BURHAN

Les nombres décimaux relatifs : ordre, addition et soustraction : exercices, niveau examen

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/nombres-relatifs-ordre-et-addition/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Les nombres décimaux relatifs : ordre, addition et soustraction	Niveau examen	5

Exercice 1 6 pts

Cinq jours à l'Oukaïmeden

À la station de l'Oukaïmeden, on a relevé la température à midi, en degrés Celsius : lundi $-5{,}5$; mardi -2 ; mercredi $1{,}5$; jeudi -7 ; vendredi 3.

1. 2 pts

Range les cinq températures dans l'ordre croissant.

INDICE

Point délicat : range d'abord les trois négatifs, en comparant les nombres écrits sans leur signe.

CORRIGÉ

Les négatifs. Sans signe, $7 > 5{,}5 > 2$. Entre négatifs, l'ordre s'inverse : $-7 < -5{,}5 < -2$.

Les positifs. On a $1{,}5 < 3$, et les négatifs sont inférieurs aux positifs.

Ordre croissant :

$$-7 < -5{,}5 < -2 < 1{,}5 < 3.$$

Conclusion. Dans l'ordre croissant, les températures sont -7 ; $-5{,}5$; -2 ; $1{,}5$; 3.

2. 1,5 pts

Calcule la hausse de la température entre jeudi et vendredi.

INDICE

Début : calcule « vendredi moins jeudi », c'est-à-dire $3 - (-7)$.

CORRIGÉ

La hausse se calcule par « température de vendredi moins température de jeudi », soit $3 - (-7)$.

Soustraire -7, c'est ajouter son opposé $+7$:

$$3 - (-7) = 3 + (+7) = 10$$

Conclusion. Entre jeudi et vendredi, la température a monté de 10 °C.

3. 2,5 pts

Samedi, à midi, il fait $4{,}5$ °C de moins que vendredi. Calcule la température de samedi. Fait-il plus froid samedi ou mardi ?

INDICE

Outil : « $4{,}5$ de moins » se traduit par $3 - 4{,}5$; compare ensuite deux nombres négatifs.

CORRIGÉ

Température de samedi. Avoir $4{,}5$ °C de moins que vendredi se traduit par $3 - 4{,}5$. Soustraire $4{,}5$, c'est ajouter $-4{,}5$:

$$\begin{aligned} & 3 - 4{,}5 \\ & = 3 + (-4{,}5) \\ & = -1{,}5 \end{aligned}$$

Les signes sont contraires : $4{,}5 - 3 = 1{,}5$, avec le signe de $-4{,}5$. Samedi, il fait $-1{,}5$ °C.

Comparaison avec mardi. Mardi, il faisait -2 °C. Les deux nombres sont négatifs ; sans signe, $2 > 1{,}5$, donc $-2 < -1{,}5$.

Conclusion. Samedi, il fait $-1{,}5$ °C ; il fait plus froid mardi que samedi.

Exercice 2 — 6 pts

Trois calculs guidés

1. — 1,5 pts

Écris simplement la somme $(-4) + (+9) - (+6) - (-2{,}5)$.

INDICE

Outil : chaque soustraction devient l'addition de l'opposé.

CORRIGÉ

Les soustractions. Soustraire $+6$, c'est ajouter -6. Soustraire $-2{,}5$, c'est ajouter $+2{,}5$. La somme devient :

$$\begin{aligned}&(-4) + (+9)\\&\quad + (-6) + (+2{,}5)\end{aligned}$$

L'écriture simple. Les signes d'addition disparaissent avec les parenthèses, et le signe de chaque nombre reste en place : on écrit $-4 + 9 - 6 + 2{,}5$.

Conclusion. La somme s'écrit simplement $-4 + 9 - 6 + 2{,}5$.

2. — 2 pts

Calcule cette somme.

INDICE

Début : rassemble les deux termes positifs, puis les deux termes négatifs.

CORRIGÉ

Dans $-4 + 9 - 6 + 2{,}5$, on regroupe les termes de même signe.

- Positifs : $9 + 2{,}5 = 11{,}5$.
- Négatifs : $-4 - 6 = -10$.

Les signes sont contraires et $11{,}5 > 10$, donc $11{,}5 - 10 = 1{,}5$, résultat positif.

Conclusion. La somme vaut $1{,}5$.

3. 2,5 pts

Supprime les parenthèses, puis calcule $11 - (7{,}5 - 2) + (-6 + 1)$.

INDICE

Point délicat : devant $(7{,}5 - 2)$ se trouve un signe $-$: les deux termes changent de signe.

CORRIGÉ

Suppression des parenthèses. Devant $(7{,}5 - 2)$ se trouve un signe $-$: chaque terme change de signe, ce qui donne $-7{,}5 + 2$. Devant $(-6 + 1)$ se trouve un signe $+$: les termes restent $-6 + 1$.

On obtient $11 - 7{,}5 + 2 - 6 + 1$.

Calcul. On regroupe les termes de même signe.

- Positifs : $11 + 2 + 1 = 14$.
- Négatifs : $-7{,}5 - 6 = -13{,}5$.

Les signes sont contraires et $14 > 13{,}5$, donc $14 - 13{,}5 = 0{,}5$. Le résultat est $0{,}5$.

Conclusion. Sans parenthèses, le calcul s'écrit $11 - 7{,}5 + 2 - 6 + 1$; il vaut $0{,}5$.

Exercice 3 — 8 pts

Un bus de Rabat

Un bus quitte son premier arrêt avec 25 voyageurs. À l'arrêt A, 12 voyageurs montent. À l'arrêt B, 7 descendent et 3 montent. À l'arrêt C, 9 descendent et 2 montent.

1. — 3 pts

À chaque arrêt A, B et C, écris par un nombre relatif le changement du nombre de voyageurs : les montées sont positives, les descentes négatives.

INDICE

Outil : à l'arrêt B, calcule $(-7)+(+3)$.

CORRIGÉ

Une montée s'écrit par un nombre positif, une descente par un nombre négatif.

Arrêt A. Douze voyageurs montent : le changement est $+12$.

Arrêt B. Les signes de -7 et $+3$ sont contraires. Sans signe, $7-3=4$, avec le signe de -7 :

$$(-7)+(+3)=-4$$

Arrêt C. Les signes de -9 et $+2$ sont contraires. Sans signe, $9-2=7$, avec le signe de -9 :

$$(-9)+(+2)=-7$$

Conclusion. Les changements sont $+12$ à l'arrêt A, -4 à l'arrêt B et -7 à l'arrêt C.

2. — 2,5 pts

Combien de voyageurs y a-t-il dans le bus après l'arrêt C ?

INDICE

Début : pars de 25 et ajoute les trois changements de la question 1.

CORRIGÉ

On part de 25 et on ajoute les trois changements de la question 1 : $25+12-4-7$.

- Positifs : $25+12=37$.
- Négatifs : $-4-7=-11$.

Les signes sont contraires et $37>11$, donc $37-11=26$.

Conclusion. Après l'arrêt C, il y a 26 voyageurs dans le bus.

3. 2,5 pts

Au terminus, tous les voyageurs descendent. Écris ce changement par un nombre relatif, puis calcule $25 + 12 - 4 - 7 - 26$. Que remarques-tu ?

INDICE

Début : combien de voyageurs y a-t-il dans le bus avant le terminus ? La réponse est dans la question 2.

CORRIGÉ

Le changement. Les 26 voyageurs descendent : le changement est -26.

Le calcul. D'après la question 2, $25 + 12 - 4 - 7 = 26$. Donc :

$$\begin{aligned} & 25 + 12 - 4 - 7 - 26 \\ & = 26 - 26 \\ & = 0 \end{aligned}$$

La remarque. Les nombres 26 et -26 sont opposés, et la somme de deux opposés est nulle.

Conclusion. Le changement au terminus est -26 ; la somme vaut 0, ce qui signifie que le bus est vide au terminus.

Exercice 4 6 pts

La pyramide de Hamza

Dans une pyramide de nombres, chaque brique contient la somme des deux briques posées juste au-dessous d'elle. La pyramide de Hamza a trois rangées. Rangée du bas, de gauche à droite : $-4{,}5$; 2 ; -3. Rangée du milieu : deux briques. Rangée du haut : une brique.

1. 1,5 pts

Calcule les deux briques de la rangée du milieu.

INDICE

Outil : la brique de gauche du milieu est $(-4{,}5)+(+2)$: les deux nombres ont des signes contraires.

CORRIGÉ

Chaque brique du milieu est la somme des deux briques posées juste au-dessous d'elle.

Brique de gauche. Elle vaut $(-4{,}5)+(+2)$. Les signes sont contraires ; sans signe, $4{,}5-2=2{,}5$, avec le signe de $-4{,}5$:

$$(-4{,}5)+(+2)=-2{,}5$$

Brique de droite. Elle vaut $(+2)+(-3)$. Les signes sont contraires ; sans signe, $3-2=1$, avec le signe de -3 :

$$(+2)+(-3)=-1$$

Conclusion. Les briques du milieu sont $-2{,}5$ et -1.

2. 2 pts

Calcule la brique du haut. Range ensuite les six nombres de la pyramide dans l'ordre décroissant.

INDICE

Point délicat : les deux briques du milieu sont négatives ; pour ranger des négatifs, compare les nombres écrits sans leur signe.

CORRIGÉ

Brique du haut. Les deux briques du milieu sont négatives. Sans signe, $2{,}5 + 1 = 3{,}5$, et la somme est négative :

$$(-2{,}5) + (-1) = -3{,}5$$

La brique du haut vaut $-3{,}5$.

Rangement. Les six nombres sont $-4{,}5$; 2 ; -3 ; $-2{,}5$; -1 ; $-3{,}5$. Le seul positif, 2, est le plus grand. Pour les négatifs, sans signe, $1 < 2{,}5 < 3 < 3{,}5 < 4{,}5$: l'ordre s'inverse.

Ordre décroissant :

$$\begin{aligned} 2 &> -1 > -2{,}5 \\ &> -3 > -3{,}5 \\ &> -4{,}5. \end{aligned}$$

Conclusion. La brique du haut vaut $-3{,}5$, et les six nombres, dans l'ordre décroissant, sont 2 ; -1 ; $-2{,}5$; -3 ; $-3{,}5$; $-4{,}5$.

3. 2,5 pts

Dans une deuxième pyramide, la rangée du bas est, de gauche à droite : $2{,}5$; $-3{,}5$; un nombre effacé. La brique du haut vaut $-10{,}5$. Calcule la brique de gauche du milieu. En partant de la brique du haut, retrouve ensuite la brique de droite du milieu, puis le nombre effacé.

INDICE

Début : la brique du haut est la somme des deux briques du milieu ; complète l'égalité en ajoutant un même nombre aux deux membres.

CORRIGÉ

Brique de gauche du milieu. Elle est la somme de $2{,}5$ et $-3{,}5$. Les signes sont contraires ; sans signe, $3{,}5 - 2{,}5 = 1$, avec le signe de $-3{,}5$:

$$2{,}5 + (-3{,}5) = -1$$

Brique de droite du milieu. La brique du haut est la somme des deux briques du milieu. La brique cherchée complète donc l'égalité $-1 + \ldots = -10{,}5$.

On ajoute 1 aux deux membres : à gauche, $-1 + 1 = 0$, et la brique cherchée reste seule. Sans signe, $10{,}5 - 1 = 9{,}5$, avec le signe de $-10{,}5$:

$$-10{,}5 + 1 = -9{,}5$$

Vérification : $(-1) + (-9{,}5) = -10{,}5$.

Nombre effacé. La brique de droite du milieu est la somme de $-3{,}5$ et du nombre effacé. Celui-ci complète donc l'égalité $-3{,}5 + \ldots = -9{,}5$.

On ajoute $3{,}5$ aux deux membres. Sans signe, $9{,}5 - 3{,}5 = 6$, avec le signe de $-9{,}5$:

$$-9{,}5 + 3{,}5 = -6$$

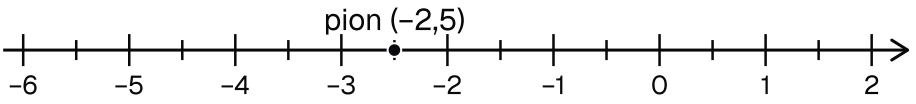
Vérification : $(-3{,}5) + (-6) = -9{,}5$.

Conclusion. La brique de gauche du milieu vaut -1, la brique de droite du milieu vaut $-9{,}5$ et le nombre effacé est -6.

Exercice 5 — 6 pts

Le pion d'Ilyas

Ilyas trace sur son cahier une droite graduée d'unité 1 cm. Il pose un pion en $-2{,}5$. Il déplace le pion de 4 unités vers la droite, puis de $6{,}5$ unités vers la gauche, puis de $1{,}5$ unité vers la droite. Un déplacement vers la droite s'écrit par un nombre positif, un déplacement vers la gauche par un nombre négatif.



La droite d'Ilyas au départ : le pion est posé en −2,5, avant les trois déplacements.

1. — 2 pts

Écris le nombre où se trouve le pion après chacun des trois déplacements.

INDICE

Outil : pars de $-2{,}5$ et ajoute le premier déplacement $+4$; ajoute ensuite $-6{,}5$ au résultat, puis $+1{,}5$.

CORRIGÉ

À chaque déplacement, on ajoute à la position du pion le nombre relatif qui représente ce déplacement.

Premier déplacement. Vers la droite : on ajoute 4. Les signes sont contraires ; sans signe, $4 - 2{,}5 = 1{,}5$, avec le signe de 4 :

$$-2{,}5 + 4 = 1{,}5$$

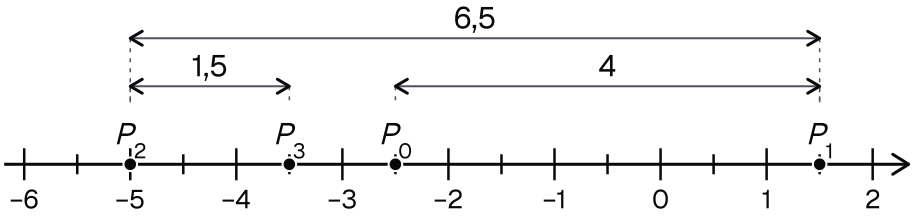
Deuxième déplacement. Vers la gauche : on ajoute $-6{,}5$. Sans signe, $6{,}5 - 1{,}5 = 5$, avec le signe de $-6{,}5$:

$$1{,}5 + (-6{,}5) = -5$$

Troisième déplacement. Vers la droite : on ajoute $1{,}5$. Sans signe, $5 - 1{,}5 = 3{,}5$, avec le signe de -5 :

$$-5 + 1{,}5 = -3{,}5$$

Conclusion. Le pion est en $1{,}5$, puis en -5, puis en $-3{,}5$.



Les positions successives du pion : P0 au départ, puis P1, P2 et P3 après chaque déplacement, avec la longueur de chacun.

2. 1,5 pts

En déduire, en rangeant dans l'ordre croissant les quatre positions du pion, départ compris, le point le plus à gauche où le pion s'est posé.

INDICE

Début : le seul positif est le plus grand ; pour les négatifs, compare les nombres écrits sans leur signe.

CORRIGÉ

Les quatre positions sont $-2{,}5$ (départ), $1{,}5$, -5 et $-3{,}5$.

Le seul positif, $1{,}5$, est le plus grand. Pour les négatifs, sans signe, $2{,}5 < 3{,}5 < 5$: l'ordre s'inverse.

Ordre croissant :

$$-5 < -3{,}5 < -2{,}5 < 1{,}5.$$

Sur la droite graduée, le point le plus à gauche porte le plus petit nombre.

Conclusion. Le plus petit des quatre nombres est -5 : le point le plus à gauche où le pion s'est posé, c'est le point de -5.

3. 2,5 pts

Écris la somme des trois déplacements avec des parenthèses, puis écris-la simplement et calcule-la. Ilyas veut ramener le pion à son départ en un seul déplacement : il utilise l'opposé de cette somme. De combien d'unités et dans quel sens déplace-t-il le pion ? Vérifie à partir du nombre d'arrivée.

INDICE

Point délicat : l'opposé d'un nombre s'obtient en changeant son signe ; un nombre positif se lit comme un déplacement vers la droite.

CORRIGÉ

La somme des déplacements. Avec des parenthèses, elle s'écrit $(+4) + (-6{,}5) + (+1{,}5)$, qui s'écrit simplement $4 - 6{,}5 + 1{,}5$.

Son calcul. Les positifs donnent $4 + 1{,}5 = 5{,}5$. Avec $-6{,}5$, les signes sont contraires ; sans signe, $6{,}5 - 5{,}5 = 1$, avec le signe de $-6{,}5$:

$$5{,}5 - 6{,}5 = -1$$

Au total, le pion s'est déplacé de 1 unité vers la gauche.

Le retour au départ. L'opposé de -1 est $+1$: on change le signe. Le nombre $+1$ est positif, il représente un déplacement vers la droite.

Vérification : $-3{,}5 + 1 = -2{,}5$, car $3{,}5 - 1 = 2{,}5$ avec le signe de $-3{,}5$. Le pion revient bien à son départ.

Conclusion. Pour ramener le pion à son départ, Ilyas le déplace de 1 unité vers la droite.