BURHAN

La symétrie centrale et le parallélogramme : exercices, niveau examen

1ère Année Collège · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/symetrie-centrale-et-parallelogramme/exercices/examen

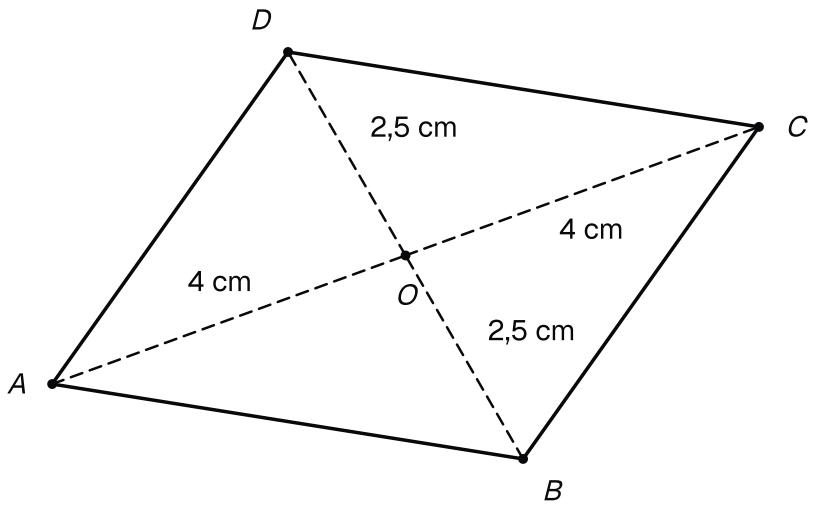
Chapitre	Palier	Exercices
La symétrie centrale et le parallélogramme	Niveau examen	5

Exercice 1 5 pts

Le carreau du carreleur

Devoir d'une heure, noté sur 15 points : cet exercice vaut 5 points, compte environ 20 minutes.

Un carreleur pose des carreaux en forme de quadrilatère $ABCD$. Sur le plan d'un carreau, les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en O. On a $OA = OC = 4$ cm et $OB = OD = 2{,}5$ cm.



Le plan du carreau ABCD : ses diagonales se coupent en O, avec OA = OC = 4 cm et OB = OD = 2,5 cm.

1. 2 pts

Recopie et complète la justification : « On sait que O est le milieu de … et de … Or, si … Donc $ABCD$ est … »

INDICE

Outil : la propriété qui reconnaît un parallélogramme par ses diagonales.

2. 1 pts

Le carreleur mesure $AB = 5{,}5$ cm. Sans mesurer, donne CD. Cite la propriété.

INDICE

Outil : une propriété des côtés d'un parallélogramme.

Début : utilise la question 1.

3. 2 pts

Calcule la longueur AC. Le point E est le symétrique de A par rapport au point C. En déduire la longueur AE.

INDICE

Début : $AC = OA + OC$.

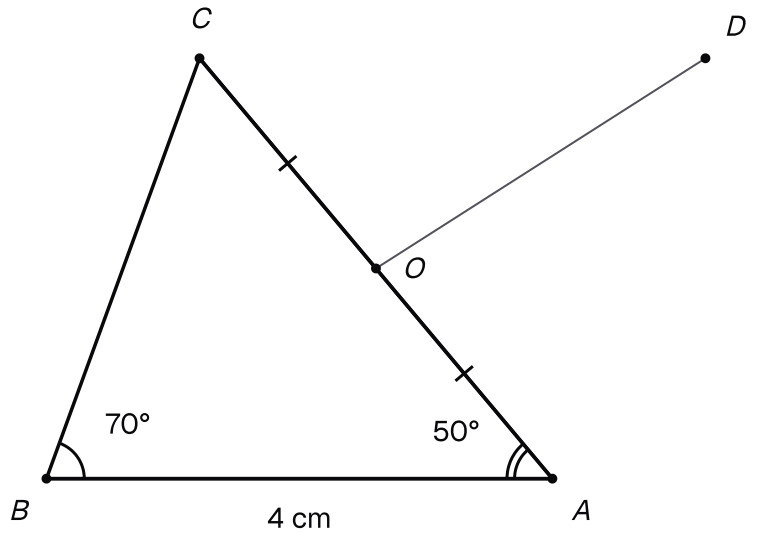
Point délicat : cette fois, le centre est C, pas O.

Exercice 2 5 pts

Le logo du club de sport

Devoir d'une heure, noté sur 15 points : cet exercice vaut 5 points, compte environ 20 minutes.

Pour le logo d'un club de sport, Lina dessine un triangle ABC avec $AB = 4$ cm, $\widehat{ABC} = 70°$ et $\widehat{BAC} = 50°$. Elle place le milieu O de $[AC]$, puis le point D, symétrique de B par rapport à O.



Le triangle ABC de Lina (AB = 4 cm, angles de 70 degrés en B et de 50 degrés en A), le milieu O de [AC] et le point D.

1. 1 pts

Calcule $\widehat{ACB}$.

INDICE

Outil : la somme des angles d'un triangle, vue au chapitre « Le triangle ».

2. 1,5 pts

Quel est le symétrique de A par rapport à O ? En déduire que $ABCD$ est un parallélogramme, en citant la propriété utilisée.

INDICE

Outil : la définition du symétrique d'un point.

Ensuite : regarde les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ du quadrilatère.

3. 1,5 pts

Sans mesurer, donne $\widehat{CDA}$ et $\widehat{DCA}$.

INDICE

Outil : les angles opposés d'un parallélogramme.

Point délicat : pour $\widehat{DCA}$, cherche de quel angle il est le symétrique par rapport à O.

4. 1 pts

Rappel : si la demi-droite $[CA)$ coupe l'angle $\widehat{BCD}$ en deux angles, on additionne leurs mesures pour obtenir $\widehat{BCD}$. Calcule $\widehat{BCD}$.

INDICE

Début : les deux angles qui forment $\widehat{BCD}$ sont déjà connus.

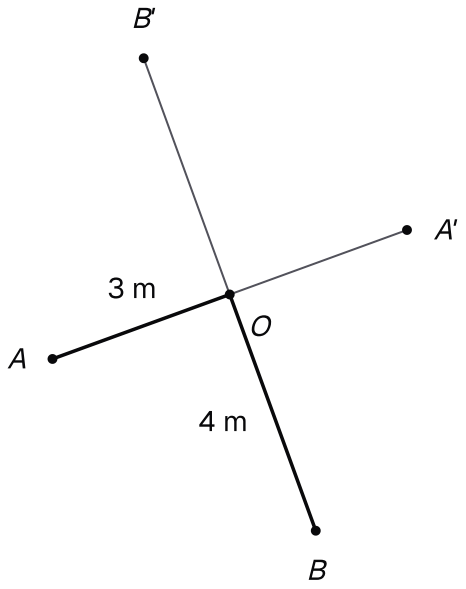
Exercice 3 — 5 pts

Les bancs autour du jet d'eau

Devoir d'une heure, noté sur 15 points : cet exercice vaut 5 points, compte environ 20 minutes.

Dans un jardin public, un jet d'eau est placé en O. Deux bancs sont placés en A et en B, avec $OA = 3$ m et $OB = 4$ m. Le point O n'est pas sur la droite (AB).

Le jardinier veut deux autres bancs en A' et B'. Ce sont les symétriques de A et de B par rapport à O.



Le jet d'eau O, les bancs A et B (OA = 3 m, OB = 4 m) et les bancs A' et B', leurs symétriques par rapport à O.

1. — 1,5 pts

Calcule les distances AA' et BB'. Justifie.

INDICE

Outil : la définition du symétrique d'un point.

Début : où est O sur le segment $[AA']$?

2. — 2 pts

Une allée fait le tour des bancs dans l'ordre A, B, A', B'. Quelles sont les diagonales du quadrilatère $ABA'B'$? En déduire que ce quadrilatère est un parallélogramme.

INDICE

Début : une diagonale relie deux sommets qui ne se suivent pas.

Outil : la propriété qui reconnaît un parallélogramme par ses diagonales.

3. 1,5 pts

Quel point est un centre de symétrie du parallélogramme $ABA'B'$? Justifie.

INDICE

Outil : la propriété des diagonales d'un parallélogramme.

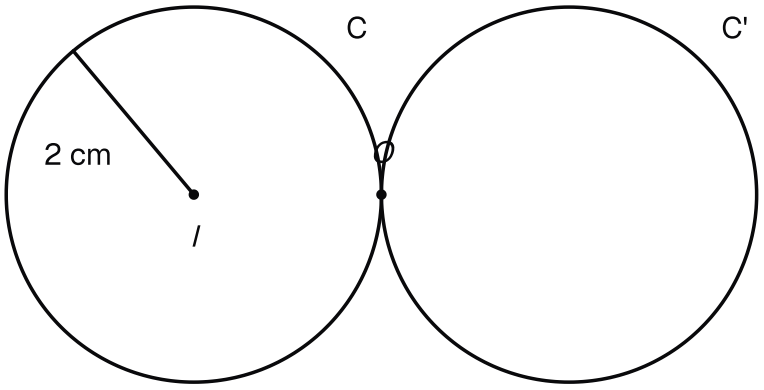
Début : utilise la question 2.

Exercice 4 — 5 pts

Les deux verres des lunettes

Devoir d'une heure, noté sur 15 points : cet exercice vaut 5 points, compte environ 20 minutes.

Sur le dessin d'une paire de lunettes, le verre gauche est un cercle $\mathcal{C}$ de centre I et de rayon 2 cm. Le pont des lunettes est fixé en un point O de ce cercle. Le verre droit est le cercle $\mathcal{C}'$, symétrique de $\mathcal{C}$ par rapport à O.



Les deux verres : le cercle C de centre I et de rayon 2 cm, le pont O sur ce cercle, et le cercle C' symétrique de C par rapport à O.

1. — 1 pts

Donne le centre et le rayon du cercle $\mathcal{C}'$. Cite la propriété.

INDICE

Outil : la propriété du symétrique d'un cercle.

2. — 1,5 pts

Donne la longueur OI. Le point P du verre gauche est tel que I est le milieu de $[OP]$. Calcule OP. En déduire la largeur PP' des lunettes, où P' est le symétrique de P par rapport à O. Justifie.

INDICE

Début : le point O est sur le cercle $\mathcal{C}$ de centre I.

Ensuite : où est O sur le segment $[PP']$?

3. 1,5 pts

Calcule OI'. Le point O est-il aussi sur le verre droit $\mathcal{C}'$? Justifie.

INDICE

Début : O est le milieu de $[II']$ (définition du symétrique d'un point).

Point délicat : compare OI' au rayon de $\mathcal{C}'$.

4. 1 pts

Un strass est collé en un point M du verre gauche $\mathcal{C}$, avec $OM = 3$ cm. On place M', symétrique de M par rapport à O. Donne $I'M'$. Sur quel verre se trouve M' ? Justifie.

INDICE

Outil : la propriété du symétrique d'un segment.

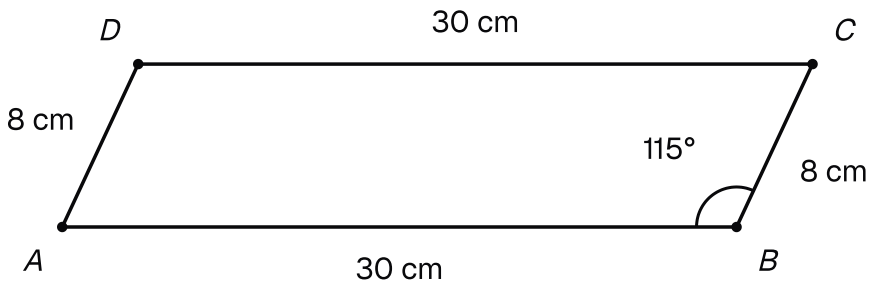
Début : le symétrique du segment $[IM]$ est $[I'M']$.

Exercice 5 — 5 pts

La lampe articulée du bureau

Devoir d'une heure, noté sur 15 points : cet exercice vaut 5 points, compte environ 20 minutes.

Le bras d'une lampe de bureau est formé de quatre barres reliées par des charnières. Elles forment un quadrilatère non croisé $ABCD$, avec $AB = CD = 30$ cm et $BC = DA = 8$ cm. Quand on tourne une charnière, les barres gardent leur longueur et $ABCD$ reste non croisé. On règle d'abord la lampe avec $\widehat{ABC} = 115°$.



Le bras de la lampe ABCD réglé à 115 degrés en B : AB = CD = 30 cm et BC = DA = 8 cm.

1. — 2 pts

Recopie et complète la justification : « On sait que $ABCD$ est non croisé, que AB et CD mesurent … et que BC et DA mesurent … Or, si … Donc $ABCD$ est … » Sans mesurer, donne ensuite $\widehat{CDA}$.

INDICE

Outil : la propriété qui reconnaît un parallélogramme par ses côtés.

Ensuite : une propriété des angles d'un parallélogramme.

2. — 1 pts

On tourne la charnière en B : maintenant $\widehat{ABC} = 100°$. Le quadrilatère $ABCD$ est-il encore un parallélogramme ? En déduire la nouvelle mesure de $\widehat{CDA}$.

INDICE

Début : les longueurs des quatre barres ont-elles changé ?

Point délicat : la propriété utilisée à la question 1 parle-t-elle des angles ?

3. 2 pts

Les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent en O. Une vis est placée sur la barre $[AB]$, en M, avec $AM = 12$ cm. Quel est le symétrique de A par rapport à O ? En déduire la longueur CM', où M' est le symétrique de M par rapport à O. Sur quelle barre se trouve M' ? Calcule DM'.

INDICE

Outil : la propriété des diagonales d'un parallélogramme.

Ensuite : cherche le symétrique du segment $[AM]$.

Point délicat : cherche aussi le symétrique de B, puis celui de la barre $[AB]$.