BURHAN

Périmètres et aires : exercices, niveau examen

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/perimetres-et-aires/exercices/examen

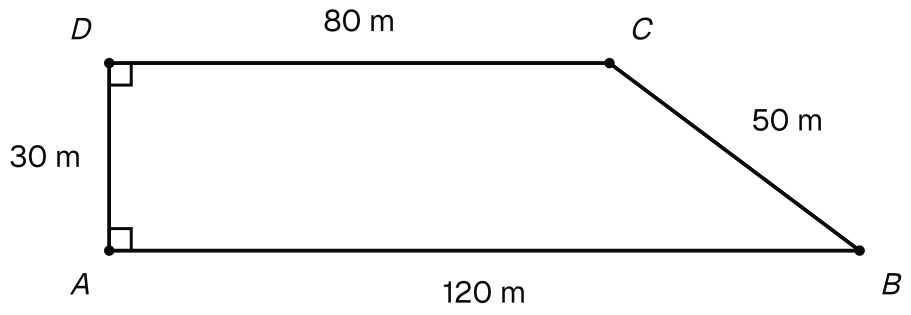
Chapitre	Palier	Exercices
Périmètres et aires	Niveau examen	5

Exercice 1 5 pts

Un champ en forme de trapèze

Un champ a la forme d'un **trapèze rectangle** $ABCD$: c'est un trapèze qui a deux angles droits. Ses bases sont $[AB]$ et $[DC]$, parallèles, avec $AB = 120\ \text{m}$ et $DC = 80\ \text{m}$. Le côté $[AD]$ est perpendiculaire aux deux bases et mesure $30\ \text{m}$. Le quatrième côté, $[BC]$, mesure $50\ \text{m}$.

Trace une figure à main levée et code les angles droits.



Le champ en trapèze rectangle ABCD : bases [AB] de 120 m et [DC] de 80 m, côté [AD] de 30 m, côté [BC] de 50 m.

1. 1,5 pts

Quelle est la hauteur du trapèze ? Calcule ensuite l'aire du champ en m^2.

INDICE

Début : cherche le côté qui fait un angle droit avec les deux bases.

Outil : la formule de l'aire du trapèze.

CORRIGÉ

Hauteur. Le côté $[AD]$ est perpendiculaire aux deux bases. La distance entre les bases est donc $h = AD = 30\ \text{m}$.

Aire. D'après la formule de l'aire du trapèze :

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= \frac{(120 + 80) \times 30}{2} \\ &= \frac{6\,000}{2} \\ &= 3\,000\ \text{m}^2.\end{aligned}$$

Conclusion. La hauteur du trapèze mesure $30\ \text{m}$, et l'aire du champ est $3\,000\ \text{m}^2$.

2. 1 pts

En déduire l'aire du champ en ares, puis en hectares.

INDICE

Outil : $1\ \text{a} = 100\ \text{m}^2$ et $1\ \text{ha} = 100\ \text{a}$.

CORRIGÉ

En ares. D'après la définition de l'are, $1\ \text{a} = 100\ \text{m}^2$. On divise donc par 100 : $3\,000\ \text{m}^2 = 3\,000 \div 100\ \text{a} = 30\ \text{a}$.

En hectares. D'après la définition de l'hectare, $1\ \text{ha} = 100\ \text{a}$. On divise encore par 100 : $30\ \text{a} = 30 \div 100\ \text{ha} = 0{,}3\ \text{ha}$.

Conclusion. Le champ a une aire de $30\ \text{a}$, soit $0{,}3\ \text{ha}$.

3. 1 pts

Calcule le périmètre du champ.

INDICE

Outil : la définition du périmètre : additionne les quatre côtés.

CORRIGÉ

Les quatre côtés sont en mètres : $AB = 120\ \text{m}$, $BC = 50\ \text{m}$, $CD = 80\ \text{m}$ et $DA = 30\ \text{m}$. D'après la définition du périmètre, on les additionne :

$$\begin{aligned} P &= 120 + 50 + 80 + 30 \\ &= 280\ \text{m}. \end{aligned}$$

Conclusion. Le périmètre du champ est $280\ \text{m}$.

4. 1,5 pts

Une clôture coûte 15 dirhams le mètre. Calcule le prix de la clôture qui fait le tour du champ.

INDICE

Début : la longueur de la clôture est le périmètre trouvé à la question 3.

CORRIGÉ

La clôture fait le tour du champ : sa longueur est le périmètre trouvé à la question 3, soit $280\ \text{m}$.

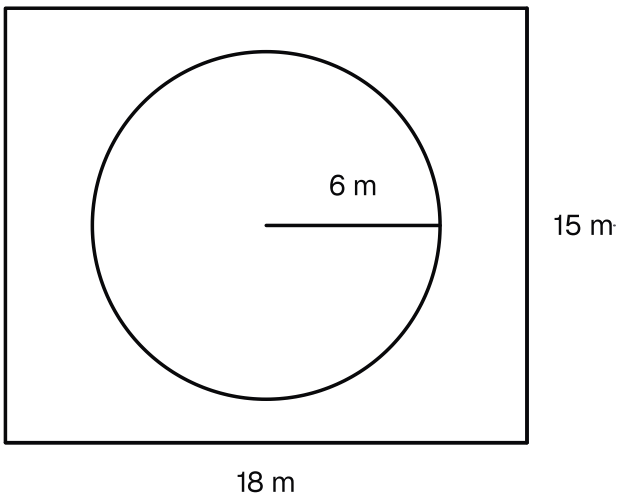
Chaque mètre coûte 15 dirhams. On multiplie la longueur par le prix d'un mètre : $280 \times 15 = 4\,200$ dirhams.

Conclusion. La clôture qui fait le tour du champ coûte $4\,200$ dirhams.

Exercice 2 — 5 pts

Un bassin au milieu d'une cour

Une cour rectangulaire mesure $18\ \text{m}$ de longueur et $15\ \text{m}$ de largeur. Au milieu, on a creusé un bassin circulaire de rayon $6\ \text{m}$. Le reste de la cour est couvert de dalles.



La cour de 18 m sur 15 m et le bassin circulaire de rayon 6 m creusé en son milieu.

1. — 1 pts

Calcule la longueur du bord du bassin : sa valeur exacte, puis une valeur approchée avec $\pi \approx 3{,}14$.

INDICE

Début : le diamètre est le double du rayon.

Outil : la formule de la longueur du cercle.

CORRIGÉ

Diamètre. Le diamètre vaut deux fois le rayon : $d = 2 \times 6 = 12\ \text{m}$.

Valeur exacte. La formule de la longueur du cercle est $L = \pi \times d$. D'après cette formule, avec $d = 12\ \text{m}$:

$$L = 12 \times \pi\ \text{m}$$

Valeur approchée. Avec $\pi \approx 3{,}14$, on calcule $12 \times 3{,}14 = 37{,}68$. Donc $L \approx 37{,}68\ \text{m}$.

Conclusion. Le bord du bassin mesure exactement $12 \times \pi\ \text{m}$, soit environ $37{,}68\ \text{m}$.

2. 1 pts

Calcule l'aire de la surface du bassin : sa valeur exacte, puis une valeur approchée avec $\pi \approx 3{,}14$.

INDICE

Point délicat : la formule de l'aire du disque utilise le rayon.

CORRIGÉ

Valeur exacte. D'après la formule de l'aire du disque, avec le rayon $r = 6\ \text{m}$:

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= \pi \times 6 \times 6 \\ &= 36 \times \pi\ \text{m}^2\end{aligned}$$

Valeur approchée. Avec $\pi \approx 3{,}14$, on calcule $36 \times 3{,}14 = 113{,}04$. Donc $\mathcal{A} \approx 113{,}04\ \text{m}^2$.

Conclusion. La surface du bassin a une aire exacte de $36 \times \pi\ \text{m}^2$, soit environ $113{,}04\ \text{m}^2$.

3. 1,5 pts

En déduire une valeur approchée de l'aire de la partie couverte de dalles.

INDICE

Outil : une figure composée par différence : la cour sans le bassin.

CORRIGÉ

Aire de la cour. D'après la formule de l'aire du rectangle, la cour a pour aire $18 \times 15 = 270\ \text{m}^2$.

Aire dallée. La partie dallée est la cour sans le bassin : on soustrait. Son aire exacte est $(270 - 36 \times \pi)\ \text{m}^2$.

Avec la valeur approchée de la question 2, on calcule :

$$270 - 113{,}04 = 156{,}96$$

Conclusion. La partie couverte de dalles mesure environ $156{,}96\ \text{m}^2$.

4. 1,5 pts

Les dalles sont vendues par paquets. Un paquet couvre $2\ \text{m}^2$. Combien de paquets faut-il acheter, au minimum ?

INDICE

Début : divise l'aire dallée par 2.

Point délicat : on n'achète que des paquets entiers.

CORRIGÉ

Division. On divise l'aire dallée par l'aire couverte par un paquet : $156{,}96 \div 2 = 78{,}48$. Ce n'est pas un nombre entier, et on n'achète que des paquets entiers.

Vérification. Avec 78 paquets, on couvre $78 \times 2 = 156\ \text{m}^2$: c'est trop peu, car $156 < 156{,}96$. Avec 79 paquets, on couvre $79 \times 2 = 158\ \text{m}^2$: c'est assez.

Conclusion. Au minimum, il faut acheter 79 paquets.

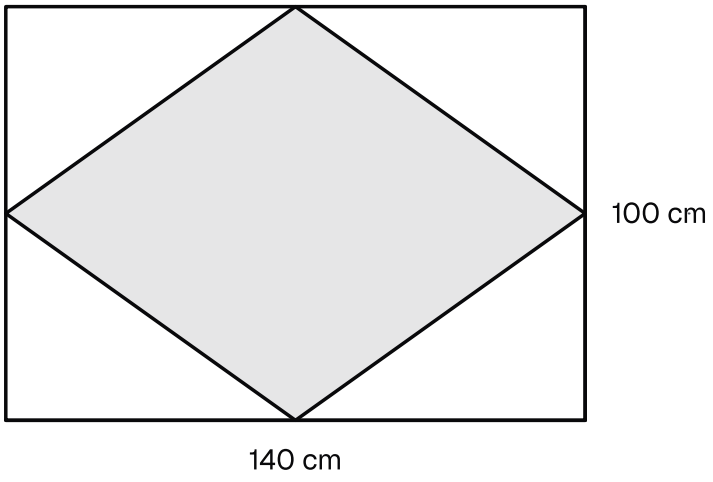
Exercice 3 — 5 pts

Une enseigne et son losange vert

L'enseigne d'un magasin est un panneau rectangulaire de $140\ \text{cm}$ de longueur et de $100\ \text{cm}$ de largeur. On y peint un losange vert. Ses quatre sommets sont les milieux des quatre côtés de l'enseigne.

Les diagonales du losange mesurent donc $140\ \text{cm}$ et $100\ \text{cm}$. Le reste de l'enseigne est blanc.

Trace une figure à main levée.



L'enseigne de 140 cm sur 100 cm et le losange vert dont les quatre sommets sont les milieux de ses côtés.

1. — 1 pts

Calcule l'aire de l'enseigne en cm^2, puis en m^2.

INDICE

Outil : la formule de l'aire du rectangle.

Point délicat : $1\ \text{m}^2 = 10\,000\ \text{cm}^2$.

CORRIGÉ

En cm^2. D'après la formule de l'aire du rectangle :

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= 140 \times 100 \\ &= 14\,000\ \text{cm}^2 \end{aligned}$$

En m^2. Comme $1\ \text{m}^2 = 10\,000\ \text{cm}^2$, on divise par $10\,000$: $14\,000\ \text{cm}^2 = 1{,}4\ \text{m}^2$.

Conclusion. L'enseigne a une aire de $14\,000\ \text{cm}^2$, soit $1{,}4\ \text{m}^2$.

2. 1,5 pts

Calcule l'aire du losange vert en cm^2.

INDICE

Outil : la formule de l'aire du losange, avec ses deux diagonales.

CORRIGÉ

Les diagonales du losange mesurent $140\ \mathrm{cm}$ et $100\ \mathrm{cm}$. D'après la formule de l'aire du losange :

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= \frac{140 \times 100}{2} \\ &= \frac{14\,000}{2} \\ &= 7\,000\ \mathrm{cm}^2.\end{aligned}$$

Conclusion. Le losange vert a une aire de $7\,000\ \mathrm{cm}^2$.

3. 1 pts

En déduire l'aire de la partie blanche. Que remarques-tu ?

INDICE

Début : retire l'aire du losange de l'aire de l'enseigne.

CORRIGÉ

La partie blanche est l'enseigne sans le losange : on soustrait les deux aires.

$$14\,000 - 7\,000 = 7\,000\ \mathrm{cm}^2$$

On remarque que la partie blanche a la même aire que le losange vert : chacune occupe la moitié de l'enseigne.

Conclusion. La partie blanche mesure $7\,000\ \mathrm{cm}^2$, autant que le losange vert.

4. 1,5 pts

On colle une bordure dorée tout autour de l'enseigne. Calcule sa longueur en cm, puis en m.

INDICE

Outil : la formule du périmètre du rectangle.

CORRIGÉ

La bordure fait le tour de l'enseigne : sa longueur est le périmètre du rectangle. D'après la formule du périmètre du rectangle :

$$\begin{aligned}P &= 2 \times (140 + 100) \\ &= 2 \times 240 \\ &= 480\ \mathrm{cm}.\end{aligned}$$

En mètres. Comme $1\ \mathrm{m} = 100\ \mathrm{cm}$, on divise par 100 : la bordure mesure $4{,}8\ \mathrm{m}$.

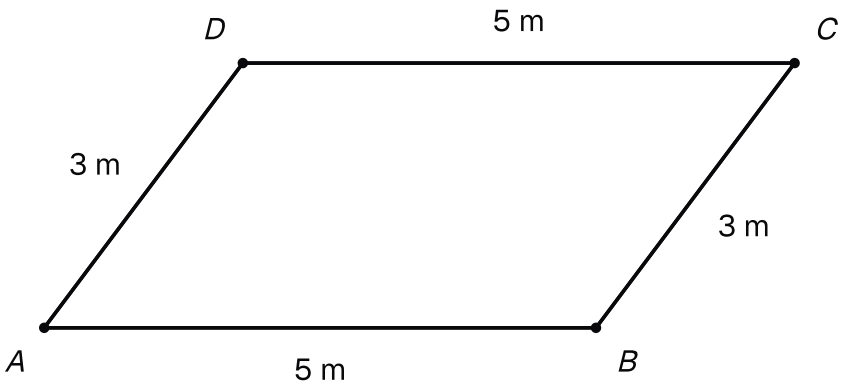
Conclusion. La bordure dorée mesure $480\ \mathrm{cm}$, soit $4{,}8\ \mathrm{m}$.

Exercice 4 — 5 pts

Une place de parking en parallélogramme

Sur un parking, les places sont peintes en biais. Chaque place a la forme d'un **parallélogramme** $ABCD$ avec $AB = DC = 5\ \text{m}$ et $AD = BC = 3\ \text{m}$. La hauteur relative à la base $[AB]$ mesure $2{,}4\ \text{m}$: c'est la distance du point D à la droite (AB).

Trace une figure à main levée et place cette hauteur.



Une place de parking en parallélogramme ABCD, avec AB = DC = 5 m et AD = BC = 3 m ; la hauteur de 2,4 m reste à placer.

1. — 1 pts

Calcule l'aire d'une place en m^2.

INDICE

Outil : la formule de l'aire du parallélogramme.

Point délicat : le côté $[AD]$ est penché : ce n'est pas une hauteur.

CORRIGÉ

La base est $[AB]$, de longueur $5\ \text{m}$. La hauteur relative à cette base mesure $2{,}4\ \text{m}$. D'après la formule de l'aire du parallélogramme, on multiplie la base par la hauteur :

$$\mathcal{A} = 5 \times 2{,}4 = 12\ \text{m}^2.$$

Attention : $[AD]$ n'est pas perpendiculaire à (AB) ; multiplier 5 par 3 ne donnerait pas l'aire.

Conclusion. Une place a une aire de $12\ \text{m}^2$.

2. 1,5 pts

On prend maintenant le côté $[AD]$ comme base. En déduire la hauteur relative à cette base.

INDICE

Début : l'aire de la place ne change pas quand on change de base.

Outil : la formule de l'aire du parallélogramme, avec la base $[AD]$.

CORRIGÉ

Mise en place. L'aire de la place ne dépend pas de la base choisie : elle vaut toujours $12\ \text{m}^2$. On appelle h la hauteur relative à la base $[AD]$, en mètres. Cette base mesure $3\ \text{m}$, donc la formule de l'aire du parallélogramme donne $3 \times h = 12$.

Calcul. On cherche le nombre qui, multiplié par 3, donne 12 : on divise 12 par 3.

$$h = 12 \div 3 = 4\ \text{m}$$

Vérification : $3 \times 4 = 12$.

Contrôle. Cette hauteur est la distance du point B à la droite (AD). Elle est plus courte que le côté $[AB]$, et en effet $4 < 5$.

Conclusion. La hauteur relative à la base $[AD]$ mesure $4\ \text{m}$.

3. 1 pts

Une place réservée est entourée d'une bande jaune qui suit ses quatre côtés. Calcule la longueur de cette bande.

INDICE

Outil : la définition du périmètre.

Point délicat : le contour est fait des côtés, pas des hauteurs.

CORRIGÉ

La bande suit le contour de la place, c'est-à-dire ses quatre côtés. D'après la définition du périmètre :

$$P = 5 + 3 + 5 + 3 = 16\ \text{m}.$$

Les hauteurs sont à l'intérieur de la place : elles ne font pas partie du contour.

Conclusion. La bande jaune mesure $16\ \text{m}$.

4. 1,5 pts

Le parking compte 25 places identiques, collées les unes aux autres sans se chevaucher. En déduire l'aire totale des places en m^2, puis en ares.

INDICE

Début : les places ne se chevauchent pas : additionne leurs aires.

Outil : $1\ \mathrm{a} = 100\ \mathrm{m}^2$.

CORRIGÉ

En m^2. Les 25 places ne se chevauchent pas : l'aire totale est la somme de leurs aires. Elles sont identiques, donc on multiplie l'aire d'une place par 25 :

$$25 \times 12 = 300\ \mathrm{m}^2$$

En ares. D'après la définition de l'are, $1\ \mathrm{a} = 100\ \mathrm{m}^2$. On divise par 100 : $300\ \mathrm{m}^2 = 300 \div 100\ \mathrm{a} = 3\ \mathrm{a}$.

Conclusion. Les 25 places couvrent $300\ \mathrm{m}^2$, soit $3\ \mathrm{a}$.

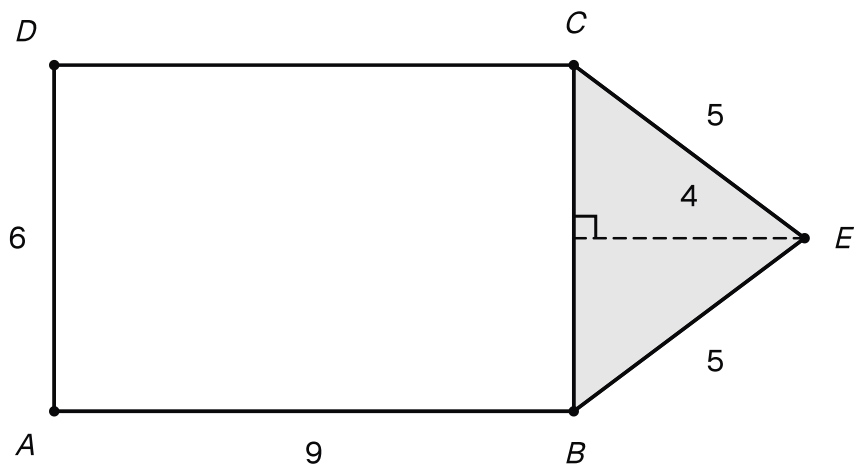
Exercice 5 — 5 pts

Un panneau indicateur en forme de flèche

Un panneau indicateur en bois a la forme d'une flèche. Il est fait de deux morceaux collés, sans chevauchement.

- Le corps de la flèche : un rectangle $ABCD$ avec $AB = 9\ \text{dm}$ et $BC = 6\ \text{dm}$.
- La pointe : un triangle BEC posé sur le côté $[BC]$, à l'extérieur du rectangle. La hauteur relative à la base $[BC]$ mesure $4\ \text{dm}$, et ses deux autres côtés mesurent $BE = EC = 5\ \text{dm}$.

Trace une figure à main levée.



Le panneau en flèche, longueurs en décimètres : le rectangle ABCD de 9 sur 6 et la pointe BEC, de hauteur 4 et de côtés 5.

1. — 1,5 pts

Calcule l'aire du rectangle $ABCD$, puis celle du triangle BEC, en dm^2.

INDICE

Outil : la formule de l'aire du rectangle, puis celle du triangle.

Point délicat : pour le triangle, prends la base $[BC]$ et sa hauteur, pas le côté penché $[EC]$.

CORRIGÉ

Corps. D'après la formule de l'aire du rectangle, le corps $ABCD$ a pour aire $9 \times 6 = 54\ \text{dm}^2$.

Pointe. La base est le côté $[BC]$, de longueur $6\ \text{dm}$. La hauteur relative à cette base mesure $4\ \text{dm}$. D'après la formule de l'aire du triangle :

$$\mathcal{A} = \frac{6 \times 4}{2} = \frac{24}{2} = 12\ \text{dm}^2.$$

Conclusion. Le rectangle $ABCD$ a pour aire $54\ \text{dm}^2$, et le triangle BEC a pour aire $12\ \text{dm}^2$.

2. 1 pts

En déduire l'aire du panneau.

INDICE

Début : les deux morceaux sont collés sans se chevaucher.

CORRIGÉ

Le panneau est fait du corps et de la pointe, collés sans chevauchement : son aire est la somme des deux aires.

$$\mathcal{A} = 54 + 12 = 66 \text{ dm}^2.$$

Conclusion. Le panneau a une aire de 66 dm^2.

3. 1 pts

Une étiquette rectangulaire de 80 cm de longueur et de 2 dm de largeur est collée sur le panneau. On peint le panneau, sauf l'étiquette. Calcule l'aire à peindre en dm^2.

INDICE

Point délicat : écris d'abord les deux dimensions de l'étiquette dans la même unité.

CORRIGÉ

Conversion. Comme $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$, on divise par 10 : $80 \text{ cm} = 8 \text{ dm}$.

Aire de l'étiquette. D'après la formule de l'aire du rectangle, l'étiquette a pour aire $8 \times 2 = 16 \text{ dm}^2$.

Aire à peindre. On peint le panneau sans l'étiquette : on soustrait.

$$66 - 16 = 50 \text{ dm}^2$$

Conclusion. L'aire à peindre est 50 dm^2.

4. 1,5 pts

Calcule le périmètre du panneau, c'est-à-dire la longueur de son contour. Est-il égal à la somme du périmètre du rectangle et de celui du triangle ? Explique.

INDICE

Début : suis le contour du panneau avec le doigt, de A jusqu'à revenir en A.

Point délicat : le côté $[BC]$ est-il sur ce contour ?

CORRIGÉ

Contour. Le contour du panneau passe par A, B, E, C, D, puis revient en A. Le côté $[BC]$ n'en fait pas partie. D'après la définition du périmètre :

$$\begin{aligned} P &= 9 + 5 + 5 + 9 + 6 \\ &= 34 \text{ dm}. \end{aligned}$$

Somme des deux périmètres. D'après la formule du périmètre du rectangle, celui du corps est $2 \times (9 + 6) = 30$ dm. Celui de la pointe est $6 + 5 + 5 = 16$ dm. Leur somme est $30 + 16 = 46$ dm, et $46 > 34$.

Explication. Le côté $[BC]$ est compté dans le périmètre du rectangle et dans celui du triangle. Pourtant, il est à l'intérieur du panneau. On le retire donc deux fois : $46 - 2 \times 6 = 34$.

Conclusion. Le périmètre du panneau est 34 dm. Il n'est pas égal à la somme du périmètre du rectangle et de celui du triangle. Pour l'aire d'une figure composée, on additionne les aires des morceaux ; pour son périmètre, on suit le contour.