BURHAN

Résumé : Statistique

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/statistique/resume

Chapitre	Semestre
Statistique	Semestre 2

Population, individus, caractère

Une étude statistique part d'une question posée à un groupe. Avant de compter quoi que ce soit, tu dis qui est interrogé. Tu dis aussi ce que l'on observe sur chacun.

Définition : Population statistique et individu

Une **étude statistique** porte sur un ensemble de personnes, d'animaux ou d'objets.

- Cet ensemble s'appelle la **population statistique**.
- Chaque élément de la population s'appelle un **individu**.

Par exemple, si on interroge les élèves d'une classe, la population est l'ensemble des élèves de cette classe, et chaque élève est un individu.

Définition : Caractère et valeurs du caractère

Le **caractère** est ce que l'on observe ou ce que l'on mesure sur chaque individu. Les résultats possibles sont les **valeurs du caractère**.

- Le caractère est **quantitatif** quand ses valeurs sont des nombres qui comptent ou qui mesurent quelque chose (une pointure, un nombre de frères et sœurs, une note).
- Sinon, le caractère est **qualitatif** : ses valeurs sont des mots (une couleur, un sport préféré, un moyen de transport) ou des numéros qui servent seulement de nom (un numéro de maillot).

Exemple : les animaux d'un immeuble

Enquête imaginaire : on demande à chacun des 20 habitants d'un immeuble fictif combien d'animaux de compagnie il possède.

- Population : les 20 habitants de l'immeuble.
- Individu : un habitant.
- Caractère : le nombre d'animaux de compagnie. Ses valeurs (0, 1, 2…) comptent des animaux : il est quantitatif.

Si on leur demande plutôt leur couleur préférée, le caractère devient qualitatif. Ses valeurs sont alors des mots : bleu, rouge, vert…

Remarque : Un numéro n'est pas toujours une quantité

Le numéro d'un appartement s'écrit avec des chiffres. Pourtant, il sert seulement à désigner un logement.

Entre les numéros 12 et 15, il n'y a aucune quantité à lire : rien n'est compté, rien n'est mesuré.

Le caractère « numéro d'appartement » est donc qualitatif.

Effectifs et tableau des effectifs

Les réponses brutes arrivent en désordre. Pour les lire, tu comptes combien de fois chaque valeur apparaît. Tu ranges ensuite ces nombres dans un tableau.

Définition : Série statistique, effectif et effectif total

La liste des valeurs du caractère relevées sur tous les individus s'appelle une **série statistique**.

- L'**effectif** d'une valeur est le nombre d'individus qui ont cette valeur.
- L'**effectif total** est le nombre de tous les individus de la population.

L'effectif total est égal à la somme des effectifs de toutes les valeurs.

Définition : Tableau des effectifs

Le **tableau des effectifs** présente une série statistique de façon ordonnée.

- Une ligne (ou une colonne) donne les **valeurs** du caractère.
- L'autre ligne (ou l'autre colonne) donne l'**effectif** de chaque valeur.
- Une dernière case peut donner l'**effectif total**.

Pour un caractère quantitatif, on range en général les valeurs dans l'ordre croissant.

Méthode : dépouiller une série

1. **Nomme** la population et le caractère, puis écris la liste des valeurs possibles.
2. **Compte** une valeur à la fois ; raye chaque réponse dès que tu l'as comptée.
3. **Range** les effectifs dans le tableau ; pour un caractère quantitatif, place les valeurs de la plus petite à la plus grande.
4. **Vérifie** : la somme des effectifs redonne le nombre de réponses.

Exemple : vingt réponses à dépouiller

Voici les 20 réponses fictives de l'immeuble, dans l'ordre où elles ont été notées :

1 ; 0 ; 2 ; 1 ; 0 ; 3 ; 1 ; 1 ; 0 ; 2 ; 4 ; 1 ; 0 ; 2 ; 1 ; 3 ; 0 ; 1 ; 2 ; 1

Nombre d'animaux	0	1	2	3	4	Total
Effectif	5	8	4	2	1	20

Contrôle : la somme des effectifs redonne les 20 réponses notées.

$$5 + 8 + 4 + 2 + 1 = 20$$

Attention : Ne mélange pas valeur et effectif

Dans ce tableau, la colonne de la valeur 3 porte l'effectif 2. Lis-la ainsi : 2 habitants possèdent 3 animaux.

La lecture « 3 habitants possèdent 2 animaux » est fausse : elle échange la valeur et l'effectif.

Attention : Une somme qui ne colle pas

Si tes effectifs font 19 en tout pour 20 réponses, une réponse t'a échappé. S'ils font 21, tu en as compté une deux fois.

Dans les deux cas, recompte avant de continuer.

Diagrammes en bâtons et en barres

Un diagramme montre les effectifs d'un seul coup d'œil. Le bon choix dépend du caractère. Des quantités se placent sur un axe ; des mots se mettent côte à côte.

Définition : Diagramme en bâtons

Pour représenter une série dont le caractère est **quantitatif**, on peut tracer un **diagramme en bâtons**.

- Sur l'axe horizontal, on place les valeurs du caractère.
- Au-dessus de chaque valeur, on trace un trait vertical, le **bâton**.
- La hauteur de chaque bâton est **proportionnelle** à l'effectif de la valeur : on la lit sur l'axe vertical, gradué régulièrement à partir de 0.

Définition : Diagramme en barres

Un **diagramme en barres** représente une série par des rectangles de **même largeur**, les **barres**, séparés les uns des autres.

- Chaque barre correspond à une valeur du caractère.
- La hauteur de chaque barre est **proportionnelle** à l'effectif de la valeur.

On l'emploie souvent pour un caractère **qualitatif**, dont les valeurs ne se placent pas sur un axe gradué.

Méthode : tracer des bâtons ou des barres

1. **Fixe** une échelle pour les effectifs, puis gradue l'axe vertical à pas réguliers depuis 0.
2. **Écris** les valeurs du caractère le long de l'axe horizontal.
3. **Calcule** chaque hauteur avec l'échelle, puis trace le bâton, ou la barre de largeur fixe.
4. **Termine** par un titre et le nom de chaque axe.

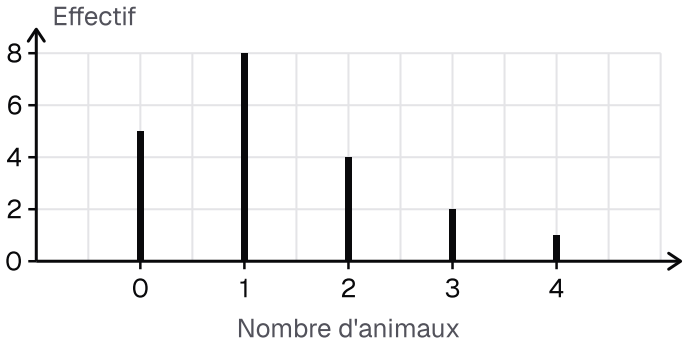
Exemple : les hauteurs des bâtons

Série fictive de l'immeuble, échelle : 1 cm pour 2 habitants.

Pour obtenir une hauteur en centimètres, tu partages l'effectif par 2.

Nombre d'animaux	0	1	2	3	4
Effectif	5	8	4	2	1
Hauteur (cm)	$2{,}5$	4	2	1	$0{,}5$

Le bâton le plus haut, celui de la valeur 1, mesure 4 cm.



Les animaux des habitants de l'immeuble en bâtons : avec 1 cm pour 2 habitants, le bâton de la valeur 1 est le plus haut.

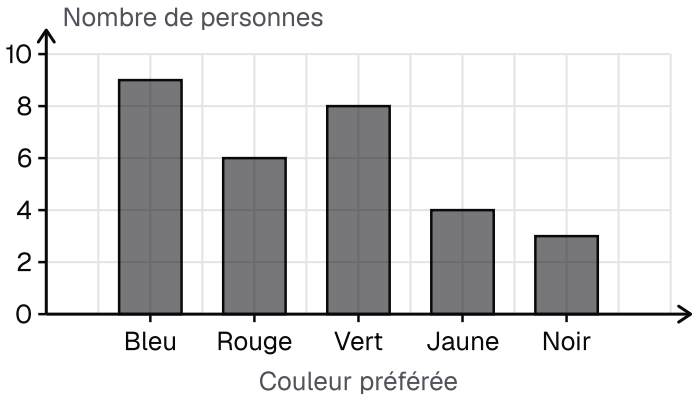
Exemple : des barres pour les couleurs

Enquête imaginaire : 30 personnes donnent leur couleur préférée.

Le caractère est qualitatif, donc tu traces des barres séparées et de même largeur. Échelle : 1 cm pour 2 personnes.

Couleur	Bleu	Rouge	Vert	Jaune	Noir
Effectif	9	6	8	4	3
Hauteur (cm)	$4{,}5$	3	4	2	$1{,}5$

Pour le bleu, $9 \div 2 = 4{,}5$: une hauteur peut être un nombre décimal.



Les couleurs préférées de 30 personnes en barres séparées et de même largeur, un carreau de hauteur pour 2 personnes.

Attention : Méfie-toi d'un axe qui ne part pas de zéro

Dans une autre enquête fictive, 22 personnes préfèrent le vert et 26 le bleu.

Sur un axe qui démarre à 20 et qui est gradué de 1 en 1, la barre du vert monte de 2 graduations et celle du bleu de 6.

Le bleu semble trois fois plus choisi, alors que 26 n'est pas le triple de 22. Lis les nombres, pas seulement les hauteurs.

Le diagramme circulaire

Un diagramme circulaire montre comment un tout se partage. Le disque représente tout le groupe ; chaque secteur, une valeur.

Rappel : les angles se calculent avec la proportionnalité du chapitre précédent.

Définition : Diagramme circulaire

Dans un **diagramme circulaire**, un disque est partagé en **secteurs**, un par valeur du caractère.

- Le disque entier, d'angle $360°$, représente l'effectif total.

- L'angle de chaque secteur est **proportionnel** à l'effectif de la valeur.

Si une valeur a l'effectif n et si l'effectif total est N, l'angle de son secteur, en degrés, est

$$\frac{n \times 360}{N}.$$

La somme des angles de tous les secteurs est $360°$.

Méthode : du tableau au disque

1. **Calcule** l'effectif total N en additionnant les effectifs.
2. **Calcule** chaque angle par la proportionnalité : pour une valeur d'effectif n, l'angle vaut $\frac{n \times 360}{N}$ degrés.
3. **Additionne** les angles obtenus : tu dois retrouver $360°$.
4. **Trace** un cercle, puis partage-le en secteurs au rapporteur, chacun à la suite du précédent ; ajoute une légende.

Exemple : les angles des couleurs

Un autre groupe fictif de 24 personnes donne sa couleur préférée.

Couleur	Bleu	Rouge	Vert	Jaune	Total
Effectif	6	8	4	6	24
Angle	$90°$	$120°$	$60°$	$90°$	$360°$

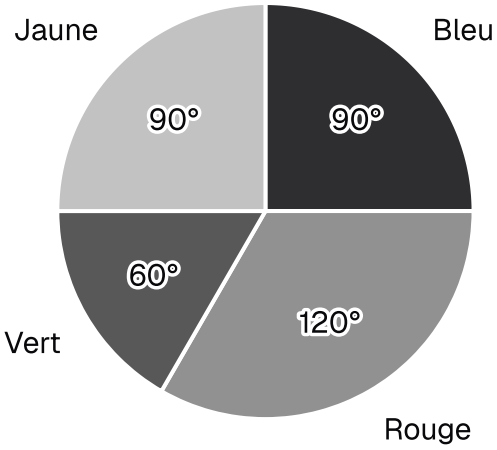
Pour le rouge :

$$\begin{aligned}\frac{8 \times 360}{24} &= \frac{2880}{24} \\ &= 120\end{aligned}$$

Le secteur du rouge mesure donc $120°$.

Contrôle :

$$90 + 120 + 60 + 90 = 360$$



Le groupe de 24 personnes en diagramme circulaire : le rouge occupe un tiers du disque, le vert un sixième.

Angle d'un secteur, en degrés $\frac{n \times 360}{N}$	Somme des angles de tous les secteurs $360°$
Un quart du disque : 25 pour cent du groupe, c'est-à-dire 25 sur 100 $90°$	La moitié du disque : 50 pour cent du groupe, c'est-à-dire 50 sur 100 $180°$

Attention : Un angle n'est pas un effectif

Dans l'exemple, le rouge a l'effectif 8, mais son secteur mesure $120°$, pas $8°$. Un secteur de $8°$ ne serait qu'un mince filet du disque.

Calcule toujours l'angle, puis vérifie que le total fait $360°$.

Lire et interpréter

Lire un tableau ou un diagramme, c'est répondre à une question précise. Ta réponse se termine toujours par une phrase. Cette phrase reprend les nombres que tu as lus.

Méthode : lire et conclure

1. **Commence** par le titre : il annonce la population et le caractère.
2. **Trouve** les nombres utiles : dans une colonne, ou d'après la taille d'un trait, d'une bande ou d'une part du disque.
3. **Additionne** ces effectifs si la question en réunit plusieurs, ou range-les du plus petit au plus grand.
4. **Conclus** par une phrase complète qui donne les nombres.

Exemple : questions sur les animaux

Reprends le tableau fictif de l'immeuble (20 habitants).

- La valeur au plus grand effectif est 1 : 8 habitants ont un seul animal.
- « Au plus 1 animal » veut dire 0 ou 1 : $5 + 8 = 13$ habitants.
- « Au moins 2 animaux » veut dire 2, 3 ou 4 : $4 + 2 + 1 = 7$ habitants.

Phrase : « Dans cet immeuble fictif, 13 habitants sur 20 ont au plus un animal. »

Attention : « Au plus » n'est pas « moins de »

« Au plus 2 » garde la valeur 2 : ici $5 + 8 + 4 = 17$ habitants. « Moins de 2 » l'écarte : $5 + 8 = 13$ habitants.

De même, « au moins » garde la valeur citée, et « plus de » l'écarte.

Remarque : En devoir : la phrase de réponse

En devoir, un nombre seul ne suffit pas. Écris par exemple : « 7 habitants sur 20 possèdent au moins deux animaux. »

Ta phrase cite la population, le nombre trouvé et la condition lue.

Quel tableau, quel diagramme ?

À retenir : Quel tableau, quel diagramme ?

Commence toujours par le tableau des effectifs. Choisis ensuite le diagramme :

Situation	Diagramme conseillé	Ce que tu lis
Caractère quantitatif (des nombres qui comptent ou mesurent)	diagramme en bâtons	l'effectif, par la hauteur du bâton
Caractère qualitatif (des mots, ou des numéros qui nomment)	diagramme en barres	l'effectif, par la hauteur de la barre
Parts d'un tout	diagramme circulaire	la part, par l'angle du secteur

Contrôles à faire : l'axe des effectifs part de 0 ; la somme des angles vaut $360°$.

Exemple : choisir pour deux enquêtes

Pour le nombre d'animaux de l'immeuble fictif, de 0 à 4, un diagramme en bâtons convient.

Pour la couleur préférée des 24 personnes fictives, un diagramme en barres convient aussi. Si tu veux montrer la part de chaque couleur, prends un diagramme circulaire.

Le bleu y occupe $90°$, soit le quart du disque : 25 pour cent du groupe a choisi le bleu.