BURHAN

Quadrilatères particuliers : exercices, entraînement

1ère Année Collège · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/quadrilateres-particuliers/exercices/entrainement

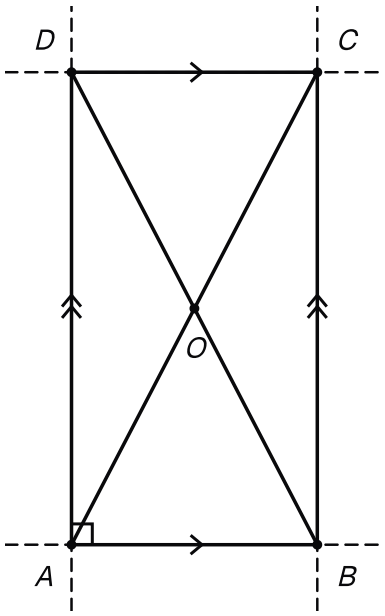
Chapitre	Palier	Exercices
Quadrilatères particuliers	Entraînement	7

Exercice 1

Le cadre d'une porte

Un menuisier assemble le cadre $ABCD$ d'une porte. Ses diagonales se coupent en O.

Il vérifie que $(AB) \parallel (DC)$ et que $(AD) \parallel (BC)$. Puis il vérifie à l'équerre que l'angle $\widehat{A}$ est droit.



Le cadre de porte ABCD : côtés opposés parallèles, angle droit en A, diagonales qui se coupent en O.

1.

Justifie que $ABCD$ est un parallélogramme.

INDICE

Outil : compte les paires de côtés opposés parallèles.

2.

Déduis-en que $ABCD$ est un rectangle.

INDICE

Outil : cherche la propriété d'un parallélogramme qui a un angle droit.

3.

Il mesure la diagonale : $AC = 2{,}3$ m. Quelle longueur doit-il trouver pour BD ? Et pour OB ?

INDICE

Outil : la propriété des diagonales du rectangle est admise.

Point délicat : O est le milieu de $[BD]$, et pas seulement de $[AC]$.

4.

Le lendemain, un autre cadre a des diagonales de $2{,}3$ m et de $2{,}25$ m. Ce cadre peut-il être un rectangle ?

INDICE

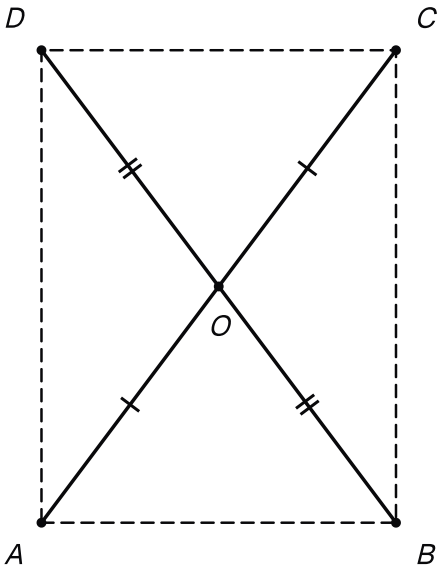
Début : imagine que ce cadre soit un rectangle. Que dirait la propriété des diagonales ?

Exercice 2

Deux baguettes croisées

Pour fabriquer une étagère, Ilyas cloue deux lattes $[AC]$ et $[BD]$ de 90 cm chacune. Elles se croisent en leur milieu commun O.

Il pose une planche sur les quatre bouts des lattes. Les bouts forment le quadrilatère $ABCD$.



Les lattes [AC] et [BD] d'Ilyas, de 90 cm chacune, croisées en leur milieu commun O ; la planche repose sur A, B, C et D.

1.

Justifie que $ABCD$ est un parallélogramme.

INDICE

Outil : rappel : si les diagonales d'un quadrilatère ont le même milieu, c'est un parallélogramme.

2.

Déduis-en la nature exacte de $ABCD$.

INDICE

Outil : les deux lattes ont la même longueur. Cherche la propriété admise qui utilise ce renseignement.

3.

Ilyas mesure $AB = 54$ cm et $BC = 72$ cm. Donne CD et DA.

INDICE

Outil : un rectangle est un parallélogramme. Pense aux côtés opposés.

4.

Sara cloue deux lattes de 90 cm, mais elles ne se croisent pas en leur milieu. Peut-elle obtenir un rectangle ?

INDICE

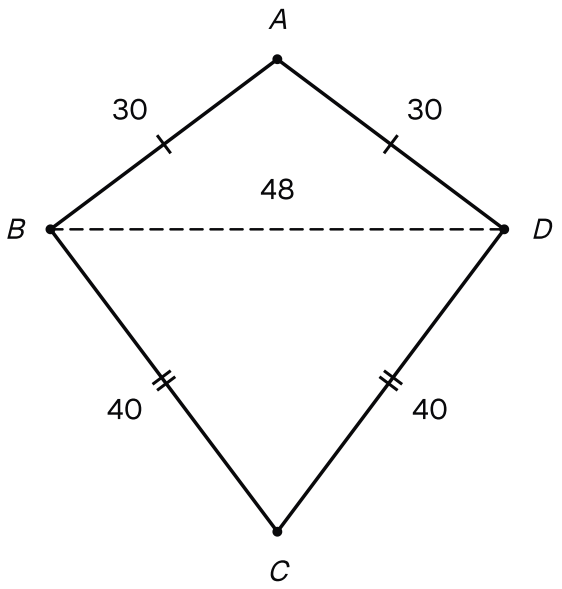
Point délicat : un rectangle est un parallélogramme. Que sais-tu alors de ses diagonales ?

Exercice 3

Le cerf-volant de Yassine

Yassine construit un cerf-volant $ABCD$. On a $AB = AD = 30$ cm, $CB = CD = 40$ cm et $BD = 48$ cm.

Les points A et C sont de part et d'autre de la droite (BD). Trace la figure à l'échelle, en divisant chaque longueur par 10 : commence par $[BD]$, puis place A et C au compas.



Le cerf-volant de Yassine, longueurs en centimètres : AB = AD = 30, CB = CD = 40 et BD = 48.

1.

Justifie que A et C sont sur la médiatrice de $[BD]$.

INDICE

Outil : rappel : un point situé à la même distance des deux extrémités d'un segment est sur sa médiatrice.

2.

Déduis-en que les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ sont perpendiculaires.

INDICE

Début : deux points distincts sont sur une seule droite.

3.

Ce cerf-volant est-il un losange ? Explique pourquoi la propriété du parallélogramme aux diagonales perpendiculaires ne s'applique pas ici.

INDICE

Point délicat : compare AB et BC. Relis ensuite le début de la propriété.

Exercice 4

Un pendentif en losange

Un pendentif est un losange $EFGH$ de centre O. Ses diagonales mesurent $EG = 5$ cm et $FH = 12$ cm.

1.

Calcule OE et OF.

INDICE

Outil : les diagonales d'un losange se coupent en leur milieu.

2.

Décris la construction du pendentif avec la règle, l'équerre et le compas. Justifie qu'elle donne bien un losange.

INDICE

Début : commence par $[EG]$ et son milieu.

Ensuite : les diagonales d'un losange sont perpendiculaires.

3.

Ce losange est-il un carré ? Justifie.

INDICE

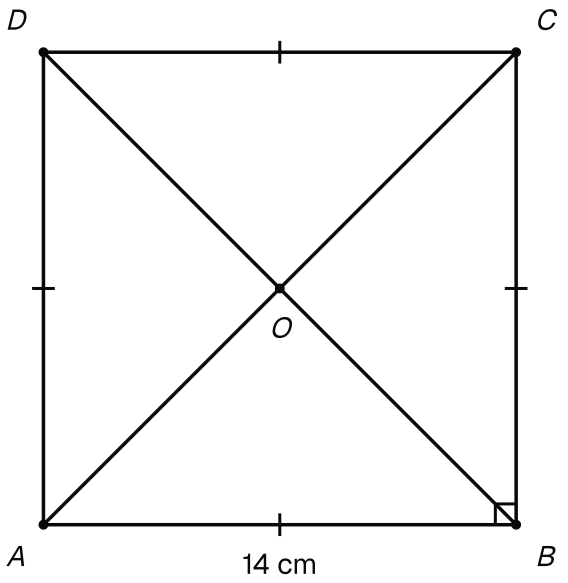
Point délicat : compare EG et FH. Un carré est un rectangle : que dit-on de ses diagonales ?

Exercice 5

Un carreau du carrelage

Dans un carrelage, Amine observe un carreau $ABCD$. Ses quatre côtés mesurent 14 cm.

À l'équerre, il vérifie que l'angle $\widehat{B}$ est droit. Les diagonales se coupent en O.



Le carreau d'Amine : quatre côtés de 14 cm, l'angle en B codé droit, et les diagonales qui se croisent en O.

1.

Quelle est la nature de $ABCD$? Justifie en deux étapes.

INDICE

Début : quatre côtés égaux : quelle famille ?

Ensuite : ajoute l'angle droit.

2.

Amine mesure AC et trouve environ $19{,}8$ cm. Que vaut BD ? Que vaut OB ?

INDICE

Outil : un carré est un rectangle. Pense aux diagonales du rectangle.

3.

Quelle est la mesure de l'angle $\widehat{AOB}$? Justifie.

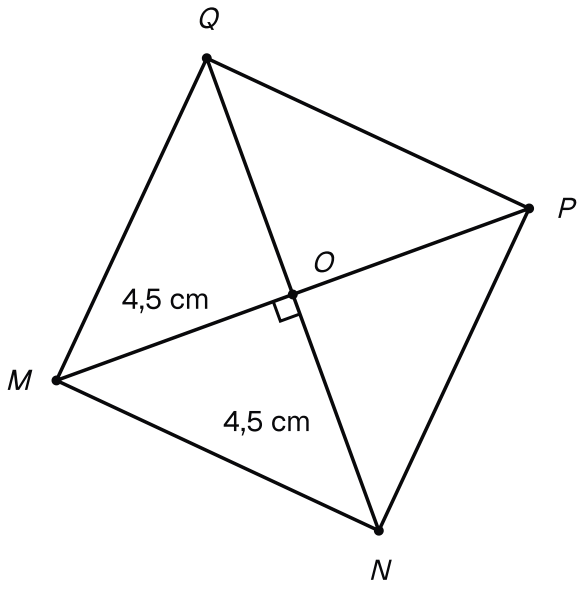
INDICE

Outil : un carré est aussi un losange.

Exercice 6

Du parallélogramme au carré

Le parallélogramme $MNPQ$ a pour centre O. On mesure $OM = 4{,}5$ cm et $ON = 4{,}5$ cm. À l'équerre, on vérifie que $(MP) \perp (NQ)$.



Le parallélogramme MNPQ de centre O : OM = 4,5 cm, ON = 4,5 cm, et ses diagonales perpendiculaires.

1.

Calcule MP et NQ.

INDICE

Outil : rappel : les diagonales d'un parallélogramme ont le même milieu.

2.

Déduis-en que $MNPQ$ est un rectangle.

INDICE

Outil : des diagonales de même longueur dans un parallélogramme.

3.

Justifie que $MNPQ$ est aussi un losange.

INDICE

Outil : relis l'énoncé : un renseignement n'a pas encore servi.

4.

Conclus : quelle est la nature exacte de $MNPQ$?

INDICE

Début : un rectangle a quatre angles droits ; un losange a quatre côtés égaux.

Exercice 7

Un carré tracé par ses diagonales

Lina dessine le plan d'un bac à fleurs carré $ABCD$. Sur son plan, les diagonales mesurent 12 cm. Elle a une règle graduée, une équerre et un compas.

1.

Écris sa construction en quatre lignes, une étape par ligne.

INDICE

Début : trace $[AC]$ et marque son milieu O.

Ensuite : quelle position pour $[BD]$? Quelle longueur ?

2.

Justifie que la figure obtenue est un carré.

INDICE

Début : même milieu : quelle famille ?

Ensuite : utilise la même longueur, puis la perpendicularité.

3.

Combien d'axes de symétrie a ce carré ? Vérifie en pliant un calque.

INDICE

Outil : la propriété du centre et des axes de symétrie est admise.