues s'ajoute à chaque chemin de l'arbre.

## Exercice 3

## Trois façons de tirer des jetons

Un sac contient $10$ jetons numérotés de $1$ à $10$ (exemple fictif). On note $E$ l'ensemble des $10$ numéros. On tire $3$ jetons de trois façons différentes.

### Avec remise

On tire un jeton, on note son numéro, on le remet dans le sac, et on recommence jusqu'à trois tirages. Combien de résultats sont possibles ?

INDICE

L'ordre compte-t-il ? Un numéro peut-il revenir ? Déduis-en le modèle.

### Sans remise

On tire trois jetons l'un après l'autre, sans les remettre. Combien de résultats sont possibles ?

INDICE

L'ordre compte toujours ; un numéro peut-il encore revenir ?

### Simultanément

On prend trois jetons d'un seul coup. Combien de résultats sont possibles ?

INDICE

Une poignée de jetons n'a pas d'ordre ; utilise le lien entre arrangements et combinaisons.

### Numéros pairs

Dans le tirage sans remise, combien de résultats ne comportent que des numéros pairs ?

INDICE

Change d'ensemble : celui des numéros pairs du sac.

### Exercice 4

## Comité d'un service commercial

Le service commercial d'une entreprise compte $6$ femmes et $7$ hommes (données fictives). On forme un comité de $4$ personnes, sans rôle particulier.

#### Tous les comités

Combien de comités peut-on former ?

INDICE

Un comité est une partie à $4$ éléments d'un ensemble de $13$ personnes.

#### Deux femmes et deux hommes

Combien de comités comptent exactement $2$ femmes et $2$ hommes ?

INDICE

Deux choix successifs : les femmes, puis les hommes.

#### Au moins une femme

Combien de comités comptent au moins une femme ?

INDICE

Compte d'abord les comités qui ne comptent aucune femme.

#### Un refus

Deux personnes du service, Nadia et Karim, refusent de siéger ensemble. Combien de comités respectent ce refus ?

INDICE

Compte d'abord les comités qui ne respectent pas le refus.

### Exercice 5

## Codes et anagrammes

Un service informatique crée des codes de $5$ chiffres (exemple fictif), chaque chiffre allant de $0$ à $9$.

#### Chiffres distincts

Combien de codes ont leurs $5$ chiffres distincts ?

INDICE

L'ordre compte et aucun chiffre ne revient.

#### Au moins une répétition

Combien de codes comportent au moins un chiffre répété ?

INDICE

Compare avec l'ensemble de tous les codes de $5$ chiffres.

#### Premier chiffre non nul

Combien de codes à chiffres distincts ne commencent pas par $0$ ?

INDICE

Choisis d'abord le premier chiffre, puis les quatre autres parmi les chiffres restants.

#### Anagrammes

Un mot de passe provisoire est une anagramme du mot BUDGET : ses six lettres, dans un ordre quelconque. Combien y en a-t-il ? Combien commencent par une voyelle ?

INDICE

Les six lettres sont distinctes ; pour la seconde question, place d'abord la voyelle.

Exercice 6

## Coefficients d'un développement

On étudie le développement de $(2x-1)^6$ par la formule du binôme.

### Terme général

Écris le terme d'indice $p$ du développement, pour $0 \leq p \leq 6$.

INDICE

Prends $a = 2x$ et $b = -1$.

### Un premier coefficient

Calcule le coefficient de $x^4$.

INDICE

Cherche la valeur de $p$ telle que $6 - p = 4$.

### Un coefficient négatif

Calcule le coefficient de $x^3$.

INDICE

Même démarche ; surveille le signe de $(-1)^p$.

### Somme des coefficients

Calcule la somme de tous les coefficients du développement.

INDICE

La somme des coefficients d'un polynôme est sa valeur en $x = 1$.

Exercice 7

## Sélections dans une gamme

Une gamme compte $6$ produits (exemple fictif). Le magasin étudie toutes les sélections possibles de produits de la gamme, y compris la sélection vide. On note $G$ l'ensemble des $6$ produits.

### Toutes les sélections

Combien de sélections sont possibles ?

INDICE

Une sélection est une partie de $G$.

### Au moins deux produits

Combien de sélections comportent au moins deux produits ?

INDICE

Quelles sélections ne conviennent pas ? Retire-les du total.

### Contrôle par le triangle

Écris la ligne $6$ du triangle de Pascal et vérifie que sa somme vaut $64$.

INDICE

Construis-la à partir de la ligne $5$ : $1, 5, 10, 10, 5, 1$.

### Nombre pair de produits

Combien de sélections comportent un nombre pair de produits ($0$, $2$, $4$ ou $6$) ?

INDICE

Quelles tailles de sélection sont paires ? Quels coefficients de la ligne $6$ les comptent ?