BURHAN

La symétrie centrale et le parallélogramme : exercices, entraînement

1ère Année Collège · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/symetrie-centrale-et-parallelogramme/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
La symétrie centrale et le parallélogramme	Entraînement	7

Exercice 1

Le symétrique d'un logo en deux morceaux

Un logo est formé d'un segment $[AB]$ de 4 cm et d'un cercle de centre B et de rayon $1{,}5$ cm. Trace ce cercle au compas.

Pour placer le point O, trace avec l'équerre la perpendiculaire à (AB) passant par A. Tu l'as appris au chapitre « Droites perpendiculaires et droites parallèles ». Place O sur cette droite, à 3 cm de A.

1.

Quels points suffit-il de construire pour obtenir le symétrique du logo par rapport à O ? Construis-les.

INDICE

Outil : la méthode du symétrique d'une figure : on construit seulement les points utiles.

Début : de quoi as-tu besoin pour tracer un segment ? Et un cercle ?

2.

Trace le symétrique du logo. Donne la longueur du segment et le rayon du cercle obtenus.

INDICE

Outil : la propriété du symétrique d'un segment, puis celle du symétrique d'un cercle.

Point délicat : le centre du nouveau cercle est B'.

3.

Le point M est le milieu de $[AB]$. Où se trouve son symétrique M' par rapport à O ? Calcule $A'M'$.

INDICE

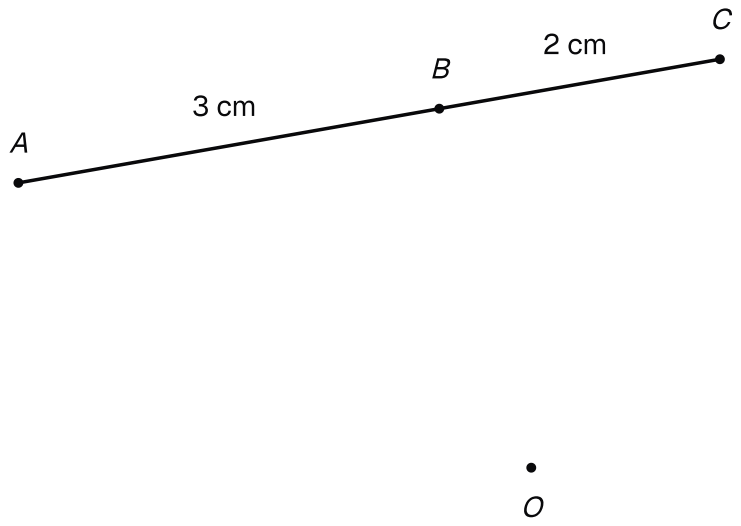
Outil : la propriété du symétrique d'un segment parle aussi du milieu.

Ensuite : $A'M'$ est la moitié de $A'B'$.

Exercice 2

Trois lampadaires alignés et leurs symétriques

Sur un plan, trois lampadaires A, B et C sont alignés dans cet ordre, avec $AB = 3$ cm et $BC = 2$ cm. Une fontaine O n'est pas sur la droite (AC). On place A', B' et C', symétriques de A, B et C par rapport à O.



Les lampadaires A, B, C alignés (AB = 3 cm, BC = 2 cm) et la fontaine O, en dehors de leur droite.

1.

Les points A', B' et C' sont-ils alignés ? Justifie.

INDICE

Outil : la propriété du symétrique d'une droite parle aussi de l'alignement.

2.

Calcule AC, puis $A'C'$ et $B'C'$.

INDICE

Début : le point B est entre A et C.

Outil : la conservation des longueurs.

3.

Que peux-tu dire des droites (AC) et $(A'C')$? Justifie.

INDICE

Outil : la propriété du symétrique d'une droite.

Début : le symétrique de (AC) est la droite qui passe par A' et C'.

Exercice 3

Planter le quatrième piquet d'un massif de fleurs

Un jardinier veut un massif de fleurs en forme de parallélogramme $ABCD$. Sur le plan, trois piquets sont déjà placés, avec $AB = 5$ cm, $BC = 3$ cm et $\widehat{ABC} = 60°$.

1.

Fais la figure sur ton cahier : trace $[BA]$, l'angle de $60°$ en B, puis place C.

INDICE

Outil : la règle graduée et le rapporteur.

Début : trace d'abord $[BA]$, de 5 cm.

2.

Construis le point D à la règle et au compas, en utilisant le milieu O de $[AC]$. Justifie que $ABCD$ est un parallélogramme.

INDICE

Outil : une propriété qui reconnaît un parallélogramme par ses diagonales.

Début : D est le symétrique d'un des sommets par rapport à O.

Point délicat : les diagonales de $ABCD$ sont $[AC]$ et $[BD]$.

3.

Sans mesurer, donne AD, CD et $\widehat{CDA}$.

INDICE

Outil : les propriétés des côtés opposés et des angles opposés d'un parallélogramme.

Point délicat : l'angle opposé à $\widehat{ABC}$ a pour sommet D.

4.

Le point O est-il un centre de symétrie du massif $ABCD$? Justifie.

INDICE

Outil : la propriété des diagonales d'un parallélogramme.

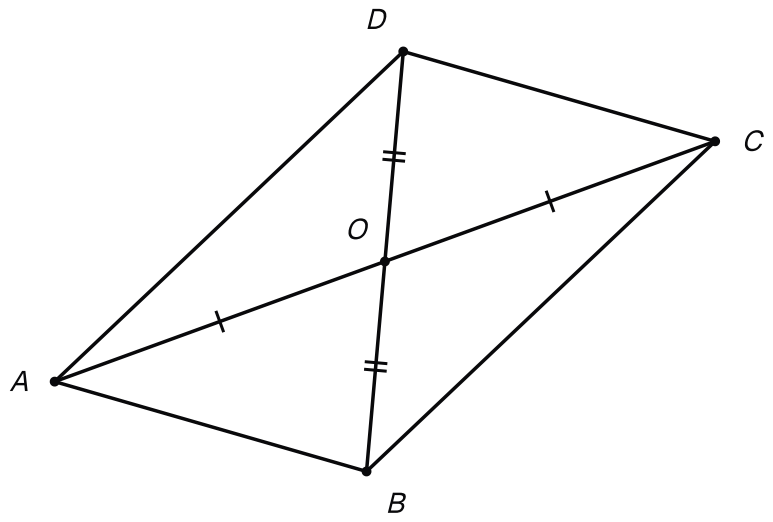
Point délicat : O est le milieu des deux diagonales.

Exercice 4

Les deux baguettes d'une enseigne

Pour le cadre de l'enseigne d'une boulangerie, Nora croise deux baguettes $[AC]$ et $[BD]$. La baguette $[AC]$ mesure 60 cm et la baguette $[BD]$ mesure 36 cm. Elle les attache en leur milieu commun O.

Puis elle fixe une guirlande lumineuse qui relie A, B, C et D, dans cet ordre, et revient en A.



Les baguettes [AC] de 60 cm et [BD] de 36 cm, attachées en leur milieu commun O, et la guirlande ABCD.

1.

Justifie que le quadrilatère $ABCD$ formé par la guirlande est un parallélogramme.

INDICE

Outil : une propriété qui reconnaît un parallélogramme par ses diagonales.

Début : quelles sont les diagonales de $ABCD$?

Point délicat : rédige en trois temps : on sait que, or, donc.

2.

Calcule OA et OB.

INDICE

Outil : le point O est le milieu de chaque baguette.

3.

La guirlande entre A et B mesure 40 cm. Quelle longueur de guirlande faut-il entre C et D ?

INDICE

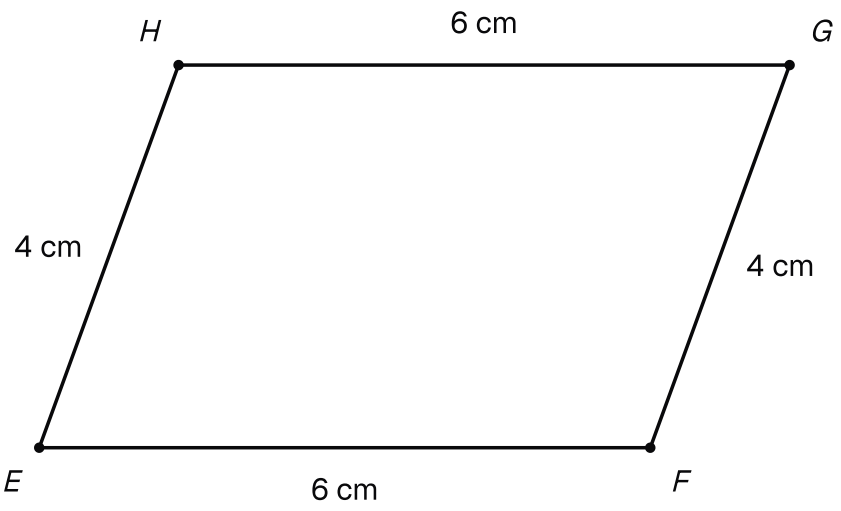
Outil : la propriété des côtés opposés d'un parallélogramme.

Début : utilise la question 1.

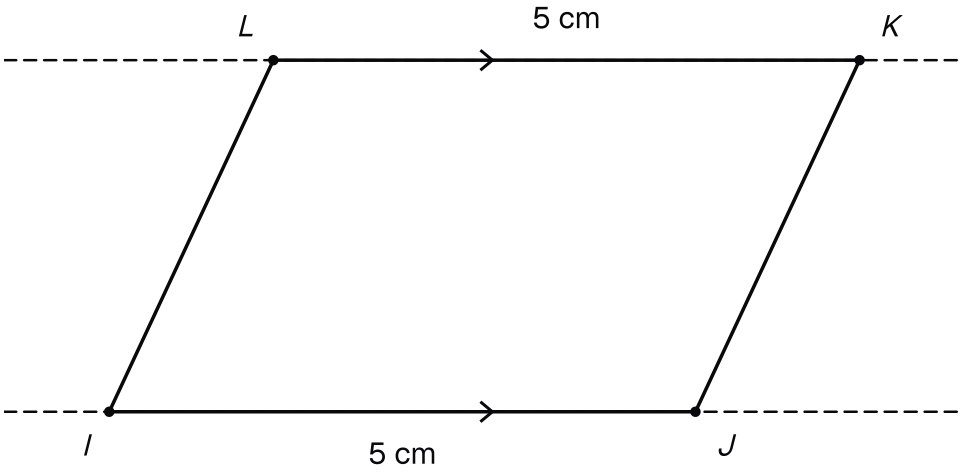
Exercice 5

Trois cadres en baguettes de bois

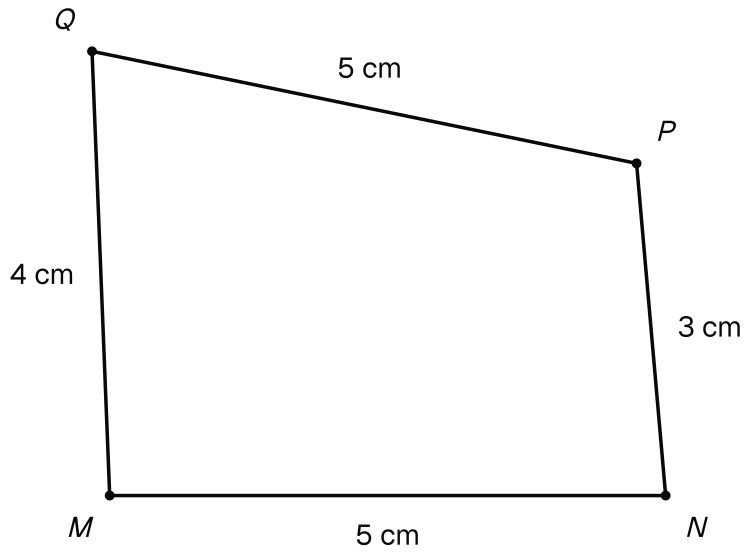
Amine assemble des baguettes pour faire des cadres. Chaque cadre est un quadrilatère non croisé.



Premier cadre EFGH : EF = GH = 6 cm et FG = HE = 4 cm.



Deuxième cadre IJKL : (IJ) et (KL) parallèles, avec IJ = KL = 5 cm.



Troisième cadre MNPQ : MN = PQ = 5 cm, NP = 3 cm et QM = 4 cm.

1.

Premier cadre $EFGH$: $EF = 6$ cm, $FG = 4$ cm, $GH = 6$ cm et $HE = 4$ cm. Ce cadre est-il un parallélogramme ? Justifie.

INDICE

Outil : une propriété qui reconnaît un parallélogramme par ses côtés.

Point délicat : cette propriété demande un quadrilatère non croisé.

2.

Deuxième cadre $IJKL$: $(IJ) \parallel (KL)$ et $IJ = KL = 5$ cm. Est-ce un parallélogramme ? Justifie.

INDICE

Outil : l'autre propriété des côtés, pour une seule paire de côtés opposés.

Point délicat : vérifie que les deux conditions portent sur la même paire.

3.

Troisième cadre $MNPQ$: $MN = PQ = 5$ cm, $NP = 3$ cm et $QM = 4$ cm. Est-ce un parallélogramme ?

INDICE

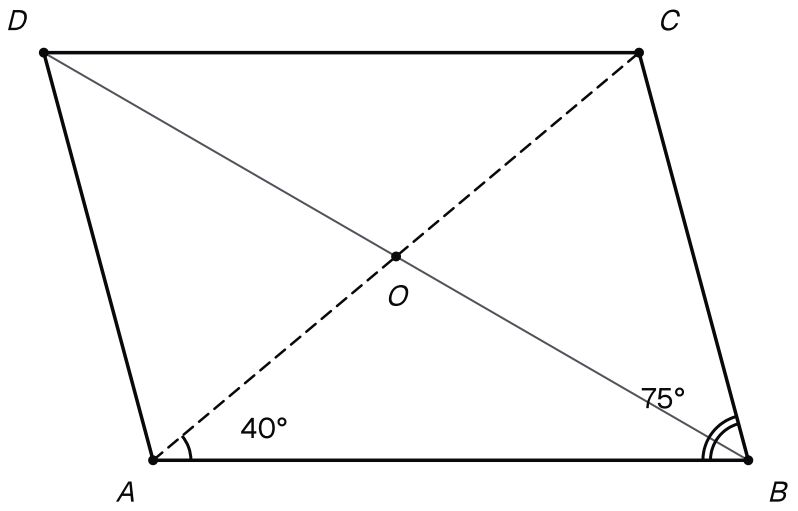
Outil : si c'était un parallélogramme, quelle propriété de ses côtés serait vraie ?

Point délicat : compare NP et QM.

Exercice 6

Les angles d'un carreau de mosaïque

Un carreau de mosaïque a la forme d'un parallélogramme $ABCD$. Ses diagonales se coupent en O. On mesure $\widehat{BAC} = 40°$ et $\widehat{ABC} = 75°$.



Le carreau ABCD, ses diagonales qui se coupent en O, et les angles BAC de 40 degrés et ABC de 75 degrés.

1.

Calcule $\widehat{ACB}$.

INDICE

Outil : la somme des angles d'un triangle, vue au chapitre « Le triangle ».

Début : travaille dans le triangle ABC.

2.

Donne $\widehat{CDA}$. Cite la propriété.

INDICE

Outil : la propriété des angles opposés d'un parallélogramme.

3.

Le point O est un centre de symétrie du parallélogramme. Déduis-en $\widehat{DCA}$ et $\widehat{DAC}$.

INDICE

Outil : la propriété du symétrique d'un angle.

Début : cherche les symétriques de A, de B et de C par rapport à O.

Point délicat : de quel angle $\widehat{DCA}$ est-il le symétrique ?

4.

Rappel : quand une demi-droite partage un angle en deux angles, la mesure de cet angle est la somme des deux mesures. Ici, la diagonale $[AC]$ partage l'angle $\widehat{DAB}$ en deux. Calcule $\widehat{DAB}$, puis $\widehat{BCD}$.

INDICE

Début : l'angle $\widehat{DAB}$ est formé des angles $\widehat{DAC}$ et $\widehat{CAB}$.

Ensuite : utilise une propriété des angles opposés.

Exercice 7

Trouve l'erreur dans trois copies

1.

Copie de Yassine : « $ABCD$ a deux côtés opposés de même longueur, $AB = CD = 5$ cm. Donc $ABCD$ est un parallélogramme. » Explique l'erreur.

INDICE

Outil : relis les propriétés qui reconnaissent un parallélogramme par ses côtés.

Point délicat : combien de conditions faut-il sur une même paire de côtés ?

2.

Copie de Hiba : « Dans le parallélogramme $KLMN$, les diagonales $[KL]$ et $[MN]$ ont le même milieu. » Corrige cette phrase.

INDICE

Outil : une diagonale relie deux sommets opposés.

Début : écris les sommets dans l'ordre K, L, M, N.

3.

Copie d'Omar : « Les points M, O et M' sont alignés. Donc M' est le symétrique de M par rapport à O. » Qu'est-ce qui manque ?

INDICE

Outil : la définition du symétrique d'un point.

Point délicat : alignés ne veut pas dire milieu.