BURHAN

# Périmètres et aires : exercices, application

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/perimetres-et-aires/exercices/application

| Chapitre | Palier | Exercices |
|---|---|---|
| Périmètres et aires | Application | 8 |

## Exercice 1

## Faire le tour de deux polygones

### 1.

Un **pentagone** est un polygone à cinq côtés. Le pentagone $ABCDE$ a pour côtés $AB = 4{,}6\ \text{cm}$, $BC = 3{,}8\ \text{cm}$, $CD = 5\ \text{cm}$, $DE = 2{,}9\ \text{cm}$ et $EA = 6{,}1\ \text{cm}$. Calcule son périmètre.

INDICE

**Outil :** la définition du périmètre d'un polygone.

**Début :** les cinq longueurs sont déjà en $\text{cm}$.

CORRIGÉ

Le périmètre d'un polygone est la longueur de son contour. D'après la définition du périmètre, on additionne les cinq côtés, tous en $\text{cm}$ :

$$\begin{aligned} P &= 4{,}6 + 3{,}8 + 5 \\ &\quad + 2{,}9 + 6{,}1 \\ &= 22{,}4\ \text{cm}. \end{aligned}$$

**Conclusion.** Le périmètre du pentagone $ABCDE$ est $22{,}4\ \text{cm}$.

### 2.

Le triangle $RST$ a pour côtés $RS = 7\ \text{cm}$, $ST = 55\ \text{mm}$ et $TR = 9\ \text{cm}$. Calcule son périmètre en $\text{cm}$.

INDICE

**Point délicat :** une longueur est en $\text{mm}$. Convertis-la en $\text{cm}$ avant d'additionner.

CORRIGÉ

**Conversion.** On sait que $1\ \text{cm} = 10\ \text{mm}$. Pour passer des millimètres aux centimètres, on divise par $10$ : $55\ \text{mm} = 5{,}5\ \text{cm}$.

**Calcul.** Les trois côtés sont maintenant en $\text{cm}$. D'après la définition du périmètre :

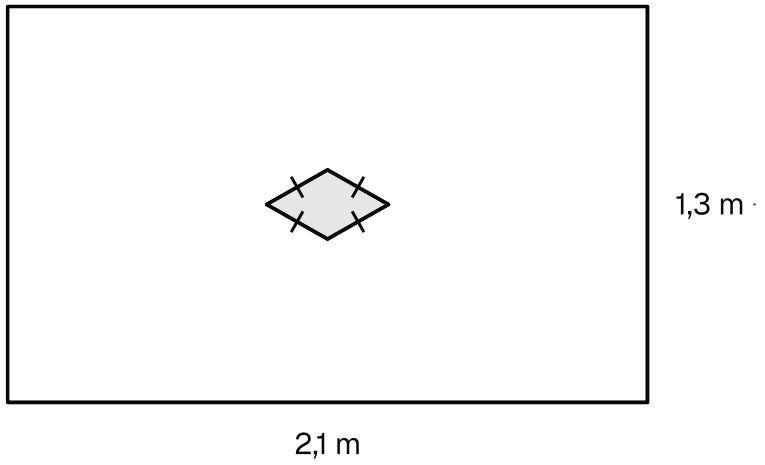
$$\begin{aligned} P &= 7 + 5{,}5 + 9 \\ &= 21{,}5\ \text{cm}. \end{aligned}$$

**Conclusion.** Le périmètre du triangle $RST$ est $21{,}5\ \text{cm}$.

### Exercice 2

## Un galon autour d'un drapeau

Une classe fabrique un drapeau. C'est un rectangle de $2{,}1\ \text{m}$ de longueur et de $1{,}3\ \text{m}$ de largeur. Au centre, les élèves cousent un losange de côté $23\ \text{cm}$. Un **galon** est un ruban que l'on coud sur un bord.




**Le drapeau de la classe : un rectangle de 2,1 m sur 1,3 m, avec en son centre un losange de 23 cm de côté.**

#### 1.

Quelle longueur de galon faut-il pour border tout le drapeau ?

INDICE

**Outil :** la formule du périmètre du rectangle, $P = 2 \times (L + \ell)$.

CORRIGÉ

Le galon fait le tour du drapeau : sa longueur est le périmètre du rectangle.

D'après la formule du périmètre du rectangle, $P = 2 \times (L + \ell)$ :

$$\begin{aligned} P &= 2 \times (2{,}1 + 1{,}3) \\ &= 2 \times 3{,}4 \\ &= 6{,}8\ \text{m}. \end{aligned}$$

**Conclusion.** Pour border tout le drapeau, il faut $6{,}8\ \text{m}$ de galon.

### 2.

Quelle longueur de galon faut-il pour border le losange ?

INDICE

**Outil :** les quatre côtés d'un losange ont la même longueur.

CORRIGÉ

Le galon fait le tour du losange. Ses quatre côtés ont la même longueur. D'après la formule du périmètre du losange, $P = 4 \times c$ :

$$P = 4 \times 23 = 92 \text{ cm}$$

**Conclusion.** Pour border le losange, il faut $92 \text{ cm}$ de galon.

### 3.

Le drapeau est exposé contre un panneau carré de côté $2{,}4 \text{ m}$. Calcule le périmètre de ce panneau.

INDICE

**Outil :** la formule du périmètre du carré.

CORRIGÉ

Le panneau est un carré de côté $2{,}4 \text{ m}$. D'après la formule du périmètre du carré :

$$\begin{aligned} P &= 4 \times c \\ &= 4 \times 2{,}4 \\ &= 9{,}6 \text{ m} \end{aligned}$$

**Conclusion.** Le périmètre du panneau est $9{,}6 \text{ m}$.

### Exercice 3

## Le bord d'une horloge

Le **cadran** d'une horloge est la face où sont écrites les heures. Le cadran d'une horloge murale est un cercle de rayon $15\ \text{cm}$.

**1.**

Calcule le diamètre du cadran.

INDICE

**Outil :** le diamètre d'un cercle est le double de son rayon.

CORRIGÉ

Le diamètre vaut deux fois le rayon :

$$d = 2 \times 15 = 30\ \text{cm}$$

**Conclusion.** Le diamètre du cadran mesure $30\ \text{cm}$.

**2.**

Donne la valeur exacte de la longueur du bord du cadran.

INDICE

**Outil :** la formule de la longueur du cercle, $L = \pi \times d$.

**Point délicat :** garde la lettre $\pi$ dans la valeur exacte.

CORRIGÉ

Le bord du cadran est un cercle de diamètre $d = 30\ \text{cm}$ (question 1). D'après la formule de la longueur du cercle, $L = \pi \times d$.

On garde la lettre $\pi$ pour obtenir la valeur exacte :

$$L = 30 \times \pi\ \text{cm}$$

**Conclusion.** La valeur exacte de la longueur du bord du cadran est $30 \times \pi\ \text{cm}$.

### 3.

Donne une valeur approchée de cette longueur avec $\pi \approx 3{,}14$. Donne ensuite une valeur approchée au centième près avec la touche $\pi$ de la calculatrice.

INDICE

**Début :** remplace $\pi$ par $3{,}14$ dans la valeur exacte.

**Point délicat :** écris le signe $\approx$, pas le signe $=$.

CORRIGÉ

**Avec $\pi \approx 3{,}14$.** On remplace $\pi$ par $3{,}14$ dans la valeur exacte. On calcule $30 \times 3{,}14 = 94{,}2$, donc :

$$L \approx 94{,}2 \text{ cm}$$

**Avec la touche $\pi$.** La calculatrice donne $L \approx 94{,}25 \text{ cm}$ au centième près.

**Conclusion.** Le bord du cadran mesure environ $94{,}2 \text{ cm}$ avec $3{,}14$, et environ $94{,}25 \text{ cm}$ au centième près avec la calculatrice.

### Exercice 4

## Des conversions d'aires, jusqu'à l'hectare

### 1.

Convertis $3{,}6\ \mathrm{m}^2$ en $\mathrm{dm}^2$.

INDICE

**Outil :** le changement d'unité d'aire. Le $\mathrm{dm}^2$ est l'unité immédiatement plus petite que le $\mathrm{m}^2$.

CORRIGÉ

On passe du $\mathrm{m}^2$ au $\mathrm{dm}^2$, l'unité immédiatement plus petite : c'est un seul cran.

D'après la règle de changement d'unité d'aire, un cran vers une unité plus petite revient à multiplier par $100$ :

$$\begin{aligned} 3{,}6\ \mathrm{m}^2 &= 3{,}6 \times 100\ \mathrm{dm}^2 \\ &= 360\ \mathrm{dm}^2. \end{aligned}$$

**Conclusion.** Une aire de $3{,}6\ \mathrm{m}^2$ vaut $360\ \mathrm{dm}^2$.

### 2.

Convertis $7\,250\ \mathrm{cm}^2$ en $\mathrm{m}^2$.

INDICE

**Début :** compte les crans de $\mathrm{cm}^2$ à $\mathrm{m}^2$.

**Point délicat :** on va vers une unité plus grande, donc on divise.

CORRIGÉ

De $\mathrm{cm}^2$ à $\mathrm{m}^2$, il y a deux crans : on passe par le $\mathrm{dm}^2$.

On va vers une unité plus grande : on divise par $100$ à chaque cran.

$$\begin{aligned} 7\,250\ \mathrm{cm}^2 &= 72{,}5\ \mathrm{dm}^2 \\ &= 0{,}725\ \mathrm{m}^2. \end{aligned}$$

Contrôle : l'unité est plus grande, donc le nombre est plus petit.

**Conclusion.** Une aire de $7\,250\ \mathrm{cm}^2$ vaut $0{,}725\ \mathrm{m}^2$.

### 3.

Un champ a une aire de $2{,}3\ \text{ha}$. Exprime cette aire en ares, puis en $\text{m}^2$.

INDICE

**Outil :** $1\ \text{ha} = 100\ \text{a}$ et $1\ \text{a} = 100\ \text{m}^2$.

CORRIGÉ

**En ares.** D'après la définition de l'hectare, $1\ \text{ha} = 100\ \text{a}$. On multiplie donc par $100$ : $2{,}3\ \text{ha} = 2{,}3 \times 100\ \text{a} = 230\ \text{a}$.

**En mètres carrés.** D'après la définition de l'are, $1\ \text{a} = 100\ \text{m}^2$. On multiplie encore par $100$ : $230\ \text{a} = 230 \times 100\ \text{m}^2 = 23\,000\ \text{m}^2$.

**Conclusion.** Le champ a une aire de $230\ \text{a}$, soit $23\,000\ \text{m}^2$.

## Exercice 5

## Une affiche et une serviette

### 1.

Une affiche rectangulaire mesure $85\ \text{cm}$ de longueur et $55\ \text{cm}$ de largeur. Calcule son aire.

INDICE

**Outil :** la formule de l'aire du rectangle, $\mathcal{A} = L \times \ell$.

CORRIGÉ

Les deux longueurs sont dans la même unité, le $\text{cm}$. D'après la formule de l'aire du rectangle, $\mathcal{A} = L \times \ell$ :

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= 85 \times 55 \\ &= 4\,675\ \text{cm}^2.\end{aligned}$$

**Conclusion.** L'aire de l'affiche est $4\,675\ \text{cm}^2$.

### 2.

Une serviette carrée a un côté de $39\ \text{cm}$. Calcule son aire.

INDICE

**Point délicat :** l'aire du carré est $c \times c$, et non $4 \times c$.

CORRIGÉ

D'après la formule de l'aire du carré, $\mathcal{A} = c \times c$ :

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= 39 \times 39 \\ &= 1\,521\ \text{cm}^2.\end{aligned}$$

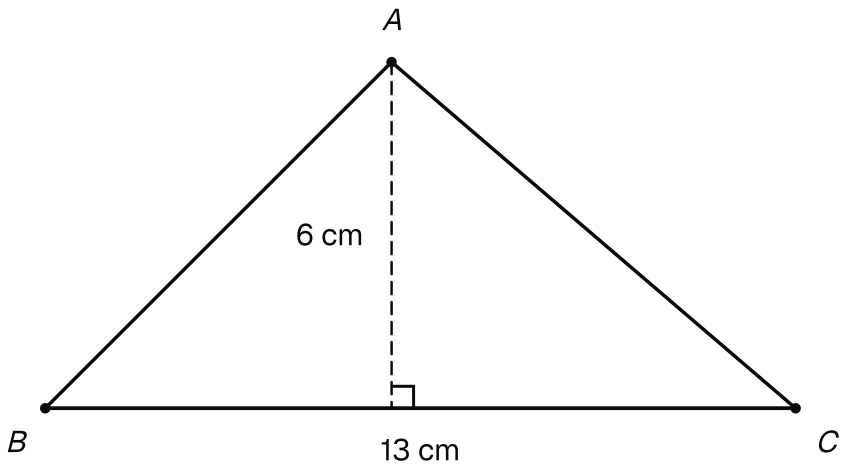
**Conclusion.** L'aire de la serviette est $1\,521\ \text{cm}^2$.

### Exercice 6

## Trois triangles, trois hauteurs

**1.**

Dans le triangle $ABC$, on prend $[BC]$ pour base, avec $BC = 13\ \text{cm}$. La distance du sommet $A$ à la droite $(BC)$ est $6\ \text{cm}$. Calcule l'aire du triangle.




**Le triangle ABC : la base [BC] mesure 13 cm, et le sommet A est à 6 cm de la droite (BC).**

INDICE

**Outil :** la formule de l'aire du triangle.

**Début :** la hauteur est la distance de $A$ à la droite $(BC)$.

CORRIGÉ

La base est $[BC]$, de longueur $b = 13\ \text{cm}$. La hauteur relative à cette base est la distance de $A$ à la droite $(BC)$ : $h = 6\ \text{cm}$.

D'après la formule de l'aire du triangle, $\mathcal{A} = \dfrac{b \times h}{2}$ :

$$\mathcal{A} = \frac{13 \times 6}{2} = \frac{78}{2} = 39\ \text{cm}^2.$$

**Conclusion.** L'aire du triangle $ABC$ est $39\ \text{cm}^2$.

### 2.

Le triangle $DEF$ est rectangle en $D$, avec $DE = 6\ \text{cm}$ et $DF = 12{,}5\ \text{cm}$. Calcule son aire.

INDICE

**Point délicat :** une des longueurs données est déjà une hauteur.

CORRIGÉ

On prend $[DE]$ pour base : $b = 6\ \text{cm}$. Le triangle est rectangle en $D$ : la droite $(DF)$ est perpendiculaire à $(DE)$. La hauteur relative à la base $[DE]$ est donc $h = DF = 12{,}5\ \text{cm}$.

D'après la formule de l'aire du triangle :

$$\mathcal{A} = \frac{6 \times 12{,}5}{2} = \frac{75}{2} \\ = 37{,}5\ \text{cm}^2.$$

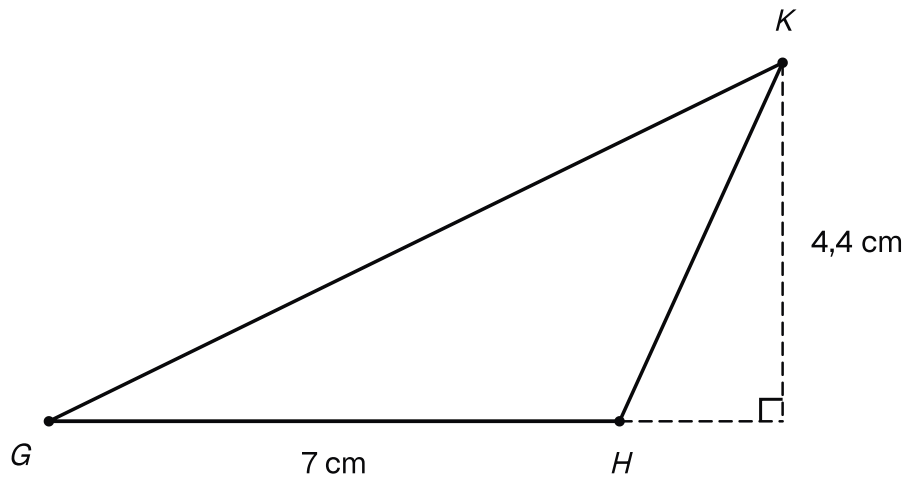
**Conclusion.** L'aire du triangle $DEF$ est $37{,}5\ \text{cm}^2$.

### 3.

Le triangle $GHK$ a un angle **obtus** en $H$ : cet angle est plus grand qu'un angle droit.

On prend $[GH]$ pour base, avec $GH = 7\ \text{cm}$. La distance de $K$ à la droite $(GH)$ est $4{,}4\ \text{cm}$. La perpendiculaire à $(GH)$ passant par $K$ coupe la droite $(GH)$ au-delà de $H$, à l'extérieur du segment $[GH]$.

Trace la figure à main levée, puis calcule l'aire du triangle.




**Le triangle GHK, obtus en H : la base [GH] de 7 cm est prolongée au-delà de H, où arrive la hauteur de 4,4 cm issue de K.**

INDICE

**Point délicat :** la formule ne change pas quand la hauteur est à l'extérieur du triangle.

CORRIGÉ

La base est $[GH]$, de longueur $7\ \text{cm}$. La hauteur relative à cette base est la distance de $K$ à la droite $(GH)$, soit $4{,}4\ \text{cm}$.

Le pied de cette hauteur est en dehors du segment $[GH]$, mais la formule reste la même. D'après la formule de l'aire du triangle :

$$\mathcal{A} = \frac{7 \times 4{,}4}{2} = \frac{30{,}8}{2} \\ = 15{,}4\ \text{cm}^2.$$

**Conclusion.** L'aire du triangle $GHK$ est $15{,}4\ \text{cm}^2$.

### Exercice 7

## Des dalles de toutes les formes

Un magasin de carrelage vend des dalles de trois formes.

**1.**

Une dalle a la forme d'un parallélogramme. On prend pour base un côté de $28\ \text{cm}$. La hauteur relative à ce côté mesure $15\ \text{cm}$. Calcule l'aire de la dalle.

INDICE

**Outil :** la formule de l'aire du parallélogramme, base fois hauteur.

CORRIGÉ

La base mesure $b = 28\ \text{cm}$ et la hauteur relative à cette base mesure $h = 15\ \text{cm}$. D'après la formule de l'aire du parallélogramme, $\mathcal{A} = b \times h$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= 28 \times 15 \\ &= 420\ \text{cm}^2. \end{aligned}$$

**Conclusion.** La dalle en forme de parallélogramme a une aire de $420\ \text{cm}^2$.

**2.**

Une autre dalle est un losange. Ses diagonales mesurent $38\ \text{cm}$ et $16\ \text{cm}$. Calcule son aire.

INDICE

**Outil :** la formule de l'aire du losange, avec ses deux diagonales.

CORRIGÉ

D'après la formule de l'aire du losange, on multiplie les longueurs des deux diagonales, puis on divise par $2$ :

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \frac{38 \times 16}{2} = \frac{608}{2} \\ &= 304\ \text{cm}^2. \end{aligned}$$

**Conclusion.** La dalle en forme de losange a une aire de $304\ \text{cm}^2$.

### 3.

La dernière dalle est un trapèze. Ses bases mesurent $37\ \text{cm}$ et $23\ \text{cm}$. La distance entre les deux bases est $13\ \text{cm}$. Calcule son aire.

INDICE

**Début :** additionne d'abord les deux bases.

**Point délicat :** n'oublie pas de diviser par $2$.

CORRIGÉ

Les deux bases sont parallèles. La hauteur du trapèze est la distance entre elles : $h = 13\ \text{cm}$.

D'après la formule de l'aire du trapèze, on additionne les deux bases, on multiplie par la hauteur, puis on divise par $2$ :

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= \frac{(37 + 23) \times 13}{2} \\ &= \frac{780}{2} \\ &= 390\ \text{cm}^2.\end{aligned}$$

**Conclusion.** La dalle en forme de trapèze a une aire de $390\ \text{cm}^2$.

### Exercice 8

## Un bassin et un rond-point

### 1.

Un bassin circulaire a un rayon de $9\ \mathrm{m}$. Donne la valeur exacte de l'aire de sa surface, puis une valeur approchée avec $\pi \approx 3{,}14$.

INDICE

**Outil :** la formule de l'aire du disque, $\mathcal{A} = \pi \times r \times r$.

CORRIGÉ

**Valeur exacte.** D'après la formule de l'aire du disque, $\mathcal{A} = \pi \times r \times r$, avec $r = 9\ \mathrm{m}$ :

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= \pi \times 9 \times 9 \\ &= 81 \times \pi\ \mathrm{m}^2\end{aligned}$$

**Valeur approchée.** Avec $\pi \approx 3{,}14$, on calcule $81 \times 3{,}14 = 254{,}34$. Donc $\mathcal{A} \approx 254{,}34\ \mathrm{m}^2$.

**Conclusion.** L'aire de la surface du bassin vaut exactement $81 \times \pi\ \mathrm{m}^2$, soit environ $254{,}34\ \mathrm{m}^2$.

### 2.

Le centre d'un rond-point est un disque de diamètre $26\ \mathrm{m}$. Donne la valeur exacte de son aire. Utilise ensuite la touche $\pi$ de la calculatrice pour en donner une valeur approchée au centième près.

INDICE

**Point délicat :** la formule de l'aire du disque utilise le rayon, pas le diamètre.

CORRIGÉ

**Rayon.** Le rayon est la moitié du diamètre : $r = 26 \div 2 = 13\ \mathrm{m}$.

**Valeur exacte.** D'après la formule de l'aire du disque :

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= \pi \times 13 \times 13 \\ &= 169 \times \pi\ \mathrm{m}^2\end{aligned}$$

**Valeur approchée.** Avec la touche $\pi$ de la calculatrice, $\mathcal{A} \approx 530{,}93\ \mathrm{m}^2$ au centième près.

**Conclusion.** Le centre du rond-point a une aire exacte de $169 \times \pi\ \mathrm{m}^2$, soit environ $530{,}93\ \mathrm{m}^2$.