BURHAN

La proportionnalité : exercices, niveau examen

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/proportionnalite/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
La proportionnalité	Niveau examen	5

Exercice 1 — 5 pts

La sortie scolaire à Ifrane

Une classe de Fès part en car visiter Ifrane. Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{1\,000\,000}$, le trajet mesure $6{,}5$ cm.

1. — 1,5 pts

Calcule la longueur réelle du trajet, en kilomètres.

INDICE

Multiplie la mesure de la carte par $1\,000\,000$, puis convertis les centimètres en kilomètres.

CORRIGÉ

Longueur réelle en centimètres. À l'échelle $\frac{1}{1\,000\,000}$, une longueur réelle est $1\,000\,000$ fois plus grande que sur la carte :

$$\begin{aligned} d &= 6{,}5 \times 1\,000\,000 \\ &= 6\,500\,000 \end{aligned}$$

Conversion. Comme 1 km $= 100\,000$ cm, on divise par $100\,000$: $\frac{6\,500\,000}{100\,000} = 65$.

Conclusion. Le trajet réel mesure 65 km.

2. — 1 pts

Le trajet dure 1 h 18 min. Écris cette durée en heures, sous forme décimale.

INDICE

Divise 18 par 60.

CORRIGÉ

Une heure compte 60 minutes, donc les 18 minutes valent :

$$\frac{18}{60} = 0{,}3$$

soit $0{,}3$ h. On ajoute l'heure entière : $1 + 0{,}3 = 1{,}3$.

Conclusion. La durée du trajet est $1{,}3$ h.

3. 1,5 pts

Calcule la vitesse moyenne du car, en km/h.

INDICE

Utilise les réponses aux questions 1 et 2 dans $v = \dfrac{d}{t}$.

CORRIGÉ

D'après la définition de la vitesse moyenne, on divise la distance de la question 1 par la durée de la question 2 :

$$v = \frac{65}{1{,}3} = \frac{650}{13} = 50$$

Pour le calcul, on a multiplié les deux nombres du quotient par 10. La distance est en kilomètres et la durée en heures.

Conclusion. Le car roule à 50 km/h en moyenne.

4. 1 pts

Le billet coûte 50 dirhams par élève. Le transporteur accorde une réduction de 30 pour cent aux groupes scolaires. Combien paie chaque élève ?

INDICE

Calcule d'abord le montant de la réduction.

CORRIGÉ

Montant de la réduction. Prendre 30 pour cent de 50, c'est multiplier 50 par $\dfrac{30}{100}$:

$$\frac{30}{100} \times 50 = 15$$

Prix réduit. On retire la réduction : $50 - 15 = 35$.

Conclusion. Avec la réduction, chaque élève paie 35 dirhams.

Exercice 2 — 5 pts

La coopérative d'huile d'argan

Une coopérative près d'Essaouira vend de l'huile d'argan. Le prix est proportionnel au volume.

Volume (L)	2	5	8
Prix (dirhams)	360	900	…

1. — 1 pts

Vérifie, à l'aide des quotients, que le prix est proportionnel au volume pour les deux premières colonnes. Donne le coefficient.

INDICE

Divise chaque prix par le volume correspondant.

CORRIGÉ

On divise chaque prix par le volume correspondant :

- pour 2 L : $\dfrac{360}{2} = 180$;
- pour 5 L : $\dfrac{900}{5} = 180$.

Les deux quotients sont égaux, ce qui confirme la proportionnalité pour ces deux colonnes. Leur valeur commune est le coefficient de proportionnalité.

Conclusion. Le coefficient vaut 180 : un litre d'huile d'argan coûte 180 dirhams.

2. — 1 pts

Complète la case vide du tableau.

INDICE

Multiplie le volume par le coefficient trouvé.

CORRIGÉ

Pour obtenir le prix, on multiplie le volume par le coefficient 180 :

$$8 \times 180 = 1\,440$$

Conclusion. La case vide vaut $1\,440$: les 8 L d'huile coûtent $1\,440$ dirhams.

3. 1,5 pts

Un client a payé $2\,520$ dirhams. On note x le volume acheté, en litres. À l'aide de la première colonne et de l'égalité des produits en croix, calcule x.

INDICE

Place x dans la ligne des volumes, au-dessus du prix payé, puis écris l'égalité des produits en croix.

CORRIGÉ

Tableau. On place le volume x au-dessus du prix payé, à côté de la première colonne.

Volume (L)	2	x
Prix (dirhams)	360	$2\,520$

Produits en croix. Ce tableau est un tableau de proportionnalité, donc ses produits en croix sont égaux :

$$2 \times 2\,520 = 360 \times x$$

Comme $2 \times 2\,520 = 5\,040$, on obtient $5\,040 = 360 \times x$.

Calcul de x. On divise $5\,040$ par 360 :

$$x = \frac{5\,040}{360} = 14$$

Conclusion. Le client a acheté 14 L d'huile.

4. 1,5 pts

Cette année, la coopérative a produit 600 L d'huile. Elle en vend 25 pour cent à l'étranger. Quel volume est vendu à l'étranger ?

INDICE

Multiplie 600 par $\frac{25}{100}$.

CORRIGÉ

Prendre 25 pour cent de 600 L, c'est multiplier 600 par $\frac{25}{100}$:

$$\frac{25}{100} \times 600 = 150$$

Conclusion. La coopérative vend 150 L d'huile à l'étranger.

Exercice 3 — 6 pts

Le terrain de sport du quartier

Le plan du terrain de sport du quartier est à l'échelle $\frac{1}{500}$. Sur ce plan, la longueur du terrain mesure 16 cm.

1. — 1,5 pts

Calcule la longueur réelle du terrain, en mètres.

INDICE

Multiplie par 500, puis convertis en mètres.

CORRIGÉ

Longueur réelle en centimètres. À l'échelle $\frac{1}{500}$, une longueur réelle est 500 fois plus grande que sur le plan :

$$16 \times 500 = 8\,000$$

Conversion. Comme 1 m $= 100$ cm, on divise par 100 : $\frac{8\,000}{100} = 80$.

Conclusion. Le terrain mesure 80 m de long.

2. — 1,5 pts

Amine parcourt quatre fois la longueur du terrain en 64 s. Calcule la distance parcourue, puis sa vitesse moyenne en m/s.

INDICE

Calcule d'abord 4×80, puis divise par la durée.

CORRIGÉ

Distance parcourue. Amine parcourt quatre fois les 80 m de la question 1 : $4 \times 80 = 320$, soit 320 m.

Vitesse moyenne. On divise la distance par la durée :

$$v = \frac{320}{64} = 5$$

La distance est en mètres et la durée en secondes.

Conclusion. Amine parcourt 320 m, à la vitesse moyenne de 5 m/s.

3. 1,5 pts

Convertis cette vitesse en km/h.

INDICE

Une heure compte $3\,600$ secondes.

CORRIGÉ

Distance en une heure. Une heure compte $60 \times 60 = 3\,600$ secondes. À 5 m par seconde, Amine parcourrait :

$$5 \times 3\,600 = 18\,000$$

Conversion. On obtient $18\,000$ m. Comme 1 km $= 1\,000$ m, cela fait 18 km.

Conclusion. La vitesse d'Amine est 18 km/h.

4. 1,5 pts

Le club d'athlétisme d'Amine compte 30 membres, dont 12 filles. Quel pourcentage des membres sont des filles ?

INDICE

Divise le nombre de filles par le nombre de membres, puis multiplie par 100.

CORRIGÉ

On divise le nombre de filles par le nombre de membres :

$$\frac{12}{30} = 0{,}4$$

Pour obtenir le pourcentage, on multiplie par 100 :

$$t = 0{,}4 \times 100 = 40$$

Conclusion. Les filles représentent 40 pour cent des membres du club.

Exercice 4 — 5 pts

Le tramway de la ville

Quand il roule, le tramway de la ville avance toujours à la même vitesse. Sur une longue portion sans arrêt, Sara note la distance parcourue selon la durée.

Durée (min)	3	8	5
Distance (m)	$1\,200$	$3\,200$	…

1. — 1 pts

Calcule le quotient de la distance par la durée pour les deux premières colonnes. Donne le coefficient et explique ce que ce nombre indique sur le trajet du tramway.

INDICE

Divise chaque distance par la durée placée au-dessus.

CORRIGÉ

On divise chaque distance par la durée correspondante :

- pour 3 min : $\dfrac{1\,200}{3} = 400$;
- pour 8 min : $\dfrac{3\,200}{8} = 400$.

Les deux quotients sont égaux. Leur valeur commune est le coefficient de proportionnalité, 400.

Ce nombre est une distance en mètres divisée par une durée en minutes. Il indique que le tramway parcourt 400 m en une minute quand il roule.

Conclusion. Le coefficient vaut 400 : c'est la vitesse du tramway quand il roule, 400 m/min.

2. — 1 pts

Complète la case vide du tableau en soustrayant une colonne d'une autre.

INDICE

Cherche deux durées du tableau dont la différence vaut 5.

CORRIGÉ

On remarque que $8 - 3 = 5$. Dans un tableau de proportionnalité, on peut soustraire une colonne d'une autre : on retire la première colonne de la deuxième.

$$3\,200 - 1\,200 = 2\,000$$

On vérifie avec le coefficient : $5 \times 400 = 2\,000$.

Conclusion. La case vide vaut $2\,000$: en 5 min, le tramway parcourt $2\,000$ m.

3. 1,5 pts

La ligne mesure 12 km. Déduis-en la durée nécessaire au tramway pour la parcourir, sans compter les arrêts.

INDICE

Convertis 12 km en mètres, puis utilise $t = \dfrac{d}{v}$ avec la vitesse de la question 1.

CORRIGÉ

Conversion. Comme 1 km $= 1\,000$ m, la ligne mesure $12 \times 1\,000 = 12\,000$, soit $12\,000$ m.

Durée. D'après la définition de la vitesse moyenne, la durée est le quotient de la distance par la vitesse, $t = \dfrac{d}{v}$. Avec la vitesse de la question 1 :

$$t = \frac{12\,000}{400} = 30$$

La vitesse est en mètres par minute, donc la durée est en minutes.

Conclusion. Sans compter les arrêts, le tramway met 30 min pour parcourir la ligne.

4. 1,5 pts

Sur toute la ligne, le tramway marque aussi 18 arrêts de 50 s chacun. Calcule la durée totale du trajet, puis la vitesse moyenne du tramway sur toute la ligne, en km/h.

INDICE

Convertis la durée des arrêts en minutes et ajoute-la à la réponse 3. Écris ensuite la durée totale en heures.

CORRIGÉ

Durée des arrêts. Les 18 arrêts de 50 s durent $18 \times 50 = 900$, soit 900 s. Comme 1 min $= 60$ s, cela fait $\dfrac{900}{60} = 15$, soit 15 min.

Durée totale. On ajoute la durée de la question 3 : $30 + 15 = 45$, soit 45 min. En heures, $\dfrac{45}{60} = 0{,}75$: le trajet dure $0{,}75$ h.

Vitesse moyenne sur toute la ligne. On divise les 12 km par les $0{,}75$ h :

$$v = \frac{12}{0{,}75} = \frac{1\,200}{75} = 16$$

Comparaison. Quand il roule, le tramway parcourt $400 \times 60 = 24\,000$ m en une heure, soit 24 km/h. Les arrêts font donc baisser la vitesse moyenne.

Conclusion. Le trajet complet dure 45 min, et la vitesse moyenne du tramway sur toute la ligne est 16 km/h.

Exercice 5 5 pts

Le plan d'un bateau de pêche

En technologie, Ilyas dessine le plan d'un bateau de pêche. Le bateau réel mesure 18 m de long. Sur le plan, cette longueur mesure 12 cm.

1. 1,5 pts

Exprime la longueur réelle du bateau en centimètres, puis calcule l'échelle du plan.

INDICE

Comme 1 m $= 100$ cm, multiplie par 100. Divise ensuite la mesure sur le plan par la mesure réelle.

CORRIGÉ

Conversion. Comme 1 m $= 100$ cm, la longueur réelle vaut $18 \times 100 = 1\,800$, soit $1\,800$ cm.

Échelle. L'échelle est le quotient de la mesure sur le plan par la mesure réelle, dans la même unité :

$$e = \frac{12}{1\,800} = \frac{1}{150}$$

On a divisé le numérateur et le dénominateur par 12, car $12 \times 150 = 1\,800$.

Conclusion. Le bateau mesure $1\,800$ cm, et l'échelle du plan est $\frac{1}{150}$: 1 cm sur le plan représente 150 cm en réalité.

2. 1,5 pts

Les mesures sur le plan sont proportionnelles aux mesures réelles. Déduis-en les cases vides de ce tableau, puis donne la largeur réelle du bateau en mètres.

Mesure réelle (cm)	$1\,800$	600	**…**
Mesure sur le plan (cm)	12	…	$3{,}2$

La colonne de 600 cm donne la hauteur réelle du mât, celle de $3{,}2$ cm la largeur du bateau sur le plan.

INDICE

Pour la case de la seconde ligne, divise par 150 ; pour celle de la première ligne, multiplie par 150.

CORRIGÉ

Mât sur le plan. À l'échelle $\frac{1}{150}$, une mesure sur le plan est 150 fois plus petite que la mesure réelle :

$$\frac{600}{150} = 4$$

Largeur réelle. Dans l'autre sens, on multiplie la mesure sur le plan par 150 :

$$3{,}2 \times 150 = 480$$

La largeur réelle est 480 cm. Comme 1 m $= 100$ cm, on divise par 100 : $\frac{480}{100} = 4{,}8$.

Conclusion. Les cases vides valent 4 et 480. Le mât mesure 4 cm sur le plan, et le bateau mesure $4{,}8$ m de large.

3. 1 pts

Sur le bateau réel, un hublot mesure 30 cm de large. Quelle est sa largeur sur le plan, en millimètres ?

INDICE

Divise par 150, puis rappelle-toi que 1 cm $=10$ mm.

CORRIGÉ

Largeur sur le plan. On divise la mesure réelle par 150 :

$$\frac{30}{150}=0{,}2$$

Le hublot mesure $0{,}2$ cm sur le plan.

Conversion. Comme 1 cm $=10$ mm, on multiplie par 10 : $0{,}2\times 10=2$.

Conclusion. Sur le plan, le hublot mesure 2 mm de large.

4. 1 pts

Pour une exposition, Ilyas dessine un nouveau plan du même bateau, sur lequel la longueur mesure 36 cm. Calcule l'échelle de ce nouveau plan et la hauteur du mât sur ce plan. Laquelle des deux échelles donne le dessin le plus grand ?

INDICE

Procède comme à la question 1, puis compare deux fractions de même numérateur.

CORRIGÉ

Nouvelle échelle. Comme à la question 1, on divise la mesure sur le plan par la mesure réelle :

$$e=\frac{36}{1\,800}=\frac{1}{50}$$

car $36\times 50=1\,800$.

Mât sur le nouveau plan. On divise la hauteur réelle par 50 : $\dfrac{600}{50}=12$, soit 12 cm.

Comparaison. Les fractions $\dfrac{1}{50}$ et $\dfrac{1}{150}$ ont le même numérateur. Comme $50<150$, on a $\dfrac{1}{50}>\dfrac{1}{150}$. Le mât le confirme : il mesure 12 cm sur le nouveau plan et 4 cm sur le premier, trois fois moins, car $12=3\times 4$.

Conclusion. Le nouveau plan est à l'échelle $\dfrac{1}{50}$ et le mât y mesure 12 cm. C'est l'échelle $\dfrac{1}{50}$ qui donne le dessin le plus grand.