BURHAN

Périmètres et aires : exercices, entraînement

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/perimetres-et-aires/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Périmètres et aires	Entraînement	7

Exercice 1

Repeindre un mur

Samir veut repeindre un mur rectangulaire. Le mur mesure $3{,}8\ \text{m}$ de longueur et $240\ \text{cm}$ de hauteur. Il passe deux couches de peinture. Un pot permet de peindre $10\ \text{m}^2$ pour une couche.

1.

Convertis la hauteur du mur en mètres.

INDICE

Outil : $1\ \text{m} = 100\ \text{cm}$.

CORRIGÉ

On sait que $1\ \text{m} = 100\ \text{cm}$. Pour passer des centimètres aux mètres, on divise donc par 100 :

$$240\ \text{cm} = 2{,}4\ \text{m}$$

Conclusion. La hauteur du mur est $2{,}4\ \text{m}$.

2.

Calcule l'aire du mur en m^2.

INDICE

Point délicat : les deux longueurs doivent être en mètres avant le calcul.

CORRIGÉ

Les deux dimensions sont maintenant en mètres : $3{,}8\ \text{m}$ et $2{,}4\ \text{m}$. D'après la formule de l'aire du rectangle :

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= 3{,}8 \times 2{,}4 \\ &= 9{,}12\ \text{m}^2.\end{aligned}$$

Conclusion. L'aire du mur est $9{,}12\ \text{m}^2$.

3.

Combien de pots Samir doit-il acheter pour les deux couches ?

INDICE

Début : calcule l'aire à peindre pour deux couches.

Point délicat : on ne peut pas acheter un morceau de pot.

CORRIGÉ

Aire à peindre. Chaque couche recouvre tout le mur. Pour deux couches, Samir peint :

$$2 \times 9{,}12 = 18{,}24\ \text{m}^2$$

Un pot. Un pot permet de peindre $10\ \text{m}^2$. Il ne suffit pas, car $18{,}24 > 10$.

Deux pots. Deux pots permettent de peindre $2 \times 10 = 20\ \text{m}^2$, et $18{,}24 < 20$: c'est assez.

Conclusion. Pour les deux couches, Samir doit acheter 2 pots.

Exercice 2

Retrouver les côtés de deux cadres

1.

Un cadre carré a un périmètre de $108\ \text{cm}$. Calcule la longueur de son côté.

INDICE

Outil : la formule du périmètre du carré, $P = 4 \times c$.

Début : cherche le nombre qui, multiplié par 4, donne 108.

CORRIGÉ

On note c la longueur du côté, en cm. D'après la formule du périmètre du carré, $4 \times c = 108$.

Le côté est donc le quart du périmètre : on divise 108 par 4.

$$c = 108 \div 4 = 27\ \text{cm}$$

Vérification : $4 \times 27 = 108$.

Conclusion. Le côté du cadre carré mesure $27\ \text{cm}$.

2.

Un cadre rectangulaire a un périmètre de $166\ \text{cm}$. Sa longueur mesure $52\ \text{cm}$. Calcule sa largeur.

INDICE

Début : que vaut $L + \ell$?

CORRIGÉ

Somme des deux dimensions. D'après la formule du périmètre du rectangle, $2 \times (L + \ell) = 166$. La somme $L + \ell$ est donc la moitié de 166 :

$$\begin{aligned} L + \ell &= 166 \div 2 \\ &= 83\ \text{cm} \end{aligned}$$

Largeur. La longueur mesure $52\ \text{cm}$. On la retire de cette somme :

$$\ell = 83 - 52 = 31\ \text{cm}$$

Vérification. On a bien $2 \times (52 + 31) = 166$.

Conclusion. La largeur du cadre rectangulaire mesure $31\ \text{cm}$.

3.

Calcule l'aire du rectangle délimité par ce cadre rectangulaire.

INDICE

Outil : la formule de l'aire du rectangle, avec la largeur trouvée.

CORRIGÉ

La longueur mesure $52\ \text{cm}$ et la largeur, trouvée à la question 2, mesure $31\ \text{cm}$. D'après la formule de l'aire du rectangle :

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= 52 \times 31 \\ &= 1\,612\ \text{cm}^2.\end{aligned}$$

Conclusion. Le rectangle délimité par le cadre a une aire de $1\,612\ \text{cm}^2$.

Exercice 3

La longueur et la clôture d'un champ

Un champ rectangulaire a une aire de $1{,}05\ \text{ha}$. Sa largeur mesure $75\ \text{m}$. L'agriculteur veut l'entourer d'une clôture.

1.

Exprime l'aire du champ en m^2.

INDICE

Outil : $1\ \text{ha} = 10\,000\ \text{m}^2$.

CORRIGÉ

D'après la définition de l'hectare, $1\ \text{ha} = 10\,000\ \text{m}^2$. On multiplie donc par $10\,000$:

$$\begin{aligned} 1{,}05\ \text{ha} &= 1{,}05 \times 10\,000\ \text{m}^2 \\ &= 10\,500\ \text{m}^2. \end{aligned}$$

Conclusion. L'aire du champ est $10\,500\ \text{m}^2$.

2.

Calcule la longueur du champ.

INDICE

Début : l'aire est la longueur fois la largeur, donc $L \times 75 = 10\,500$.

CORRIGÉ

On note L la longueur du champ, en mètres. D'après la formule de l'aire du rectangle, $L \times 75 = 10\,500$.

Pour retrouver L, on divise l'aire par la largeur :

$$\begin{aligned} L &= 10\,500 \div 75 \\ &= 140\ \text{m} \end{aligned}$$

Vérification : $140 \times 75 = 10\,500$.

Conclusion. Le champ mesure $140\ \text{m}$ de longueur.

3.

Quelle longueur de clôture faut-il pour faire le tour du champ ?

INDICE

Outil : la clôture fait le tour du champ : sa longueur est le périmètre.

CORRIGÉ

La clôture fait le tour du champ : sa longueur est le périmètre du rectangle. D'après la formule du périmètre du rectangle :

$$\begin{aligned} P &= 2 \times (140 + 75) \\ &= 2 \times 215 \\ &= 430 \text{ m}. \end{aligned}$$

Conclusion. Pour faire le tour du champ, il faut 430 m de clôture.

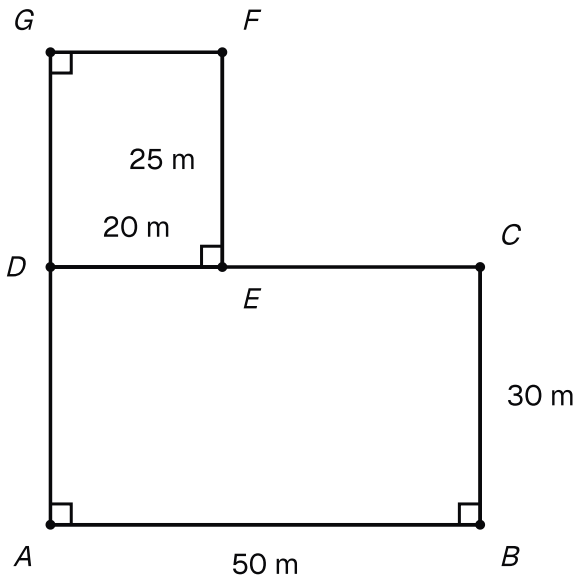
Exercice 4

Un parc en forme de L

Un parc est formé de deux rectangles collés. Le grand rectangle $ABCD$ a pour côtés $AB = 50\ \text{m}$ et $BC = 30\ \text{m}$. Place $[AB]$ horizontalement, en bas : $[DC]$ est donc le côté du haut de ce rectangle.

Le point E est sur le côté $[DC]$, avec $DE = 20\ \text{m}$. Le petit rectangle $DEFG$ est posé au-dessus de $[DE]$, à l'extérieur du grand rectangle, avec $EF = 25\ \text{m}$. Le point D est donc sur le segment $[AG]$.

Trace la figure à main levée et code les angles droits.



Le parc vu d'en haut : le grand rectangle ABCD de 50 m sur 30 m et, posé sur [DE], le petit rectangle DEFG de 25 m de haut.

1.

Calcule l'aire du parc en m^2.

INDICE

Outil : découpe le parc en ses deux rectangles.

Point délicat : ces deux rectangles ne se chevauchent pas.

CORRIGÉ

On découpe le parc en deux rectangles. D'après la formule de l'aire du rectangle :

- le grand rectangle $ABCD$ a pour aire $50 \times 30 = 1\,500\ \text{m}^2$;
- le petit rectangle $DEFG$ a pour aire $20 \times 25 = 500\ \text{m}^2$.

Les deux rectangles ne se chevauchent pas : l'aire du parc est la somme de leurs aires.

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= 1\,500 + 500 \\ &= 2\,000\ \text{m}^2\end{aligned}$$

Conclusion. L'aire du parc est $2\,000\ \text{m}^2$.

2.

Exprime cette aire en ares.

INDICE

Outil : $1\ \text{a} = 100\ \text{m}^2$.

CORRIGÉ

D'après la définition de l'are, $1\ \text{a} = 100\ \text{m}^2$. Pour passer des m^2 aux ares, on divise donc par 100 :

$$2\,000\ \text{m}^2 = 20\ \text{a}$$

Conclusion. L'aire du parc est $20\ \text{a}$.

3.

Calcule les longueurs CE, FG et GA.

INDICE

Début : CE est ce qui reste de $[DC]$ quand on retire DE.

CORRIGÉ

Longueur CE. Dans le rectangle $ABCD$, les côtés opposés ont la même longueur : $DC = AB = 50\ \text{m}$. Le point E est sur $[DC]$, donc :

$$\begin{aligned} CE &= DC - DE \\ &= 50 - 20 \\ &= 30\ \text{m} \end{aligned}$$

Longueurs FG et GD. Dans le rectangle $DEFG$, les côtés opposés ont aussi la même longueur : $FG = DE = 20\ \text{m}$ et $GD = EF = 25\ \text{m}$.

Longueur GA. Dans le rectangle $ABCD$, $AD = BC = 30\ \text{m}$. Le point D est sur le segment $[AG]$, donc GA est la somme de GD et de DA :

$$GA = 25 + 30 = 55\ \text{m}$$

Conclusion. On trouve $CE = 30\ \text{m}$, $FG = 20\ \text{m}$ et $GA = 55\ \text{m}$.

4.

Une haie fait tout le tour du parc. Calcule sa longueur.

INDICE

Point délicat : le segment $[DE]$ est à l'intérieur du parc : il ne fait pas partie du contour.

CORRIGÉ

Le segment $[DE]$ est à l'intérieur du parc : il ne fait pas partie du contour. En partant de A, le contour a six côtés :

- $AB = 50\ \text{m}$ et $BC = 30\ \text{m}$;
- $CE = 30\ \text{m}$ et $EF = 25\ \text{m}$;
- $FG = 20\ \text{m}$ et $GA = 55\ \text{m}$.

D'après la définition du périmètre, on additionne ces six longueurs :

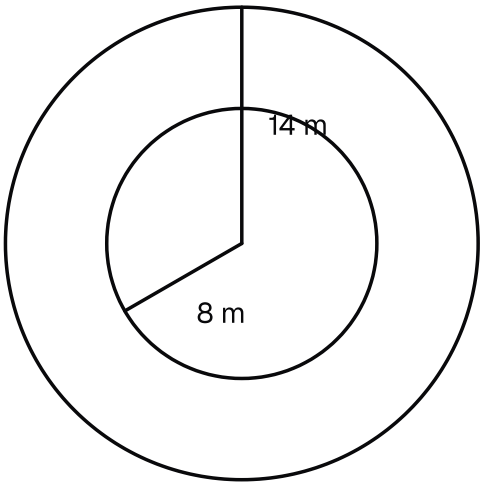
$$\begin{aligned} P &= 50 + 30 + 30 \\ &\quad + 25 + 20 + 55 \\ &= 210\ \text{m} \end{aligned}$$

Conclusion. La haie qui fait le tour du parc mesure $210\ \text{m}$.

Exercice 5

La chaussée d'un rond-point

Un rond-point est un disque de rayon $14\ \mathrm{m}$. En son centre se trouve un massif de fleurs circulaire, de même centre et de rayon $8\ \mathrm{m}$. La **chaussée** est la partie où roulent les voitures : c'est le grand disque sans le massif.



Le rond-point : deux cercles de même centre, de rayons 14 m et 8 m ; la chaussée est la couronne entre les deux.

1.

Calcule la valeur exacte de l'aire du grand disque, puis celle du massif.

INDICE

Outil : la formule de l'aire du disque, avec le rayon.

CORRIGÉ

D'après la formule de l'aire du disque, $\mathcal{A} = \pi \times r \times r$.

Grand disque. Son rayon est $14\ \mathrm{m}$:

$$\begin{aligned} &\pi \times 14 \times 14 \\ &= 196 \times \pi\ \mathrm{m}^2 \end{aligned}$$

Massif. Son rayon est $8\ \mathrm{m}$:

$$\pi \times 8 \times 8 = 64 \times \pi\ \mathrm{m}^2$$

Conclusion. Le grand disque a pour aire exacte $196 \times \pi\ \mathrm{m}^2$, et le massif $64 \times \pi\ \mathrm{m}^2$.

2.

En déduire l'aire de la chaussée : sa valeur exacte, puis une valeur approchée avec $\pi \approx 3{,}14$.

INDICE

Début : retire l'aire du massif de l'aire du grand disque.

CORRIGÉ

Valeur exacte. La chaussée est le grand disque sans le massif : on soustrait les deux aires. On retire 64 fois π de 196 fois π. Comme $196 - 64 = 132$, il reste 132 fois π :

$$\mathcal{A} = 132 \times \pi \ \mathrm{m}^2$$

Valeur approchée. Avec $\pi \approx 3{,}14$, on calcule $132 \times 3{,}14 = 414{,}48$. Donc $\mathcal{A} \approx 414{,}48 \ \mathrm{m}^2$.

Conclusion. L'aire de la chaussée vaut exactement $132 \times \pi \ \mathrm{m}^2$, soit environ $414{,}48 \ \mathrm{m}^2$.

3.

Une bordure fait le tour extérieur du rond-point. Quelle est sa longueur exacte ? Donnes-en une valeur approchée avec $\pi \approx 3{,}14$.

INDICE

Outil : la formule de la longueur du cercle.

Point délicat : c'est une longueur, en m, pas une aire.

CORRIGÉ

La bordure suit le grand cercle, de rayon $14 \ \mathrm{m}$. Son diamètre est $2 \times 14 = 28 \ \mathrm{m}$. D'après la formule de la longueur du cercle, $L = \pi \times d$.

Valeur exacte. On garde la lettre π :

$$L = 28 \times \pi \ \mathrm{m}$$

Valeur approchée. Avec $\pi \approx 3{,}14$, on calcule $28 \times 3{,}14 = 87{,}92$. Donc $L \approx 87{,}92 \ \mathrm{m}$.

Conclusion. La bordure mesure exactement $28 \times \pi \ \mathrm{m}$, soit environ $87{,}92 \ \mathrm{m}$.

Exercice 6

Deux nappes, le même tour

Leïla a deux nappes. La première est un carré de côté $1{,}1\ \text{m}$. La seconde est un rectangle de $1{,}4\ \text{m}$ sur $0{,}8\ \text{m}$.

1.

Calcule le périmètre de chaque nappe. Que remarques-tu ?

INDICE

Outil : les formules du périmètre du carré et du rectangle.

CORRIGÉ

Nappe carrée. D'après la formule du périmètre du carré :

$$P = 4 \times 1{,}1 = 4{,}4\ \text{m}$$

Nappe rectangulaire. D'après la formule du périmètre du rectangle :

$$\begin{aligned} P &= 2 \times (1{,}4 + 0{,}8) \\ &= 2 \times 2{,}2 \\ &= 4{,}4\ \text{m} \end{aligned}$$

Conclusion. On remarque que les deux nappes ont le même périmètre : $4{,}4\ \text{m}$.

2.

Calcule l'aire de chaque nappe. Laquelle couvre la plus grande surface ?

INDICE

Point délicat : ne conclus pas avant d'avoir calculé les deux aires.

CORRIGÉ

Nappe carrée. D'après la formule de l'aire du carré :

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= 1{,}1 \times 1{,}1 \\ &= 1{,}21\ \text{m}^2 \end{aligned}$$

Nappe rectangulaire. D'après la formule de l'aire du rectangle :

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= 1{,}4 \times 0{,}8 \\ &= 1{,}12\ \text{m}^2 \end{aligned}$$

Comparaison. On a $1{,}21 > 1{,}12$.

Conclusion. La nappe carrée couvre la plus grande surface. Deux nappes qui ont le même tour n'ont donc pas forcément la même aire.

3.

Exprime l'écart entre les deux aires en dm^2.

INDICE

Début : calcule la différence des aires en m^2, puis convertis.

CORRIGÉ

Écart en m^2. On retire la petite aire de la grande :

$$1{,}21 - 1{,}12 = 0{,}09\ \mathrm{m}^2$$

Conversion. Comme $1\ \mathrm{m}^2 = 100\ \mathrm{dm}^2$, on multiplie par 100 :

$$0{,}09\ \mathrm{m}^2 = 9\ \mathrm{dm}^2$$

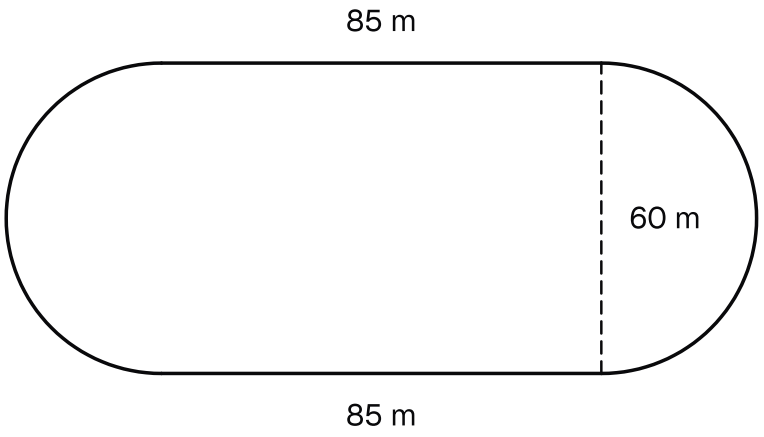
Conclusion. L'écart entre les deux aires est $9\ \mathrm{dm}^2$.

Exercice 7

Des tours de piste

Une piste d'athlétisme a deux lignes droites parallèles de $85\ \mathrm{m}$, face à face et distantes de $60\ \mathrm{m}$. À chaque bout, un demi-cercle de diamètre $60\ \mathrm{m}$ relie les extrémités des deux lignes droites. Un **demi-cercle** est la moitié d'un cercle.

Trace la piste à main levée.



La piste d'athlétisme : deux lignes droites de 85 m, distantes de 60 m, fermées à chaque bout par un demi-cercle de 60 m de diamètre.

1.

Les deux demi-cercles forment ensemble un cercle entier. Calcule la valeur exacte de sa longueur, puis une valeur approchée avec $\pi \approx 3{,}14$.

INDICE

Outil : la formule de la longueur du cercle, $L = \pi \times d$.

CORRIGÉ

Les deux demi-cercles forment un cercle de diamètre $d = 60\ \mathrm{m}$. D'après la formule de la longueur du cercle, $L = \pi \times d$.

Valeur exacte. On remplace d par 60 et on garde la lettre π :

$$L = 60 \times \pi\ \mathrm{m}$$

Valeur approchée. Avec $\pi \approx 3{,}14$, on calcule $60 \times 3{,}14 = 188{,}4$. Donc $L \approx 188{,}4\ \mathrm{m}$.

Conclusion. Le cercle formé par les deux demi-cercles mesure exactement $60 \times \pi\ \mathrm{m}$, soit environ $188{,}4\ \mathrm{m}$.

2.

Calcule une valeur approchée de la longueur d'un tour de piste.

INDICE

Début : un tour comprend les deux lignes droites et les deux demi-cercles.

CORRIGÉ

Un tour de piste comprend les deux lignes droites et les deux demi-cercles.

Les deux lignes droites mesurent $2 \times 85 = 170\ \text{m}$. Les deux demi-cercles mesurent environ $188{,}4\ \text{m}$, d'après la question 1. Un tour mesure donc environ :

$$170 + 188{,}4 = 358{,}4\ \text{m}$$

Conclusion. Un tour de piste mesure environ $358{,}4\ \text{m}$.

3.

Yassine veut courir au moins $2\ \text{km}$. Combien de tours complets doit-il faire, au minimum ?

INDICE

Outil : $1\ \text{km} = 1\,000\ \text{m}$.

Point délicat : cherche le plus petit nombre de tours qui atteint la distance voulue.

CORRIGÉ

Distance en mètres. On a $2\ \text{km} = 2\,000\ \text{m}$.

Cinq tours. Yassine court environ $5 \times 358{,}4 = 1\,792\ \text{m}$. C'est moins que $2\,000\ \text{m}$: cinq tours ne suffisent pas.

Six tours. Il court environ $6 \times 358{,}4 = 2\,150{,}4\ \text{m}$. C'est plus que $2\,000\ \text{m}$: six tours suffisent.

Conclusion. Pour courir au moins $2\ \text{km}$, Yassine doit faire 6 tours complets.