BURHAN

Prisme droit et cylindre de révolution : exercices, entraînement

1ère Année Collège · Mathématiques

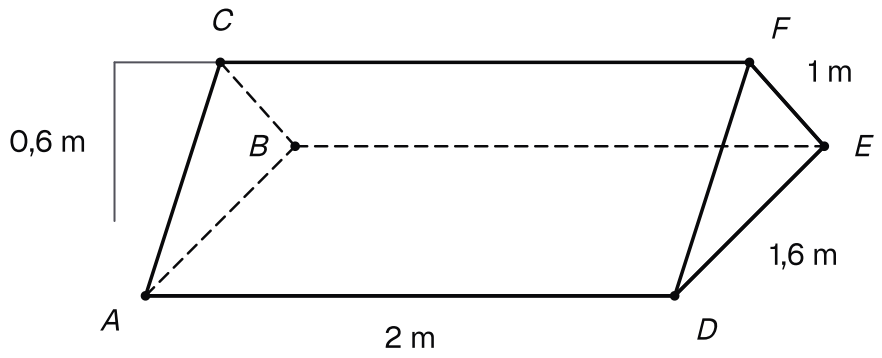
Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/prisme-droit-et-cylindre/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Prisme droit et cylindre de révolution	Entraînement	7

Exercice 1 — 3 pts

La tente du camping

Une tente a la forme d'un prisme droit posé sur le sol. L'entrée et le fond sont deux triangles identiques : leur côté posé au sol mesure $1{,}6\ \text{m}$, les deux autres côtés mesurent $1\ \text{m}$, et la hauteur de chaque triangle est $0{,}6\ \text{m}$. La tente est longue de $2\ \text{m}$.



La tente de l'énoncé, vue de côté et posée au sol : chaque triangle a un côté de 1,6 m au sol, deux côtés de 1 m et une hauteur de 0,6 m ; la tente est longue de 2 m.

1. — 1 pts

Quelles sont les deux bases du prisme ? Quelle est sa hauteur ? La tente est posée sur une face : est-ce une base ou une face latérale ?

INDICE

Les bases ne sont pas forcément en bas : cherche les deux faces superposables. Pour le sol, regarde si la face est un triangle ou un rectangle.

CORRIGÉ

Bases. Les deux faces superposables et parallèles sont les triangles de l'entrée et du fond. Ce sont les bases, même si elles ne sont pas en bas.

Hauteur. Chaque arête latérale va de l'entrée au fond. Sa longueur, $2\ \text{m}$, donne la hauteur du prisme.

Face posée au sol. Le sol de la tente est un rectangle de $1{,}6\ \text{m}$ sur $2\ \text{m}$. Ce n'est pas un triangle, donc ce n'est pas une base.

Conclusion. Les bases sont l'entrée et le fond, la hauteur du prisme est $2\ \text{m}$, et la tente est posée sur une face latérale.

2. 1 pts

Calcule l'aire B d'une base.

INDICE

Pour le triangle, prends le côté au sol et la hauteur du triangle, $0{,}6\ \text{m}$.

CORRIGÉ

L'aire d'un triangle est un côté fois la hauteur relative à ce côté, divisé par 2. On prend le côté posé au sol, $1{,}6\ \text{m}$, et la hauteur du triangle, $0{,}6\ \text{m}$.

$$\begin{aligned} B &= 1{,}6 \times 0{,}6 : 2 \\ &= 0{,}96 : 2 \\ &= 0{,}48\ \text{m}^2 \end{aligned}$$

Conclusion. Une base de la tente a une aire de $0{,}48\ \text{m}^2$.

3. 1 pts

Calcule le volume d'air à l'intérieur de la tente, en m^3 puis en litres.

INDICE

$V = B \times h$, avec la hauteur du prisme ; puis $1\ \text{m}^3 = 1\,000\ \text{L}$.

CORRIGÉ

Volume en mètres cubes. Le volume d'un prisme droit est $V = B \times h$, avec $B = 0{,}48\ \text{m}^2$ et $h = 2\ \text{m}$.

$$\begin{aligned} V &= 0{,}48 \times 2 \\ &= 0{,}96\ \text{m}^3 \end{aligned}$$

En litres. On sait que $1\ \text{m}^3 = 1\,000\ \text{dm}^3 = 1\,000\ \text{L}$. On multiplie donc par $1\,000$: $0{,}96 \times 1\,000 = 960$.

Conclusion. La tente contient $0{,}96\ \text{m}^3$ d'air, soit $960\ \text{L}$.

Exercice 2 — 3 pts

L'aquarium du salon

Un aquarium a la forme d'un pavé droit. Son fond est un rectangle de $50\ \text{cm}$ sur $30\ \text{cm}$, et sa hauteur est $40\ \text{cm}$.

1. — 1 pts

Calcule le volume de l'aquarium en cm^3.

INDICE

Le pavé droit est un prisme droit : sa base est le rectangle du fond.

CORRIGÉ

Le pavé droit est un prisme droit. Sa base est le rectangle du fond, et sa hauteur est $h = 40\ \text{cm}$.

$$\begin{aligned} B &= 50 \times 30 \\ &= 1\,500\ \text{cm}^2 \end{aligned}$$

On multiplie l'aire de la base par la hauteur :

$$\begin{aligned} V &= 1\,500 \times 40 \\ &= 60\,000\ \text{cm}^3 \end{aligned}$$

Conclusion. L'aquarium a un volume de $60\,000\ \text{cm}^3$.

2. — 1 pts

Combien de litres d'eau faudrait-il pour le remplir jusqu'en haut ?

INDICE

$1\,000\ \text{cm}^3$ font $1\ \text{dm}^3$, c'est-à-dire $1\ \text{L}$.

CORRIGÉ

Il faut $1\,000\ \text{cm}^3$ pour faire $1\ \text{dm}^3$, c'est-à-dire $1\ \text{L}$. On divise donc par $1\,000$.

$$\begin{aligned} 60\,000\ \text{cm}^3 &= 60\ \text{dm}^3 \\ &= 60\ \text{L} \end{aligned}$$

Conclusion. Il faudrait $60\ \text{L}$ d'eau pour remplir l'aquarium jusqu'en haut.

3. 1 pts

Karim ne remplit l'aquarium que sur $35\ \text{cm}$ de hauteur. Combien de litres verse-t-il ?

INDICE

L'eau forme un pavé droit de même fond, mais de hauteur $35\ \text{cm}$.

CORRIGÉ

L'eau forme un pavé droit qui a la même base que l'aquarium, $1\,500\ \text{cm}^2$, et une hauteur de $35\ \text{cm}$.

$$\begin{aligned} V &= 1\,500 \times 35 \\ &= 52\,500\ \text{cm}^3 \end{aligned}$$

On divise par $1\,000$ pour passer en litres : $52\,500\ \text{cm}^3 = 52{,}5\ \text{L}$.

Conclusion. Karim verse $52{,}5\ \text{L}$ d'eau.

Exercice 3 — 2,5 pts

La hauteur d'un moule à cake

Un moule à cake est un prisme droit. Il repose sur une base en forme de parallélogramme : un côté mesure $6\ \text{cm}$ et la hauteur relative à ce côté mesure $5\ \text{cm}$: c'est l'écart entre ce côté et le côté d'en face, mesuré à angle droit. Le moule a un volume de $450\ \text{cm}^3$.

1. — 1 pts

Calcule l'aire B de la base.

INDICE

L'aire d'un parallélogramme est un côté fois la hauteur relative à ce côté.

CORRIGÉ

L'aire d'un parallélogramme est un côté fois la hauteur relative à ce côté.

$$B = 6 \times 5 = 30\ \text{cm}^2$$

Conclusion. La base du moule a une aire de $30\ \text{cm}^2$.

2. — 1,5 pts

Déduis-en la hauteur h du moule.

INDICE

Dans $V = B \times h$, tu connais V et B : cherche le nombre qui, multiplié par 30, donne 450. Attention : les $5\ \text{cm}$ de l'énoncé sont la hauteur du parallélogramme de base, pas la hauteur du moule.

CORRIGÉ

Le volume d'un prisme droit est $V = B \times h$. Ici, $V = 450\ \text{cm}^3$ et $B = 30\ \text{cm}^2$, donc :

$$30 \times h = 450$$

On cherche le nombre qui, multiplié par 30, donne 450 : on divise 450 par 30.

$$h = 450 : 30 = 15\ \text{cm}$$

Vérification. On calcule $30 \times 15 = 450$: on retrouve bien le volume de l'énoncé.

Conclusion. Le moule a une hauteur de $15\ \text{cm}$.

Exercice 4 3 pts

Une colonne d'affichage à base carrée

Une petite colonne en carton pour une maquette de ville est un prisme droit dont la base est un carré de côté $5\ \text{cm}$. Les affiches collées sur ses faces latérales couvrent exactement $240\ \text{cm}^2$.

1. 1 pts

Calcule le périmètre P de la base.

INDICE

Un carré a quatre côtés de même longueur.

CORRIGÉ

Les quatre côtés du carré mesurent $5\ \text{cm}$.

$$P = 4 \times 5 = 20\ \text{cm}$$

Conclusion. Le périmètre de la base est $20\ \text{cm}$.

2. 1 pts

Trouve la hauteur h de la colonne.

INDICE

L'aire couverte par les affiches est l'aire latérale, égale à $P \times h$.

CORRIGÉ

Les affiches couvrent les faces latérales : $240\ \text{cm}^2$ est l'aire latérale. Elle est égale à $P \times h$, donc :

$$20 \times h = 240$$

On divise 240 par 20 :

$$h = 240 : 20 = 12\ \text{cm}$$

On vérifie : $20 \times 12 = 240$.

Conclusion. La colonne mesure $12\ \text{cm}$ de haut.

3. 1 pts

Calcule le volume de la colonne.

INDICE

Calcule d'abord l'aire du carré de base.

CORRIGÉ

L'aire du carré de base est $B = 5 \times 5 = 25\ \text{cm}^2$. On applique ensuite la formule du volume d'un prisme droit :

$$\begin{aligned} V &= B \times h \\ &= 25 \times 12 \\ &= 300\ \text{cm}^3 \end{aligned}$$

Conclusion. La colonne a un volume de $300\ \text{cm}^3$.

Exercice 5 3 pts

Deux boîtes à biscuits

Pour ranger des biscuits, Yasmine hésite entre deux boîtes :

- une boîte cylindrique de diamètre $10\ \text{cm}$ et de hauteur $8\ \text{cm}$;
- une boîte en prisme droit à base carrée de côté $10\ \text{cm}$, de hauteur $6\ \text{cm}$.

1. 0,5 pts

Quel est le rayon de la boîte cylindrique ?

INDICE

Le rayon est la moitié du diamètre.

CORRIGÉ

Le rayon est la moitié du diamètre : $r = 10 : 2 = 5\ \text{cm}$.

Conclusion. La boîte cylindrique a un rayon de $5\ \text{cm}$.

2. 1,5 pts

Calcule le volume de la boîte cylindrique : la valeur exacte, puis une valeur approchée au dixième à la calculatrice.

INDICE

$V = \pi \times r \times r \times h$, avec le rayon et non le diamètre.

CORRIGÉ

Le volume d'un cylindre de révolution est $V = \pi \times r \times r \times h$. On prend le rayon, $r = 5\ \text{cm}$, et la hauteur, $h = 8\ \text{cm}$.

$$\begin{aligned} V &= \pi \times 5 \times 5 \times 8 \\ &= 200 \times \pi\ \text{cm}^3 \end{aligned}$$

À la calculatrice, au dixième : $200 \times \pi \approx 628{,}3$.

Conclusion. La boîte cylindrique a un volume exact de $200 \times \pi\ \text{cm}^3$, soit environ $628{,}3\ \text{cm}^3$.

3. 1 pts

Calcule le volume de l'autre boîte. Laquelle contient le plus ?

INDICE

Commence par l'aire du carré de base, puis compare les deux volumes.

CORRIGÉ

Volume de la boîte à base carrée. Sa base a une aire de $B = 10 \times 10 = 100 \text{ cm}^2$, et sa hauteur est 6 cm.

$$V = 100 \times 6 = 600 \text{ cm}^3$$

Comparaison. La boîte cylindrique contient environ $628{,}3 \text{ cm}^3$, et $628{,}3 > 600$. L'écart est d'environ $628{,}3 - 600 = 28{,}3$, soit à peu près 28 cm^3.

Conclusion. La boîte à base carrée a un volume de 600 cm^3 : c'est la boîte cylindrique qui contient le plus, d'environ 28 cm^3.

Exercice 6 — 3 pts

L'eau qui dort dans le tuyau

Un tuyau d'arrosage est déroulé dans le jardin. À l'intérieur, l'eau occupe un cylindre de révolution de diamètre $2\ \text{cm}$ et de longueur $15\ \text{m}$.

1. — 1 pts

Donne le rayon de ce cylindre en cm, et sa longueur en cm.

INDICE

Les deux longueurs doivent être dans la même unité ; $1\ \text{m} = 100\ \text{cm}$.

CORRIGÉ

Rayon. Le rayon est la moitié du diamètre : $r = 2 : 2 = 1\ \text{cm}$.

Longueur. La longueur du tuyau joue le rôle de la hauteur du cylindre. Comme $1\ \text{m} = 100\ \text{cm}$:

$$h = 15 \times 100 = 1\,500\ \text{cm}$$

Conclusion. Le cylindre d'eau a un rayon de $1\ \text{cm}$ et une longueur de $1\,500\ \text{cm}$.

2. — 1 pts

Calcule la valeur exacte du volume d'eau dans le tuyau.

INDICE

Le tuyau est un cylindre très long : sa hauteur est sa longueur.

CORRIGÉ

Le volume d'un cylindre de révolution est $V = \pi \times r \times r \times h$, avec $r = 1\ \text{cm}$ et $h = 1\,500\ \text{cm}$.

$$\begin{aligned} V &= \pi \times 1 \times 1 \times 1\,500 \\ &= 1\,500 \times \pi\ \text{cm}^3 \end{aligned}$$

Conclusion. Le volume exact d'eau dans le tuyau est $1\,500 \times \pi\ \text{cm}^3$.

3. — 1 pts

Donne ce volume en litres, arrondi au dixième, à la calculatrice.

INDICE

Calcule d'abord une valeur approchée en cm^3, puis divise par $1\,000$.

CORRIGÉ

À la calculatrice, à l'unité : $1\,500 \times \pi \approx 4\,712\ \text{cm}^3$.

Il faut $1\,000\ \text{cm}^3$ pour faire $1\ \text{L}$: on divise par $1\,000$, ce qui donne environ $4{,}712\ \text{L}$.

Conclusion. Au dixième, le tuyau contient environ $4{,}7\ \text{L}$ d'eau.

Exercice 7 — 3,5 pts

L'étiquette et la capacité d'un pot de peinture

Un pot de peinture est un cylindre de révolution de diamètre $12\ \text{cm}$ et de hauteur $14\ \text{cm}$. Une étiquette recouvre tout le tour du pot, sans chevauchement.

1. — 0,5 pts

Quel est le rayon du pot ?

INDICE

Le diamètre traverse tout le fond ; le rayon va seulement du centre au bord.

CORRIGÉ

Le rayon est la moitié du diamètre : $r = 12 : 2 = 6\ \text{cm}$.

Conclusion. Le pot a un rayon de $6\ \text{cm}$.

2. — 1,5 pts

Calcule l'aire de l'étiquette : valeur exacte, puis valeur approchée au dixième, à la calculatrice.

INDICE

L'étiquette déroulée est le rectangle du patron : son aire est l'aire latérale.

CORRIGÉ

L'étiquette recouvre tout le tour du pot, sans chevauchement : son aire est l'aire latérale du cylindre, $2 \times \pi \times r \times h$.

$$\begin{aligned} &\text{aire latérale} \\ &= 2 \times \pi \times 6 \times 14 \\ &= 168 \times \pi\ \text{cm}^2 \end{aligned}$$

À la calculatrice, au dixième : $168 \times \pi \approx 527{,}8$.

Conclusion. L'étiquette a une aire exacte de $168 \times \pi\ \text{cm}^2$, soit environ $527{,}8\ \text{cm}^2$.

3. 1,5 pts

Calcule la capacité du pot : valeur exacte en cm^3, puis valeur approchée en litres, au dixième.

INDICE

Écris la formule du volume d'un cylindre avec le rayon, pas le diamètre. Puis passe des cm^3 aux litres : $1\,000\ \text{cm}^3 = 1\ \text{L}$.

CORRIGÉ

Valeur exacte. On applique la formule du volume d'un cylindre, avec le rayon $r = 6\ \text{cm}$ et la hauteur $h = 14\ \text{cm}$.

$$\begin{aligned} V &= \pi \times 6 \times 6 \times 14 \\ &= 504 \times \pi\ \text{cm}^3 \end{aligned}$$

Valeur approchée. À la calculatrice, au dixième : $504 \times \pi \approx 1\,583{,}4\ \text{cm}^3$.

En litres. Comme $1\,000\ \text{cm}^3 = 1\ \text{L}$, on divise par $1\,000$: cela fait environ $1{,}583\ \text{L}$.

Conclusion. Le pot a une capacité exacte de $504 \times \pi\ \text{cm}^3$; au dixième, il contient environ $1{,}6\ \text{L}$ de peinture.