BURHAN

Les nombres décimaux relatifs : ordre, addition et soustraction (résumé)

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/nombres-relatifs-ordre-et-addition/resume

Chapitre	Semestre
Les nombres décimaux relatifs : ordre, addition et soustraction	Semestre 1

Nombres relatifs et opposés

À retenir : L'essentiel

Le signe d'un nombre relatif dit de quel côté de zéro on se trouve. Une cave à -2 est sous le rez-de-chaussée, un balcon à $+3$ est au-dessus.

Remarque : Des règles admises

Les règles de ce chapitre sont admises. Tu les as observées sur des exemples, sans démonstration. Tu peux les appliquer telles quelles.

Définition : Nombres relatifs

Un **nombre relatif** s'écrit avec un **signe** et un nombre décimal, sauf le nombre 0.

- Un nombre précédé du signe $+$ est un nombre **positif** : $+4$, $+2{,}5$. On peut ne pas écrire le signe $+$: $+4 = 4$.
- Un nombre précédé du signe $-$ est un nombre **négatif** : -3, $-0{,}7$.
- Le nombre 0 s'écrit sans signe.

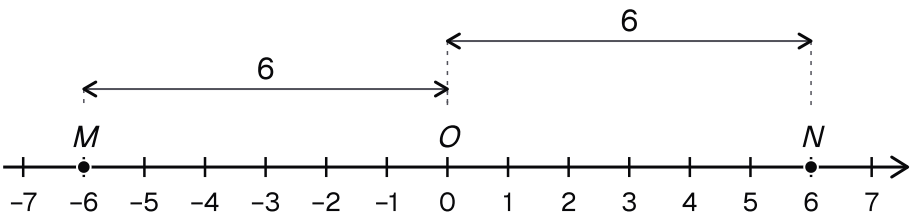
Un **entier relatif** est un nombre relatif qui peut s'écrire sans virgule, comme -12 ou $+5$. Un **décimal relatif** peut avoir une virgule, comme $-3{,}25$. Tout entier relatif est aussi un décimal relatif.

Définition : Nombres opposés

Deux nombres relatifs sont **opposés** lorsqu'ils s'écrivent avec le même nombre et des signes contraires.

- L'opposé de $+6$ est -6 ; l'opposé de $-2{,}4$ est $+2{,}4$.
- Par convention, l'opposé de 0 est 0.

Sur une droite graduée, deux nombres opposés différents de 0 sont placés de part et d'autre de 0, et 0 est au milieu des deux points.



Deux opposés sur une droite graduée : M en −6 et N en 6, à égale distance de 0, qui est au milieu de [MN].

Exemple : Lire un signe, écrire un opposé

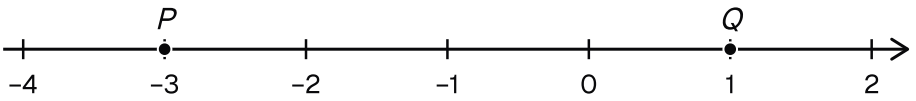
- Le sommet du Toubkal est à $+4167$ m : ce nombre est positif. Son opposé est -4167.
- Le fond d'un puits est à $-14{,}5$ m : ce nombre est négatif. Son opposé est $+14{,}5$.
- Écrit sans son signe, $-14{,}5$ devient $14{,}5$.

Droite graduée, comparer et ranger

Définition : Ordre sur une droite graduée

Sur une **droite graduée**, on place 0, puis les nombres positifs à droite de 0 et les nombres négatifs à gauche de 0, avec la même unité de longueur.

De deux nombres placés sur la droite graduée, le **plus petit** est celui qui est placé le plus à gauche. On écrit $-3 < 1$ (« -3 est inférieur à 1 ») ou $1 > -3$ (« 1 est supérieur à -3 »).



Comparer en regardant la position : P, en −3, est à gauche de Q, en 1, donc −3 < 1.

Méthode : Placer des nombres sur une droite graduée

1. **Choisis l'unité** pour que tous les nombres tiennent sur ta ligne.
2. **Place** 0 et gradue des deux côtés, toujours avec la même unité.
3. **Place chaque nombre** : un positif du côté droit, un négatif du côté gauche.

Exemple : Placer deux nombres

Avec une unité de 1 cm, le nombre $-3{,}5$ se place $3{,}5$ cm à gauche de 0. Le nombre 2 se place 2 cm à droite de 0.

Le point de $-3{,}5$ est le plus à gauche, donc $-3{,}5 < 2$.

Propriété : Comparer deux nombres relatifs

- Un nombre négatif est inférieur à 0, et 0 est inférieur à un nombre positif. Donc un nombre négatif est **inférieur** à un nombre positif : $-5 < 2$.
- Deux nombres positifs se comparent comme au primaire : $3{,}7 < 4{,}1$.
- Deux nombres négatifs : le plus petit est celui qui, écrit **sans son signe**, est le plus grand. Comme $8 > 3$, on a $-8 < -3$.

Méthode : Ranger des nombres relatifs

1. **Trie** : d'abord les négatifs, puis 0, puis les positifs.
2. **Range les positifs** comme à l'école primaire.
3. **Range les négatifs** : compare-les sans leur signe, puis inverse l'ordre trouvé.
4. **Écris** la suite avec $<$ pour l'ordre croissant, avec $>$ pour l'ordre décroissant.

Exemple : Un matin de janvier

Températures relevées à 7 h : Ifrane $-6{,}5$ °C, Azrou -2 °C, Fès 3 °C, Imilchil -11 °C, Beni Mellal $0{,}5$ °C.

- Les négatifs d'abord : sans leur signe, $11 > 6{,}5 > 2$.
- Puis les positifs : $0{,}5 < 3$.

Ordre croissant : $-11 < -6{,}5 < -2 < 0{,}5 < 3$. Il fait le plus froid à Imilchil.

Attention : Deux nombres négatifs

Écrire $-1{,}6 < -4{,}2$ parce que $1{,}6 < 4{,}2$ est faux.

Pour deux négatifs, le plus grand sans signe est le plus petit. Comme $4{,}2 > 1{,}6$, on écrit $-4{,}2 < -1{,}6$.

Additionner deux nombres relatifs

Propriété : Somme de deux nombres de même signe

Pour additionner deux nombres relatifs de **même signe** :

- on garde leur signe commun ;

- on additionne les nombres écrits sans leur signe.

Exemples : $(+2{,}5) + (+4) = +6{,}5$ et $(-3) + (-7) = -10$.

Propriété : Somme de deux nombres de signes contraires

Pour additionner deux nombres relatifs de **signes contraires** :

- on prend le signe de celui qui, écrit sans son signe, est le plus grand ;
- on soustrait le plus petit nombre écrit sans signe du plus grand.

Exemples : $(-9) + (+4) = -5$ et $(+7{,}2) + (-1{,}2) = +6$.

Si les deux nombres écrits sans signe sont égaux, les deux nombres sont opposés, et leur somme est égale à 0 : $(-6) + (+6) = 0$.

À retenir : Carte des règles de l'addition

Cas	Signe de la somme	Nombres sans signe	Exemple
deux positifs	$+$	on les additionne	$(+3{,}5) + (+1{,}2) = +4{,}7$
deux négatifs	$-$	on les additionne	$(-8) + (-11) = -19$
signes contraires	celui du plus grand sans signe	on soustrait le plus petit du plus grand	$(+2) + (-9{,}5) = -7{,}5$
deux opposés	aucun signe : la somme est 0	ils sont égaux	$(-4{,}3) + (+4{,}3) = 0$

Méthode : Additionner deux nombres relatifs

1. **Compare les signes** des deux nombres.
2. **Même signe** : la somme a ce signe. Ajoute les nombres sans signe.
3. **Signes contraires** : cherche le plus grand des deux nombres écrits sans signe. La somme prend son signe. Retire ensuite le petit nombre sans signe du grand.
4. **Cas particulier** : si les deux nombres écrits sans signe sont égaux, ils sont opposés et leur somme vaut 0.

Exemple : Dans une épicerie et au jeu

- Une épicerie paie une facture de $85{,}5$ DH, puis encaisse 40 DH. Les signes sont contraires, et $85{,}5$ est le plus grand sans signe : $85{,}5 - 40 = 45{,}5$. Donc $(-85{,}5) + (+40) = -45{,}5$.
- Au jeu, Yassine perd 15 points, puis 6 points. Même signe : $15 + 6 = 21$. Donc $(-15) + (-6) = -21$.

Attention : Additionner sans regarder les signes

Écrire $(+5) + (-13) = +18$ est faux : les signes sont contraires.

On soustrait : $13 - 5 = 8$. On garde le signe de -13, le plus grand sans signe. Donc $(+5) + (-13) = -8$.

Soustraire un nombre relatif

Définition : Différence de deux nombres relatifs

Soit a et b deux nombres relatifs. La **différence** $a - b$ est le nombre qu'il faut ajouter à b pour obtenir a :

$$b + (a - b) = a.$$

Exemple : $2 - 5 = -3$, car $5 + (-3) = 2$.

Propriété : Soustraire, c'est ajouter l'opposé

Soit a et b deux nombres relatifs. Soustraire b, c'est ajouter l'opposé de b :

$$a - b = a + (-b).$$

Exemples :

- $(+3) - (+8) = (+3) + (-8) = -5$;
- $(-4) - (-6) = (-4) + (+6) = +2$.

Méthode : Calculer une différence

1. **Remplace** « soustraire un nombre » par « ajouter son opposé ».
2. **Additionne** avec la règle de l'addition.
3. **Contrôle** : le résultat plus le nombre soustrait redonne le premier nombre.

Exemple : Écart de températures à Midelt

La nuit, il fait $-3{,}5$ °C. À midi, il fait 9 °C. L'écart est :

$$\begin{aligned} 9 - (-3{,}5) &= 9 + (+3{,}5) \\ &= 12{,}5. \end{aligned}$$

Contrôle : $(-3{,}5) + 12{,}5 = 9$. La température a monté de $12{,}5$ °C.

Attention : Oublier l'opposé

Écrire $(-2) - (-9) = (-2) + (-9)$ est faux.

On ajoute l'opposé de -9, c'est-à-dire $+9$: $(-2) - (-9) = (-2) + (+9) = 7$.

Attention : L'ordre compte dans une différence

Écrire $4 - 10 = 6$ est faux : on n'échange pas les deux nombres d'une différence.

On écrit $4 - 10 = 4 + (-10) = -6$. Contrôle : $10 + (-6) = 4$.

Méthode : Calculer avec la calculatrice

1. **Un nombre négatif** s'écrit avec la touche du signe $(-)$.
2. **Une soustraction** s'écrit avec la touche de soustraction.
3. **Prévois le signe** du résultat de tête avant de le recopier.

Attention : Touche du signe ou touche de soustraction

Au début d'un calcul, la touche de soustraction peut reprendre le résultat précédent. Le nombre affiché est alors faux.

Pour $-7 + 3$, tape la touche $(-)$, puis 7, puis $+3$. Contrôle de tête : $7 > 3$, donc le résultat -4 est négatif.

Sommes algébriques et parenthèses

Définition : Somme algébrique

Une **somme algébrique** est une suite d'additions et de soustractions de nombres relatifs, comme $(-5) + (+3) - (-2)$.

Pour l'**écrire simplement**, on transforme chaque soustraction en addition de l'opposé, puis on supprime les signes d'addition et les parenthèses : chaque nombre garde son signe. Ainsi $(-5) + (+3) - (-2) = (-5) + (+3) + (+2)$ s'écrit $-5 + 3 + 2$.

Les nombres -5, 3 et 2 sont les **termes** de la somme algébrique.

Méthode : Calculer une somme algébrique

1. **Écris simplement** : change chaque soustraction en addition de l'opposé. Efface ensuite les signes d'addition et les parenthèses ; chaque nombre garde son signe.
2. **Rassemble** les termes positifs, puis les termes négatifs. Deux termes opposés s'annulent.
3. **Ajoute** le total des positifs et le total des négatifs.

Exemple : Une semaine à la coopérative

Le compte d'une coopérative de couscous note $(+120) + (-45) - (+30) + (+15) - (+50)$, en dirhams.

Écriture simple : $120 - 45 - 30 + 15 - 50$.

- Positifs : $120 + 15 = 135$.
- Négatifs : $-45 - 30 - 50 = -125$.
- Total : $135 - 125 = 10$.

Sur la semaine, le compte a augmenté de 10 DH.

Propriété : Supprimer des parenthèses

- Des parenthèses précédées du signe $+$ peuvent être supprimées **sans changer** les signes des termes qu'elles contiennent :

$$7 + (-2 + 5) = 7 - 2 + 5.$$

- Des parenthèses précédées du signe $-$ peuvent être supprimées en **changeant le signe de chaque terme** qu'elles contiennent :

$$7 - (-2 + 5) = 7 + 2 - 5.$$

Méthode : Supprimer des parenthèses

1. **Lis le signe** écrit juste avant la parenthèse ouvrante.
2. **Signe** $+$: chaque terme garde son signe.
3. **Signe** $-$: chaque terme prend le signe contraire, le premier compris.

Exemple : Deux suppressions de parenthèses

- Signe $-$ devant : $-6 - (3 - 8{,}5) = -6 - 3 + 8{,}5 = -0{,}5$.
- Signe $+$ devant : $4{,}5 + (-7 + 1) = 4{,}5 - 7 + 1 = -1{,}5$.

Attention : Un signe oublié après le signe moins

Écrire $12 - (5 - 9) = 12 - 5 - 9$ est faux : le terme -9 n'a pas changé de signe.

Chaque terme change de signe : $12 - (5 - 9) = 12 - 5 + 9 = 16$.

Égalités et nombre manquant

Propriété : Égalité, addition et soustraction

Soit a, b et c des nombres relatifs. Si $a = b$, alors :

$$a + c = b + c$$

et

$$a - c = b - c.$$

On peut donc ajouter ou soustraire un même nombre aux deux membres d'une égalité : on obtient encore une égalité.

Exemple : Ajouter un même nombre aux deux membres

On sait que $5{,}5 - 9 = -3{,}5$. On ajoute 9 aux deux membres :

$$5{,}5 - 9 + 9 = -3{,}5 + 9$$

On obtient l'égalité $5{,}5 = -3{,}5 + 9$.

Exemple : Trouver le nombre manquant

Quel nombre faut-il ajouter à -6 pour obtenir 2 ? C'est la différence :

$$2 - (-6) = 2 + (+6) = 8.$$

Contrôle : $-6 + 8 = 2$.

Remarque : Vérifier un nombre trouvé

Remplace le nombre trouvé dans l'égalité de départ. Calcule chaque membre : tu dois obtenir le même résultat des deux côtés.

En devoir surveillé

Méthode : Coin devoir : rédiger un calcul

Calcule $-3{,}5 + 7 - (2 - 6)$. On écrit une ligne par règle :

$$
\begin{aligned}
&-3{,}5+7-(2-6)\\
&=-3{,}5+7-2+6\\
&=7+6-3{,}5-2\\
&=13-5{,}5=7{,}5
\end{aligned}
$$

1. Signe $-$ devant les parenthèses : chaque terme change de signe.
2. On rassemble les positifs, puis les négatifs.
3. Même signe : $7+6=13$ et $-3{,}5-2=-5{,}5$.
4. Signes contraires : $13-5{,}5=7{,}5$, avec le signe de 13.

Méthode : Coin devoir : rédiger un rangement

Range dans l'ordre décroissant : $0{,}2$; $-1{,}25$; $-0{,}75$; 1.

- Les positifs sont plus grands que les négatifs, et $1>0{,}2$.
- Sans leur signe, $0{,}75<1{,}25$, donc $-0{,}75>-1{,}25$.

Ordre décroissant : $1>0{,}2>-0{,}75>-1{,}25$.

Deux opposés : somme nulle

$$(-2{,}7)+(+2{,}7)=0$$

Deux nombres négatifs

$$-11<-6 \text{ car } 11>6$$

Différence

$$b+(a-b)=a$$

Soustraire, c'est ajouter l'opposé

$$a-b=a+(-b)$$

Parenthèses après le signe plus

$$9+(-4+1)=9-4+1$$

Parenthèses après le signe moins

$$9-(-4+1)=9+4-1$$

Remarque : Avant de rendre ta copie

- Chaque nombre qui suit un signe d'opération est entre parenthèses, ou la somme est écrite simplement.
- Chaque différence est contrôlée par une addition.
- Le signe de chaque résultat a été prévu de tête.