BURHAN

Statistique

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/statistique/cours

Chapitre	Semestre
Statistique	Semestre 2

Une enquête dans la classe

Dans une classe imaginaire, le professeur pose une question à chacun des 24 élèves : « Quel est ton sport préféré ? »

Voici les réponses, dans l'ordre où il les a notées. C'est une série fictive.

football, natation, basket, football, handball, football, basket, natation, football, handball, basket, football, natation, football, basket, handball, football, natation, basket, football, handball, natation, football, basket

Devine : Le sport gagnant

Sans compter, en lisant la liste une seule fois : quel sport a été choisi par le plus d'élèves ?

A. Le basket

Faux.
Le basket ferme la liste, alors on s'en souvient mieux. Mais un souvenir ne remplace pas un comptage.

B. Le football

Juste.
Bonne intuition. Tu vas le vérifier en comptant juste après.

C. La natation

Faux.
La natation arrive tôt dans la liste. Arriver tôt ne veut pas dire être choisi plus souvent.

Correction
Le football est le sport le plus choisi.

Pour en être sûr, il faut compter les réponses de chaque sport. C'est le travail de ce chapitre : ranger des réponses pour les lire sans se tromper.

À toi : Compter les réponses

Compte les réponses de chaque sport. Vérifie ensuite que tu retrouves bien les 24 élèves.

Indice 1
Prends un sport à la fois et parcours toute la liste.
Indice 2

Barre au crayon chaque réponse déjà comptée : tu ne la compteras pas deux fois.

Indice 3

Point délicat : additionne tes quatre nombres à la fin. Si tu ne trouves pas 24, une réponse a été oubliée ou comptée deux fois.

Réponse

Football : 9 élèves. Basket : 6 élèves. Natation : 5 élèves. Handball : 4 élèves.

Contrôle : les quatre effectifs ajoutés redonnent les 24 élèves.

$$9 + 6 + 5 + 4 = 24$$

Le football gagne, avec 9 élèves.

Dans ce chapitre, tu vas apprendre à faire ce travail avec méthode. Tu rangeras des réponses dans un tableau.

Tu les dessineras avec des bâtons, des barres ou un disque. Et tu liras ces dessins sans te faire piéger.

Population, individus, caractère

Qui a-t-on interrogé ?

Avant de compter, il faut savoir de qui on parle et ce qu'on demande.

Un club de sport imaginaire interroge ses 40 adhérents. Un **adhérent** est un membre inscrit au club.

Le club demande à chacun : « Combien d'heures dors-tu la nuit ? »

Vérifie : Sur qui porte l'enquête ?

Dans cette enquête du club, sur qui porte l'étude ?

A. Sur le nombre d'heures de sommeil

Faux.

C'est ce qu'on demande à chaque personne. Ce ne sont pas les personnes interrogées.

B. Sur tous les enfants du pays

Faux.

Le club n'a interrogé que ses adhérents. On ne peut rien dire de personnes qui n'ont pas répondu.

C. Sur les 40 adhérents du club

Juste.

Oui : l'enquête interroge ces 40 personnes, et seulement elles.

Correction

L'étude porte sur les 40 adhérents du club : ce sont eux qu'on interroge.

> Le nombre d'heures de sommeil, c'est ce qu'on leur demande.

Définition : Population statistique et individu

Une **étude statistique** porte sur un ensemble de personnes, d'animaux ou d'objets.

- Cet ensemble s'appelle la **population statistique**.
- Chaque élément de la population s'appelle un **individu**.

Par exemple, si on interroge les élèves d'une classe, la population est l'ensemble des élèves de cette classe, et chaque élève est un individu.

Exemple : une enquête sur le trajet

Un collège imaginaire demande à ses élèves de 1re année comment ils viennent le matin.

- La population : l'ensemble des élèves de 1re année de ce collège.
- Un individu : un de ces élèves.

Dans le club de sport, la population est l'ensemble des 40 adhérents. Chaque adhérent est un individu.

Ce que l'on observe

À chaque adhérent, le club demande la même chose : son nombre d'heures de sommeil. Un adhérent répond 9, un autre 8, un autre 10.

Ce qu'on demande porte un nom. Les réponses possibles aussi.

Définition : Caractère et valeurs du caractère

Le **caractère** est ce que l'on observe ou ce que l'on mesure sur chaque individu. Les résultats possibles sont les **valeurs du caractère**.

- Le caractère est **quantitatif** quand ses valeurs sont des nombres qui comptent ou qui mesurent quelque chose (une pointure, un nombre de frères et sœurs, une note).
- Sinon, le caractère est **qualitatif** : ses valeurs sont des mots (une couleur, un sport préféré, un moyen de transport) ou des numéros qui servent seulement de nom (un numéro de maillot).

Exemple : quatre enquêtes imaginaires

Caractère	Quelques valeurs	Type
Pointure	36, 37, 38	quantitatif
Moyen de transport	à pied, bus, vélo	qualitatif
Nombre de frères et sœurs	0, 1, 2, 3	quantitatif
Sport préféré	football, natation	qualitatif

En clair : pose-toi une question.

Les réponses sont-elles des nombres qui comptent ou qui mesurent quelque chose ?

Si oui, le caractère est quantitatif. Sinon, il est qualitatif : ses valeurs sont des mots, ou des numéros qui servent seulement de nom.

Quantitatif ou qualitatif ?

Vérifie : Le numéro de maillot

Une équipe imaginaire relève le numéro de maillot de chaque joueur : 4, 7, 10, 23… Quel est le type de ce caractère ?

A. Quantitatif, car ses valeurs s'écrivent avec des chiffres

Faux.
Des chiffres ne suffisent pas. Un numéro de maillot ne compte et ne mesure rien : l'écart entre deux numéros ne veut rien dire.

B. Qualitatif, car le numéro sert seulement de nom

Juste.
Oui. Le numéro sert à reconnaître le joueur, comme un prénom. Il ne compte rien.

C. Ce n'est pas un caractère, car on ne pose aucune question

Faux.
Un caractère peut être observé sans poser de question. Ici, on observe le maillot de chaque joueur.

Correction
Le caractère est qualitatif.

Le numéro 10 n'est pas « plus » que le numéro 4 : il désigne seulement un autre joueur. Un nombre qui sert de nom ne rend pas un caractère quantitatif.

Attention : des chiffres qui ne comptent rien

Des chiffres ne suffisent pas à rendre un caractère quantitatif.

✗ Le numéro d'une ligne de bus ou un numéro de téléphone est une quantité.

✓ Ce sont des noms écrits avec des chiffres : le caractère est qualitatif.

Demande-toi toujours si la valeur compte ou mesure quelque chose : l'écart entre deux valeurs a-t-il un sens ?

Deux pointures d'écart, c'est un pied plus long. Deux numéros de maillot d'écart, cela ne veut rien dire.

À toi : Une enquête sur les pointures

Un professeur relève la pointure de chaque élève de sa classe, une classe imaginaire de 28 élèves. Donne la population, un individu et le caractère. Ce caractère est-il quantitatif ou qualitatif ?

Indice 1
Pour la population, demande-toi : qui a-t-on observé ?
Indice 2
Le caractère, c'est ce qu'on a relevé sur chaque élève.
Indice 3
Point délicat : demande-toi si une pointure compte ou mesure quelque chose, ou si elle sert seulement de nom.

Réponse
La population est l'ensemble des 28 élèves de la classe. Un individu est un élève de cette classe.

Le caractère est la pointure.

Il est quantitatif, car une pointure est un nombre qui mesure : la pointure 40 correspond à un pied plus long que la pointure 36.

Effectifs et tableau des effectifs

Compter les réponses

Dans une classe imaginaire, 20 élèves disent combien ils ont de frères et sœurs. Voici cette série fictive, dans l'ordre des réponses :

1, 2, 0, 1, 3, 2, 1, 0, 4, 1, 2, 2, 0, 3, 1, 2, 4, 0, 1, 3

Vérifie : Ni frère ni sœur

Combien d'élèves de cette classe n'ont ni frère ni sœur ?

A. 0 élève
Faux.

0 est la réponse de ces élèves, pas leur nombre. Compte combien de fois 0 apparaît dans la liste.

B. 3 élèves

Faux.
Il en manque un. Reprends la liste jusqu'au bout : le dernier 0 est à la 18e place.

C. 4 élèves

Juste.
Oui : 0 apparaît quatre fois, aux places 3, 8, 13 et 18.

Correction
On compte les 0 de la liste : il y en a quatre.

Donc 4 élèves n'ont ni frère ni sœur.

Définition : Série statistique, effectif et effectif total

La liste des valeurs du caractère relevées sur tous les individus s'appelle une **série statistique**.

- L'**effectif** d'une valeur est le nombre d'individus qui ont cette valeur.
- L'**effectif total** est le nombre de tous les individus de la population.

L'effectif total est égal à la somme des effectifs de toutes les valeurs.

Exemple : les effectifs de la série

Dans la série des frères et sœurs, on compte chaque valeur.

- La valeur 0 a pour effectif 4.
- La valeur 1 a pour effectif 6.
- La valeur 2 a pour effectif 5.
- La valeur 3 a pour effectif 3.
- La valeur 4 a pour effectif 2.

L'effectif total est 20, le nombre d'élèves :

$$4 + 6 + 5 + 3 + 2 = 20$$

Ranger dans un tableau

Une liste de cinq phrases, c'est encore long à lire. Un tableau dit la même chose en deux lignes : une pour les valeurs, une pour les effectifs.

Définition : Tableau des effectifs

Le **tableau des effectifs** présente une série statistique de façon ordonnée.

- Une ligne (ou une colonne) donne les **valeurs** du caractère.
- L'autre ligne (ou l'autre colonne) donne l'**effectif** de chaque valeur.
- Une dernière case peut donner l'**effectif total**.

Pour un caractère quantitatif, on range en général les valeurs dans l'ordre croissant.

Exemple : le tableau des frères et sœurs

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4	Total
Effectif	4	6	5	3	2	20

Les valeurs sont rangées dans l'ordre croissant, du plus petit au plus grand, car le caractère est quantitatif.

La méthode du dépouillement

Méthode : dépouiller une série

Dépouiller une série, c'est passer de la liste des réponses au tableau des effectifs.

1. **Repère** le caractère et ses valeurs possibles.
2. **Compte** une valeur à la fois. Barre au crayon chaque réponse déjà comptée.
3. **Écris** le tableau, les valeurs dans l'ordre croissant si ce sont des nombres.
4. **Contrôle** : la somme des effectifs doit redonner le nombre de réponses.

Trouve l'erreur : Le tableau de Karim

Karim dépouille une série fictive de 25 pointures. Voici son tableau.

Pointure	36	37	38	39	40
Effectif	4	6	8	4	2

Où est l'erreur ?

A. La somme des effectifs fait 24, alors qu'il y a 25 réponses

Juste.
Oui : $4 + 6 + 8 + 4 + 2 = 24$. Une réponse a été oubliée au dépouillement.

B. Les pointures devraient aller de la plus grande à la plus petite

Faux.

L'ordre croissant est le bon ordre pour un caractère quantitatif. L'erreur est ailleurs.

C. L'effectif total devrait être 40, la plus grande pointure

Faux.

40 est une valeur du caractère. L'effectif total est le nombre de réponses : 25.

Correction

La somme des effectifs vaut :

$$4 + 6 + 8 + 4 + 2 = 24$$

Or Karim a relevé 25 pointures. Il a donc oublié une réponse : il doit reprendre son comptage.

Attention : contrôle avant d'utiliser le tableau

Une réponse oubliée fausse tout ce qui suit : diagrammes, angles et lectures.

✗ Tu dépouilles 32 réponses, ta somme fait 33, et tu continues quand même.

✓ Tu t'arrêtes et tu recomptes.

Une somme trop grande trahit une réponse comptée deux fois. Une somme trop petite trahit une réponse oubliée.

Attention : valeur ou effectif ?

Dans le tableau des frères et sœurs, regarde la colonne où l'on lit 1 en haut et 6 en bas.

✗ 1 élève a 6 frères et sœurs.

✓ 6 élèves ont 1 frère ou sœur.

La première ligne donne la réponse. La deuxième ligne dit combien d'élèves ont donné cette réponse.

À toi de dépouiller

À toi : Les pointures d'un groupe

Voici les pointures de 16 élèves d'un groupe imaginaire :

37, 38, 36, 38, 39, 37, 38, 40, 37, 38, 36, 39, 38, 37, 39, 38

Construis le tableau des effectifs et contrôle-le.

Indice 1

Les valeurs possibles vont de 36 à 40. Prépare une colonne pour chacune.

Indice 2
Compte d'abord les 36, puis les 37, une pointure à la fois, en barrant.
Indice 3
Point délicat : additionne tes effectifs. Tu dois retrouver 16, le nombre d'élèves.

Réponse

Pointure	36	37	38	39	40	Total
Effectif	2	4	6	3	1	16

Contrôle :

$$2 + 4 + 6 + 3 + 1 = 16$$

On retrouve bien les 16 élèves.

Remarque : Coin devoir : écrire une lecture du tableau

En devoir, une lecture de tableau se rédige par une phrase complète, qui cite les nombres.

Pour la série des frères et sœurs, tu peux écrire : « L'effectif total est 20 ; 5 élèves ont 2 frères et sœurs. »

Un nombre seul, comme « 5 », ne suffit pas : on ne sait pas ce qu'il compte.

Tu sais maintenant passer d'une liste en vrac à un tableau propre et contrôlé. Tout le reste du chapitre part de là.

Le diagramme en bâtons

Avant de tracer

Un tableau donne les nombres. Un dessin les montre d'un seul coup d'œil.

Reprends le tableau fictif des frères et sœurs :

Nombre de frères et sœurs	0	1	2	3	4
Effectif	4	6	5	3	2

Devine : Le trait le plus haut

On trace un trait vertical au-dessus de chaque valeur. Sa hauteur suit l'effectif. Quel trait sera le plus haut ?

A. Le trait de la valeur 1
Juste.

Oui : la valeur 1 a le plus grand effectif, 6.

B. Le trait de la valeur 4

Faux.

4 est la plus grande valeur, pas le plus grand effectif. Son effectif n'est que 2.

C. Le trait de la valeur 0

Faux.

La valeur 0 est la première du tableau. Être en premier ne rend pas un trait plus haut.

Correction

Le trait de la valeur 1 est le plus haut, car son effectif, 6, est le plus grand du tableau.

La hauteur dépend de l'effectif, jamais de la valeur.

Définition : Diagramme en bâtons

Pour représenter une série dont le caractère est **quantitatif**, on peut tracer un **diagramme en bâtons**.

- Sur l'axe horizontal, on place les valeurs du caractère.
- Au-dessus de chaque valeur, on trace un trait vertical, le **bâton**.
- La hauteur de chaque bâton est **proportionnelle** à l'effectif de la valeur : on la lit sur l'axe vertical, gradué régulièrement à partir de 0.

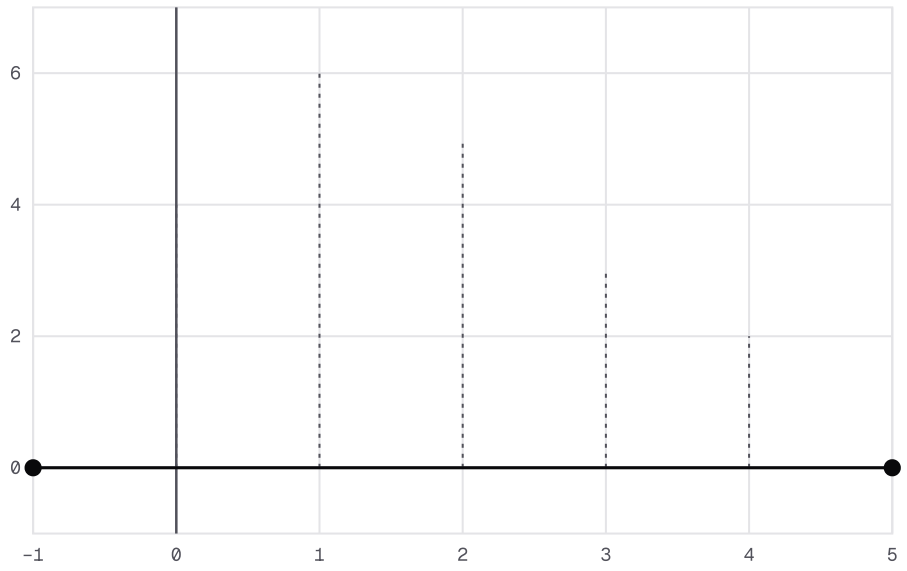


Diagramme en bâtons de la série fictive des frères et sœurs de 20 élèves.

Construire sur ton cahier

En clair : le bâton au-dessus de 1 monte jusqu'à 6. Cela veut dire que 6 élèves ont 1 frère ou sœur.

Le bâton le plus haut montre la valeur la plus répandue.

Méthode : tracer un diagramme en bâtons

1. **Choisis** une échelle pour les effectifs, par exemple 1 cm pour 2 personnes.
2. **Gradue** l'axe vertical régulièrement, en partant de 0.
3. **Place** les valeurs sur l'axe horizontal, dans l'ordre croissant.
4. **Trace** chaque bâton à la hauteur de son effectif.
5. **Écris** un titre et le nom de chaque axe.

Rappel : la hauteur est proportionnelle à l'effectif. Avec 1 cm pour 2 personnes, tu divises chaque effectif par 2.

Pour 3 personnes, cela donne $3 \div 2 = 1{,}5$ cm : une hauteur peut être un nombre décimal.

Exemple : les heures de sommeil d'un club

Dans un autre club imaginaire, 24 adhérents donnent leur nombre d'heures de sommeil. On choisit 1 cm pour 2 adhérents.

Heures de sommeil	7	8	9	10	11
Effectif	2	6	10	4	2
Hauteur du bâton (cm)	1	3	5	2	1

Contrôle : on retrouve les 24 adhérents.

$$2 + 6 + 10 + 4 + 2 = 24$$

Une échelle qui trompe

Trouve l'erreur : Deux bâtons à comparer

Sur un diagramme fictif, l'axe vertical commence à 20, et non à 0. Le bâton A monte jusqu'à 22, le bâton B jusqu'à 26. Sur le dessin, B paraît trois fois plus haut que A. Que peux-tu conclure ?

A. L'effectif de B est le triple de celui de A

Faux.
Le triple de 22 est 66, pas 26. Le dessin trompe, car l'axe ne part pas de 0.

B. A vaut 2 et B vaut 6

Faux.

2 et 6 sont seulement ce qui dépasse 20. Les effectifs se lisent sur l'axe : A vaut 22 et B vaut 26.

C. B n'a que 4 de plus que A

Juste.

Oui : $26 - 22 = 4$. Les bâtons paraissent très différents, car on n'a dessiné que ce qui dépasse 20.

Correction

Au-dessus de 20, le bâton A dépasse de 2 et le bâton B de 6 : d'où l'impression d'un bâton trois fois plus haut.

Mais les effectifs sont 22 et 26. B n'a que 4 de plus que A, et 26 est loin du triple de 22.

Attention : un axe vertical part de 0

Un axe qui ne part pas de 0 déforme les hauteurs.

✗ Tu gradues l'axe à partir de 50 pour gagner de la place.

✓ Tu gradues l'axe à partir de 0, avec des écarts réguliers.

Quand tu lis un diagramme, regarde toujours où commence l'axe.

Vérifie : Lire une hauteur

Un autre club imaginaire utilise la même échelle : 1 cm pour 2 adhérents. Un de ses bâtons mesure 4 cm. Combien d'adhérents représente-t-il ?

A. 2 adhérents

Faux.

Tu as divisé par 2. Il faut faire l'inverse : chaque centimètre vaut 2 adhérents.

B. 8 adhérents

Juste.

Oui : $4 \times 2 = 8$.

C. 4 adhérents

Faux.

4 est la hauteur en centimètres. Avec cette échelle, 1 cm ne vaut pas 1 adhérent.

Correction

Chaque centimètre représente 2 adhérents.

Un bâton de 4 cm représente donc $4 \times 2 = 8$ adhérents.

À toi de tracer

À toi : Le diagramme des pointures

Reprends le tableau des pointures du groupe de 16 élèves : 36 (2 élèves), 37 (4), 38 (6), 39 (3), 40 (1). Avec 1 cm pour 2 élèves, donne la hauteur de chaque bâton. Puis trace le diagramme sur ton cahier.

Indice 1
Relis la méthode : échelle, axes, bâtons, titre.
Indice 2
Pour chaque pointure, divise l'effectif par 2, comme dans le rappel.
Indice 3
Point délicat : un effectif impair donne une hauteur décimale. Gradue l'axe vertical à partir de 0, avec des écarts réguliers.

Réponse
Hauteurs : 1 cm au-dessus de 36, 2 cm au-dessus de 37, 3 cm au-dessus de 38, $1{,}5$ cm au-dessus de 39, $0{,}5$ cm au-dessus de 40.

L'axe vertical part de 0 et va au moins jusqu'à 3 cm, soit 6 élèves.

Titre possible : « Pointures de 16 élèves (série fictive) ».

Avec un diagramme en bâtons, la valeur la plus répandue saute aux yeux. Garde un réflexe : lis les nombres sur l'axe, pas l'impression du dessin.

Le diagramme en barres

Un caractère sans nombres

Un collège imaginaire demande à 30 élèves comment ils viennent le matin. Voici le tableau de cette série fictive :

Moyen de transport	À pied	Bus	Vélo	Voiture	Total
Effectif	12	8	4	6	30

Devine : Quel dessin ?

Un diagramme en bâtons convient-il bien pour ce caractère ?

A. Oui, car les effectifs 12, 8, 4 et 6 sont des nombres
Faux.
Les effectifs sont toujours des nombres. La question porte sur les valeurs : à pied, bus, vélo, voiture.

B. Pas vraiment : ses valeurs ne vont pas sur un axe gradué

Juste.

Oui : « bus » n'est pas un nombre. On ne peut pas le placer à une graduation.

C. Oui, en plaçant « à pied » en 1, « bus » en 2, et ainsi de suite

Faux.

Ces nombres seraient inventés. Le bus n'est pas « deux fois » la marche à pied.

Correction

Le caractère est qualitatif : ses valeurs sont des mots. Un axe gradué n'a donc pas de sens pour elles.

On dessine plutôt des barres séparées, une par valeur.

Définition : Diagramme en barres

Un **diagramme en barres** représente une série par des rectangles de **même largeur**, les **barres**, séparés les uns des autres.

- Chaque barre correspond à une valeur du caractère.
- La hauteur de chaque barre est **proportionnelle** à l'effectif de la valeur.

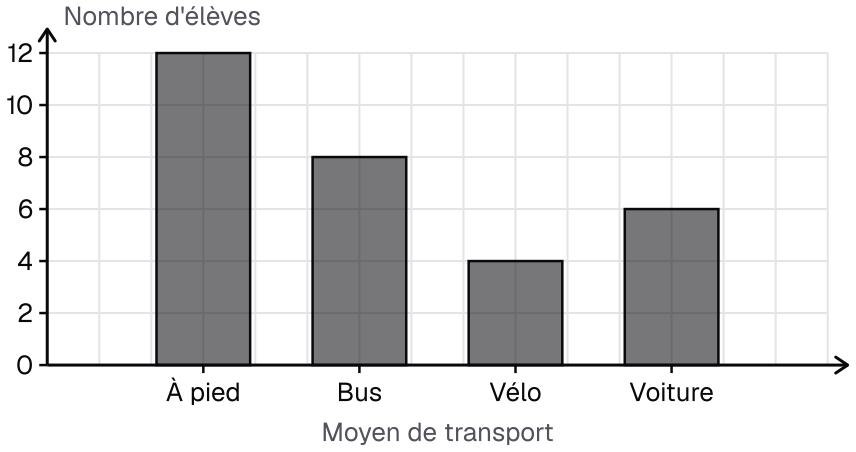
On l'emploie souvent pour un caractère **qualitatif**, dont les valeurs ne se placent pas sur un axe gradué.

Exemple : les hauteurs des barres

On choisit 1 cm pour 2 élèves : on divise chaque effectif par 2.

Moyen de transport	À pied	Bus	Vélo	Voiture
Effectif	12	8	4	6
Hauteur de la barre (cm)	6	4	2	3

Sur ton cahier, trace quatre barres de même largeur, par exemple 1 cm. Laisse un espace entre deux barres.



Le diagramme en barres du trajet des 30 élèves : un carreau de hauteur pour 2 élèves, des barres de même largeur séparées par un espace.

Barres ou bâtons ?

La méthode des bâtons reste valable : une échelle, un axe vertical qui part de 0, un titre. Seul le dessin change : une barre large remplace le trait fin.

En clair : les barres ont toutes la même largeur, et seule la hauteur compte.

Pour un caractère qualitatif, tu peux ranger les barres dans l'ordre que tu veux.

Vérifie : Deux fois plus haute

D'après le tableau des hauteurs, quelle barre est deux fois plus haute que celle de la voiture ?

A. Le vélo

Faux.

La barre du vélo mesure 2 cm, moins que les 3 cm de la voiture. Elle est plus basse.

B. Le bus

Faux.

Le bus a 8 élèves. Le double de 6 est 12, pas 8.

C. À pied

Juste.

Oui : 12 élèves, soit le double des 6 élèves en voiture.

Correction

La voiture a 6 élèves et une barre de 3 cm.

Le double de 6 est 12 : c'est l'effectif « à pied ». Sa barre mesure 6 cm, le double de 3 cm.

À toi de tracer

À toi : Les sports préférés

Reprends les sports préférés des 24 élèves du début du chapitre : football 9, basket 6, natation 5, handball 4. Avec 1 carreau pour 1 élève, donne la hauteur de chaque barre. Quelle barre est la plus basse ?

Indice 1
Le caractère est qualitatif : ce sera un diagramme en barres.
Indice 2
Demande-toi combien de carreaux il faut pour un seul élève.
Indice 3
Point délicat : toutes les barres ont la même largeur, et un espace les sépare.

Réponse
Hauteurs : 9 carreaux pour le football, 6 pour le basket, 5 pour la natation, 4 pour le handball.

La barre la plus basse est celle du handball, avec 4 élèves.

Contrôle :

$$9 + 6 + 5 + 4 = 24$$

Bâtons ou barres, l'idée reste la même : la hauteur suit l'effectif. Le choix dépend des valeurs du caractère : des nombres qui comptent ou qui mesurent, ou des mots.

Le diagramme circulaire

Partager un disque

Pour montrer la part de chaque réponse dans tout le groupe, on partage un disque. Le disque entier représente le groupe entier.

Rappel : un tour complet mesure $360°$.

Devine : La moitié du groupe

Dans une enquête imaginaire, la moitié des 24 élèves vient à pied. Sur un disque qui représente les 24 élèves, quel angle faut-il pour eux ?

A. $12°$, car 12 élèves viennent à pied
Faux.
L'angle n'est pas l'effectif. Un angle de 12 degrés serait une toute petite part du disque.

B. $180°$, la moitié du disque
Juste.
Oui : la moitié du groupe occupe la moitié du disque, et la moitié de $360°$ est $180°$.

C. $90°$, un quart du disque

Faux.
Un quart du disque représenterait un quart du groupe, soit 6 élèves.

Correction
Les élèves à pied forment la moitié du groupe. Ils occupent donc la moitié du disque :

$$360^\circ \div 2 = 180^\circ$$

Rappel : la proportionnalité. Les 24 élèves occupent tout le disque, soit 360°.

Un élève occupe donc $360^\circ \div 24 = 15^\circ$, et 6 élèves occupent $6 \times 15^\circ = 90^\circ$.

Définition : Diagramme circulaire

Dans un **diagramme circulaire**, un disque est partagé en **secteurs**, un par valeur du caractère.

- Le disque entier, d'angle 360°, représente l'effectif total.
- L'angle de chaque secteur est **proportionnel** à l'effectif de la valeur.

Si une valeur a l'effectif n et si l'effectif total est N, l'angle de son secteur, en degrés, est

$$\frac{n \times 360}{N}.$$

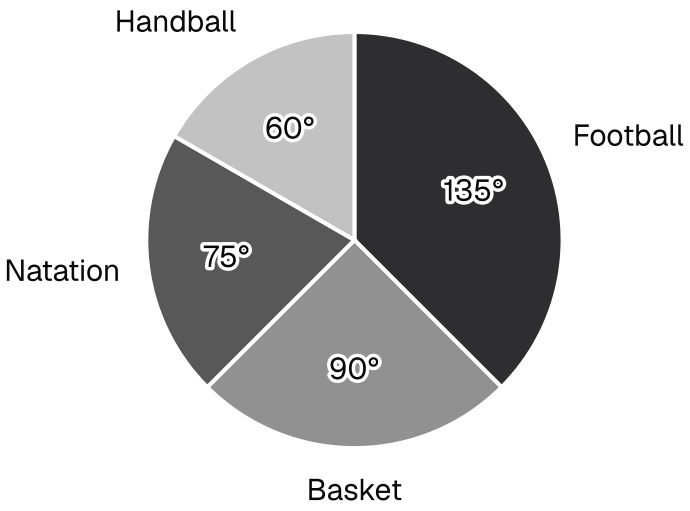
La somme des angles de tous les secteurs est 360°.

Exemple : les sports préférés en disque

Reprends les sports des 24 élèves. L'effectif total est $N = 24$.

Sport	Football	Basket	Natation	Handball	Total
Effectif	9	6	5	4	24
Angle	135°	90°	75°	60°	360°

Pour le football : $\frac{9 \times 360}{24} = 135$, soit 135°.



Le disque des sports préférés des 24 élèves : chaque élève compte pour 15 degrés, et chaque secteur porte son angle.

Calculer les angles

En clair : la règle redonne le calcul du rappel.

Chaque élève « vaut » $15°$, car $360 \div 24 = 15$. Le basket a 6 élèves, donc $6 \times 15° = 90°$.

La somme des angles redonne bien le tour complet.

Méthode : construire un diagramme circulaire

1. **Calcule** l'effectif total N.
2. **Calcule** l'angle de chaque valeur : $\frac{n \times 360}{N}$, où n est son effectif.
3. **Contrôle** : la somme des angles doit faire $360°$.
4. **Trace** un cercle, puis chaque secteur au rapporteur, l'un à la suite de l'autre.
5. **Écris** la légende et le titre.

Vérifie : Un angle à calculer

Reprends la série fictive des frères et sœurs : 20 élèves, dont 6 ont 1 frère ou sœur. Quel est l'angle du secteur de la valeur 1 ?

A. $108°$

Juste.
Oui : $\frac{6 \times 360}{20} = \frac{2160}{20} = 108$, soit $108°$.

B. $6°$

Faux.

Tu as pris l'effectif comme angle. Il faut le calcul de proportionnalité.

C. $18°$

Faux.

$18°$ est l'angle d'un seul élève. Ils sont 6 : multiplie encore par 6.

Correction

L'effectif total est 20 et l'effectif de la valeur 1 est 6. On applique la règle des angles :

$$\begin{aligned}\frac{6 \times 360}{20} &= \frac{2160}{20} \\ &= 108\end{aligned}$$

Le secteur de la valeur 1 mesure donc $108°$.

Autre chemin : un élève vaut $360° \div 20 = 18°$, et $6 \times 18° = 108°$.

Attention : l'angle n'est pas l'effectif

✗ Dans un groupe imaginaire de 36 élèves, 9 élèves préfèrent le handball. Tu traces un secteur de $9°$.

✓ Tu calcules : $\frac{9 \times 360}{36} = 90$, soit $90°$. Ce secteur est le quart du disque.

Pour te contrôler, additionne tous les angles : tu dois trouver $360°$.

Tracer et lire les parts

Rappel : pour mesurer un angle, place le centre du rapporteur au centre du disque. Trace d'abord un rayon. Mesure le premier angle à partir de ce rayon, puis le suivant à partir du côté obtenu.

Rappel : « 25 pour cent » veut dire 25 sur 100, c'est-à-dire le quart.

Un secteur de $90°$ est le quart du disque. Il représente donc le quart du groupe, soit 25 pour cent.

Dans l'exemple des sports, c'est le basket : 6 élèves sur 24.

Vérifie : Retrouver un effectif

Un diagramme circulaire représente 40 élèves d'une enquête imaginaire. Un de ses secteurs mesure $72°$. Combien d'élèves représente ce secteur ?

A. 72 élèves

Faux.

72 est la mesure de l'angle en degrés, pas un nombre d'élèves. Il n'y a d'ailleurs que 40 élèves.

B. 9 élèves

Faux.

9 est l'angle d'un seul élève : $360 \div 40 = 9$. Il faut encore chercher combien de fois 9 entre dans 72.

C. 8 élèves

Juste.

Oui : chaque élève vaut $9°$, et $72 \div 9 = 8$.

Correction

Le disque entier, $360°$, représente les 40 élèves. Un élève vaut donc $360° \div 40 = 9°$.

Le secteur de $72°$ représente $72 \div 9 = 8$ élèves.

Autre chemin : multiplie l'angle par l'effectif total, puis divise par 360.

$$\begin{aligned} \frac{72 \times 40}{360} &= \frac{2880}{360} \\ &= 8 \end{aligned}$$

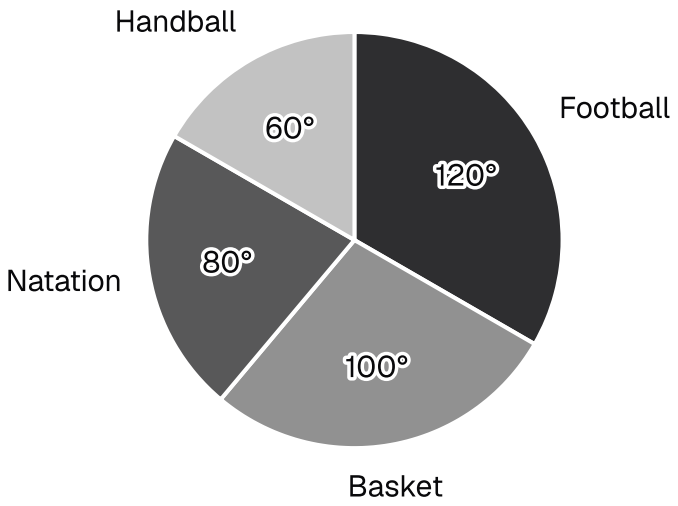
Exemple : un angle manquant, puis son effectif

Un diagramme circulaire fictif montre les sports préférés de 36 élèves. On lit trois secteurs : football $120°$, basket $100°$, natation $80°$. L'angle du handball n'est pas écrit.

- L'angle manquant : si un angle manque, retire les autres angles de $360°$. Ici, $360 - 120 - 100 - 80 = 60$, soit $60°$.
- L'effectif du handball : multiplie l'angle par l'effectif total, puis divise par 360. Ici, $\frac{60 \times 36}{360} = \frac{2160}{360} = 6$.

Donc 6 élèves préfèrent le handball.

Contrôle : un élève vaut $10°$, et $6 \times 10° = 60°$.



Le disque complété des 36 élèves : le secteur du handball, qu'il fallait calculer, mesure 60 degrés.

À toi de calculer

À toi : Le disque du sommeil

Un autre club imaginaire compte 30 adhérents. Leurs heures de sommeil : 7 h (3 adhérents), 8 h (9), 9 h (10), 10 h (5), 11 h (3). Calcule l'angle de chaque secteur, puis contrôle ta somme.

Indice 1
Utilise la règle des angles : l'effectif multiplié par 360, divisé par l'effectif total.
Indice 2
Commence par l'angle d'un seul adhérent : partage le tour complet entre tous les adhérents.
Indice 3
Point délicat : n'oublie pas le contrôle. La somme des cinq angles doit faire $360°$.

Réponse
L'effectif total est 30. Un adhérent vaut $360° \div 30 = 12°$.

- 7 h : $3 \times 12° = 36°$.
- 8 h : $9 \times 12° = 108°$.
- 9 h : $10 \times 12° = 120°$.
- 10 h : $5 \times 12° = 60°$.
- 11 h : $3 \times 12° = 36°$.

Contrôle : $36 + 108 + 120 + 60 + 36 = 360$.

Remarque : Coin devoir : le tableau des angles

En devoir, écris d'abord une ligne de calcul par angle. Pour les 30 élèves du trajet, le bus donne : « $\frac{8 \times 360}{30} = 96$, soit $96°$. »

Présente ensuite tous les angles dans un tableau, puis écris le contrôle.

Moyen de transport	À pied	Bus	Vélo	Voiture	Total
Effectif	12	8	4	6	30
Angle	$144°$	$96°$	$48°$	$72°$	$360°$

Écris ensuite : « Contrôle : $144 + 96 + 48 + 72 = 360$. »

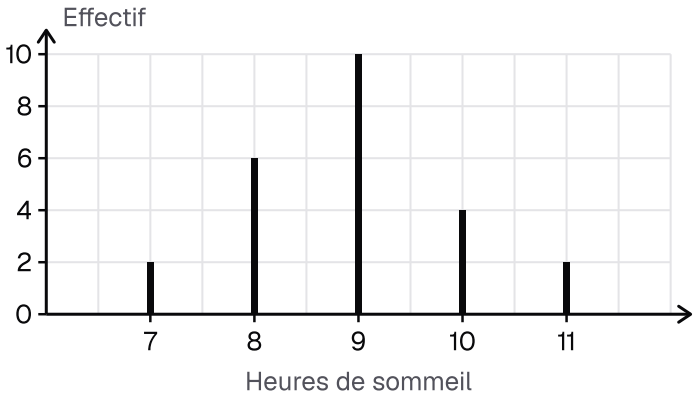
Tu sais maintenant transformer des effectifs en angles et vérifier ton travail. Le contrôle des $360°$ t'évite bien des erreurs.

Lire et interpréter

Lire un diagramme

Un diagramme en bâtons porte ce titre : « Heures de sommeil de 24 adhérents d'un club imaginaire ». On lit la hauteur de chaque bâton sur l'axe vertical :

Heures de sommeil	7	8	9	10	11
Hauteur lue (effectif)	2	6	10	4	2



Heures de sommeil de 24 adhérents d'un club imaginaire : un bâton par durée, de hauteur l'effectif lu sur l'axe vertical.

Vérifie : Le bâton le plus haut

Quelle durée de sommeil a le plus grand effectif ?

A. 9 heures
Juste.

Oui : le bâton au-dessus de 9 est le plus haut, avec 10 adhérents.

B. 10 heures

Faux.

10 est la hauteur du plus haut bâton, donc un effectif. La durée se lit sous le bâton.

C. 11 heures

Faux.

11 heures est la plus grande durée, mais seuls 2 adhérents dorment autant.

Correction

Le plus haut bâton monte à 10. Il est au-dessus de la valeur 9.

La durée la plus répandue est donc 9 heures, pour 10 adhérents.

Méthode : lire et interpréter

1. **Lis** le titre : il dit qui a été interrogé et ce qu'on a observé.
2. **Repère** l'effectif de chaque valeur : case du tableau, hauteur du bâton ou de la barre, angle du secteur.
3. **Compare** les effectifs entre eux.
4. **Réponds** par une phrase qui cite les nombres lus.

Exemple : une lecture rédigée

Question : combien d'adhérents dorment 8 heures ?

On lit la hauteur du bâton au-dessus de 8 : elle vaut 6.

Réponse : « 6 adhérents sur 24 dorment 8 heures. »

Au plus, au moins, moins de, plus de

Certaines questions regroupent plusieurs valeurs. « Au plus 8 heures » veut dire 8 heures ou moins : ici 7 ou 8.

« Au moins 10 heures » veut dire 10 heures ou plus : ici 10 ou 11.

« Moins de 9 heures » écarte la valeur 9 : ici 7 ou 8.

« Plus de 10 heures » écarte la valeur 10 : ici 11 seulement.

Vérifie : Au plus 8 heures

Combien d'adhérents dorment au plus 8 heures ?

A. 6 adhérents

Faux.

Tu n'as compté que la valeur 8. « Au plus 8 » compte aussi 7.

B. 8 adhérents

Juste.

Oui : $2 + 6 = 8$, pour 7 et 8 heures.

C. 2 adhérents

Faux.

Tu as compté « moins de 8 heures ». « Au plus 8 » compte aussi la valeur 8.

Correction

« Au plus 8 heures » regroupe les valeurs 7 et 8. On additionne leurs effectifs :

$$2 + 6 = 8$$

Donc 8 adhérents dorment au plus 8 heures.

Attention : « plus de » ou « au moins » ?

Reprends la série fictive des frères et sœurs : 3 élèves en ont 3, et 2 élèves en ont 4.

✗ « Au moins 3 frères et sœurs » : tu comptes seulement la valeur 4, donc 2 élèves.

✓ « Au moins 3 » compte aussi la valeur 3 : $3 + 2 = 5$ élèves.

C'est « plus de 3 » qui ne compte que les 2 élèves qui en ont 4.

Vérifie : Plus de 9 heures

Revenons au club. Combien d'adhérents dorment plus de 9 heures ?

A. 16 adhérents

Faux.

Tu as compté 9 heures aussi. « Plus de 9 » ne compte pas la valeur 9.

B. 4 adhérents

Faux.

Tu n'as compté que 10 heures. Il faut aussi compter 11 heures.

C. 6 adhérents

Juste.

Oui : $4 + 2 = 6$, pour 10 et 11 heures.

Correction

« Plus de 9 heures » regroupe 10 et 11 heures, sans 9. On additionne leurs effectifs :

$$4 + 2 = 6$$

> Donc 6 adhérents dorment plus de 9 heures.

Conclure par une phrase

> **À toi : Moins de 2, au moins 2**
>
> Reprends la série des 20 élèves : 0 (4 élèves), 1 (6), 2 (5), 3 (3), 4 (2). Combien ont moins de 2 frères et sœurs ? Combien en ont au moins 2 ? Réponds par deux phrases.
>
> **Indice 1**
> Écris d'abord les valeurs concernées par chaque question.
> **Indice 2**
> « Moins de 2 » : les valeurs 0 et 1. « Au moins 2 » : les valeurs 2, 3 et 4.
> **Indice 3**
> Point délicat : la valeur 2 va dans une seule des deux réponses. Les deux résultats doivent faire 20 en tout.
>
> **Réponse**
> « Moins de 2 » : $4 + 6 = 10$. « 10 élèves ont moins de 2 frères et sœurs. »
>
> « Au moins 2 » : $5 + 3 + 2 = 10$. « 10 élèves ont au moins 2 frères et sœurs. »
>
> Contrôle : $10 + 10 = 20$.

> **Remarque : Coin devoir : répondre par une phrase**
>
> En devoir, une lecture se termine par une phrase. Elle cite les nombres lus et dit de qui on parle.
>
> Question : combien d'adhérents dorment au moins 9 heures ?
>
> Rédaction attendue : « $10 + 4 + 2 = 16$, donc 16 adhérents sur 24 dorment au moins 9 heures. »

Lire un diagramme, c'est lire des nombres, pas des impressions. Lis le titre, puis les mots de la question, puis écris ta phrase.

Quel tableau, quel diagramme ?

Tu connais maintenant un tableau et trois diagrammes. Chacun a son rôle. Voici comment choisir.

> **Vérifie : Le bon dessin**
>
> On veut montrer la part de chaque moyen de transport dans toute la classe. Quel diagramme choisir ?
>
> **A.** Un diagramme circulaire
> **Juste.**

Oui : le disque entier représente toute la classe, et chaque secteur une part.

B. Un diagramme en bâtons

Faux.

Les moyens de transport ne sont pas des nombres : ils ne se placent pas sur un axe gradué.

C. Aucun : seul un tableau convient

Faux.

Le tableau donne les nombres, mais un diagramme montre les parts d'un coup d'œil.

Correction

Pour montrer les parts d'un tout, on choisit le diagramme circulaire.

Un diagramme en barres permettrait de comparer les effectifs, mais il montre moins bien les parts.

Représentation	Pour quel caractère ?	L'effectif se lit…
Tableau des effectifs	tous	dans la case de la valeur
Diagramme en bâtons	quantitatif	à la hauteur du bâton
Diagramme en barres	le plus souvent qualitatif	à la hauteur de la barre
Diagramme circulaire	tous, pour montrer des parts	par l'angle du secteur

À toi : La dernière enquête

Une enquête imaginaire relève la pointure de 30 élèves. Quel diagramme choisis-tu pour comparer les effectifs des pointures ? Comment lis-tu ensuite l'effectif de la pointure 38 ?

Indice 1

Commence par le type du caractère : quantitatif ou qualitatif ?

Indice 2

Une pointure mesure la longueur du pied : elle se place sur un axe gradué.

Indice 3

Point délicat : l'effectif se lit sur l'axe vertical, gradué à partir de 0, et non sur l'allure du dessin.

Réponse

La pointure est un caractère quantitatif. On choisit un diagramme en bâtons, avec les pointures dans l'ordre croissant.

L'effectif de la pointure 38 se lit à la hauteur de son bâton, sur l'axe vertical gradué à partir de 0.

SOURCES

Référentiel BURHAN du chapitre « Statistique » (1ac · general · mathematiques)