BURHAN

Les nombres décimaux relatifs : multiplication, division et puissances : exercices, entraînement

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/nombres-relatifs-multiplication-et-division/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Les nombres décimaux relatifs : multiplication, division et puissances	Entraînement	7

Exercice 1

Expressions et priorités

Calcule chaque expression en respectant les priorités. Écris une seule étape par ligne.

1.

$A = -6 + 4 \times (-5)$.

INDICE

Outil : le produit passe avant la somme.

CORRIGÉ

Le produit passe avant la somme. Les facteurs 4 et -5 sont de signes contraires, donc le produit est négatif : $4 \times (-5) = -20$.

On calcule ensuite la somme :

$$A = -6 + (-20) = -26$$

Conclusion. L'expression A vaut -26.

2.

$B = (-3) \times (7 - 12) + 18 : (-6)$.

INDICE

Début : calcule d'abord la parenthèse $7 - 12$. **Ensuite :** le produit et le quotient, puis la somme.

CORRIGÉ

On suit les priorités : la parenthèse, puis le produit et le quotient, puis la somme.

Parenthèse. $7 - 12 = -5$.

Produit. Les facteurs -3 et -5 ont le même signe, donc le produit est positif : $(-3) \times (-5) = 15$.

Quotient. Les nombres 18 et -6 sont de signes contraires, donc le quotient est négatif : $18 : (-6) = -3$.

Somme.

$$B = 15 + (-3) = 12$$

Conclusion. L'expression B vaut 12.

3.

$C = 5 - (-3)^2 \times 2$.

INDICE

Point délicat : la puissance passe avant le produit, et l'exposant de $(-3)^2$ est pair.

CORRIGÉ

La puissance passe avant le produit, et le produit avant la différence.

Puissance. La base de $(-3)^2$ est négative et l'exposant 2 est pair, donc le résultat est positif : $(-3)^2 = 9$.

Produit. $9 \times 2 = 18$.

Différence.

$$C = 5 - 18 = -13$$

Conclusion. L'expression C vaut -13.

Exercice 2

Regrouper pour calculer vite

Tu as le droit de déplacer les facteurs d'un produit et de les grouper deux par deux : le résultat reste le même. Sers-t'en pour calculer de tête, sans calculatrice.

1.

$D = (-25) \times 7{,}3 \times (-4)$.

INDICE

Outil : compte les facteurs négatifs, puis regroupe 25 et 4.

CORRIGÉ

Signe. Il y a deux facteurs négatifs, -25 et -4. Deux est un nombre pair, donc D est positif.

Regroupement. On rapproche 25 et 4, car $25 \times 4 = 100$. Ensuite, $100 \times 7{,}3 = 730$.

Conclusion. Sans calculatrice, on trouve $D = 730$.

2.

$E = 0{,}5 \times (-13) \times (-2) \times (-10)$.

INDICE

Début : combien de facteurs sont négatifs ? **Ensuite :** regroupe $0{,}5$ et 2.

CORRIGÉ

Signe. On compte trois facteurs négatifs : -13, -2 et -10. Trois est un nombre impair, donc E est négatif.

Regroupement. On associe $0{,}5$ et 2, car $0{,}5 \times 2 = 1$. Il reste $1 \times 13 \times 10 = 130$.

Conclusion. Le produit vaut $E = -130$.

3.

$F = (-1{,}25) \times (-9) \times 8 \times (-1)$.

INDICE

Point délicat : le facteur -1 compte lui aussi parmi les facteurs négatifs.

CORRIGÉ

Signe. Le facteur -1 compte aussi : il y a trois facteurs négatifs, $-1{,}25$, -9 et -1. Trois est impair, donc F est négatif.

Regroupement. On place côte à côte $1{,}25$ et 8, car $1{,}25 \times 8 = 10$. Puis $10 \times 9 \times 1 = 90$.

Conclusion. Le produit vaut $F = -90$.

Exercice 3

Quotients en écriture fractionnaire

Rappel : on simplifie une écriture fractionnaire en divisant le numérateur et le dénominateur par un même nombre non nul.

1.

Simplifie, en écrivant le signe devant la fraction s'il y a lieu : $\frac{-36}{48}$; $\frac{-45}{-60}$; $\frac{28}{-70}$.

INDICE

Outil : la règle des signes du quotient, puis la simplification. **Début :** 36 et 48 sont tous deux dans la table de 12.

CORRIGÉ

Pour chaque quotient, la règle des signes donne le signe à écrire devant la fraction. On simplifie ensuite la fraction écrite sans signe.

- $\frac{-36}{48}$: signes contraires, donc $\frac{-36}{48} = -\frac{36}{48}$. On divise par 12 : $-\frac{36}{48} = -\frac{3}{4}$.
- $\frac{-45}{-60}$: même signe, donc $\frac{-45}{-60} = \frac{45}{60}$. On divise par 15 : $\frac{45}{60} = \frac{3}{4}$.
- $\frac{28}{-70}$: signes contraires, donc $\frac{28}{-70} = -\frac{28}{70}$. On divise par 14 : $-\frac{28}{70} = -\frac{2}{5}$.

Conclusion. Les formes simplifiées sont $-\frac{3}{4}$, $\frac{3}{4}$ et $-\frac{2}{5}$.

2.

Calcule $\frac{-12}{5} \times \frac{10}{-9}$ et donne le résultat simplifié.

INDICE

Outil : le signe d'abord, puis le produit de deux écritures fractionnaires. **Point délicat :** chacun des deux facteurs est négatif.

CORRIGÉ

Signe. Le premier facteur a un numérateur négatif, le second un dénominateur négatif : les deux facteurs sont négatifs. Donc le produit est positif.

Produit. On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux :

$$\begin{aligned} \frac{12}{5} \times \frac{10}{9} &= \frac{12 \times 10}{5 \times 9} \\ &= \frac{120}{45} \end{aligned}$$

Simplification. On divise 120 et 45 par 15 : $\frac{120}{45} = \frac{8}{3}$.

Conclusion. Le résultat simplifié est $\frac{-12}{5} \times \frac{10}{-9} = \frac{8}{3}$.

3.

Compare $\frac{-36}{48}$ et $-0{,}7$.

INDICE

Début : écris $-\frac{3}{4}$ en écriture décimale. **Point délicat :** de deux nombres négatifs, le plus petit est celui qui, écrit sans son signe, est le plus grand.

CORRIGÉ

D'après la question 1, $\frac{-36}{48} = -\frac{3}{4}$. Or $\frac{3}{4} = 0{,}75$, donc :

$$\frac{-36}{48} = -\frac{3}{4} = -0{,}75$$

On compare $-0{,}75$ et $-0{,}7$. Écrits sans leur signe, $0{,}75 > 0{,}7$. Pour deux nombres négatifs, l'ordre s'inverse : $-0{,}75 < -0{,}7$.

Conclusion. Le nombre $\frac{-36}{48}$ est plus petit que $-0{,}7$: $\frac{-36}{48} < -0{,}7$.

Exercice 4

Un puits qui descend

Une machine creuse un puits à vitesse régulière. En 7 heures, le fond du puits passe de l'altitude 0 m à l'altitude -50 m. La variation d'altitude par heure est le quotient $q = \dfrac{-50}{7}$.

1.

Donne le signe de q. À la calculatrice, l'écran affiche $-7{,}142857143$. Pourquoi n'écrit-on pas $q = -7{,}142857143$?

INDICE

Outil : la règle des signes du quotient. **Point délicat :** la calculatrice n'affiche qu'un nombre limité de chiffres.

CORRIGÉ

Signe. Les nombres -50 et 7 sont de signes contraires, donc q est négatif.

Valeur affichée. La division de 50 par 7 ne s'arrête jamais, et l'écran ne montre que dix chiffres. Le nombre affiché n'est donc qu'une valeur approchée de q. On écrit :

$$q \approx -7{,}142857143$$

Conclusion. Le quotient q est négatif. On n'écrit pas $q = -7{,}142857143$, car ce nombre n'est pas égal à q : c'est seulement une valeur approchée.

2.

Entre quels nombres entiers consécutifs se trouve q ? Écris l'encadrement, puis nomme la valeur approchée par défaut et la valeur approchée par excès à l'unité près.

INDICE

Point délicat : la valeur par défaut ne dépasse pas q : sur une droite graduée, elle est à gauche de q.

CORRIGÉ

D'après la question 1, $q = -7{,}14\ldots$ Sur une droite graduée, q se place entre les entiers -8 et -7 :

$$-8 < -7{,}14\ldots < -7$$

La valeur approchée par défaut ne dépasse pas q : c'est l'entier situé à sa gauche, -8. La valeur par excès est l'entier suivant, -7.

Conclusion. L'encadrement à l'unité près est $-8 \leq q < -7$. La valeur approchée par défaut à l'unité près est -8 et la valeur par excès est -7.

3.

Donne de même l'encadrement de q au dixième près, puis au centième près.

INDICE

Outil : $d \leq q < d + 0{,}1$, avec d à un chiffre après la virgule. **Point délicat :** d ne dépasse pas q.

CORRIGÉ

Attention : q est négatif. Si l'on coupe les chiffres de $-7{,}14\ldots$, on obtient la valeur par excès. La valeur par défaut est juste en dessous, plus loin de 0.

- Au dixième près : $-7{,}2 \leq q < -7{,}1$. La valeur par défaut est $-7{,}2$, la valeur par excès est $-7{,}1$.
- Au centième près : $-7{,}15 \leq q < -7{,}14$. La valeur par défaut est $-7{,}15$, la valeur par excès est $-7{,}14$.

Contrôle. On a $7 \times 7{,}14 = 49{,}98$ et $7 \times 7{,}15 = 50{,}05$. Ces deux produits encadrent 50, donc $\dfrac{50}{7}$ est entre $7{,}14$ et $7{,}15$, et q est entre $-7{,}15$ et $-7{,}14$.

Conclusion. Au dixième près, $-7{,}2 \leq q < -7{,}1$; au centième près, $-7{,}15 \leq q < -7{,}14$.

Exercice 5

Puissances avec parenthèses

Calcule chaque expression. Repère d'abord les puissances et leurs parenthèses.

1.

$G = (-8)^2 - 8^2$.

INDICE

Point délicat : $(-8)^2$ et 8^2 ont-ils le même signe ?

CORRIGÉ

On calcule d'abord les puissances.

La base de $(-8)^2$ est négative et l'exposant est pair, donc le résultat est positif : $(-8)^2 = (-8) \times (-8) = 64$.

De même, $8^2 = 64$. On termine par la différence :

$$G = 64 - 64 = 0$$

Conclusion. L'expression G vaut 0, car $(-8)^2$ et 8^2 sont égaux.

2.

$H = -3^3 + (-3)^2$.

INDICE

Point délicat : -3^3 n'a pas de parenthèses : c'est l'opposé de 3^3. Dans $(-3)^2$, la base est -3.

CORRIGÉ

Sans parenthèses. Dans -3^3, l'exposant porte seulement sur 3 ; on prend ensuite l'opposé :

$$-3^3 = -(3 \times 3 \times 3) = -27$$

Avec parenthèses. Dans $(-3)^2$, la base est -3 et l'exposant 2 est pair :

$$(-3)^2 = (-3) \times (-3) = 9$$

Somme.

$$H = -27 + 9 = -18$$

Conclusion. L'expression H vaut -18.

3.

$K = 2 \times (-4)^2 - (-1)^3$.

INDICE

Ensuite : après les puissances, le produit, puis la différence. **Point délicat :** soustraire -1, c'est ajouter 1.

CORRIGÉ

Puissances. On a $(-4)^2 = 16$, car l'exposant est pair, et $(-1)^3 = -1$, car l'exposant est impair.

Produit. $2 \times 16 = 32$.

Différence. Soustraire -1 revient à ajouter 1 :

$$K = 32 - (-1) = 32 + 1 = 33$$

Conclusion. L'expression K vaut 33.

Exercice 6

Réduire un produit de puissances

Écris chaque produit sous la forme d'une seule puissance, puis réponds à la question posée.

1.

$L = 3^2 \times 3^5 \times 3$. Calcule ensuite L.

INDICE

Outil : même base, on additionne les exposants. **Point délicat :** le dernier facteur est 3^1.

CORRIGÉ

Le dernier facteur 3 s'écrit 3^1. Les trois facteurs ont la même base, donc on additionne les exposants :

$$\begin{aligned} L &= 3^2 \times 3^5 \times 3^1 \\ &= 3^{2+5+1} \\ &= 3^8 \end{aligned}$$

Pour calculer 3^8, on utilise $3^8 = 3^4 \times 3^4$ et $3^4 = 81$: on trouve $81 \times 81 = 6\,561$.

Conclusion. On a $L = 3^8$, donc $L = 6\,561$.

2.

$M = (-6)^4 \times (-6)^3$. Donne aussi le signe de M.

INDICE

Outil : même base. **Ensuite :** le signe dépend de la parité de l'exposant obtenu.

CORRIGÉ

Les deux facteurs ont la même base -6 : on garde la base et on additionne les exposants.

$$M = (-6)^{4+3} = (-6)^7$$

La base -6 est négative et l'exposant 7 est impair, donc M est négatif.

Conclusion. Le nombre M s'écrit $(-6)^7$; il est négatif.

3.

$N = 5^4 \times 2^4$. Écris N sous la forme d'une puissance de 10, puis en écriture décimale.

INDICE

Outil : la puissance d'un produit, lue dans l'autre sens : $a^n \times b^n = (a \times b)^n$.

CORRIGÉ

Les deux puissances ont le même exposant 4. On lit donc la puissance d'un produit dans l'autre sens :

$$\begin{aligned} N &= 5^4 \times 2^4 \\ &= (5 \times 2)^4 \\ &= 10^4 \end{aligned}$$

Le nombre 10^4 s'écrit avec le chiffre 1 suivi de quatre zéros, donc $N = 10\,000$.

Conclusion. Sous forme de puissance de 10, $N = 10^4$; en écriture décimale, $N = 10\,000$.

Exercice 7

La vitesse de la lumière

En une seconde, la lumière parcourt environ $300\,000$ km.

1.

Écris $300\,000$ en écriture scientifique.

INDICE

Outil : un seul chiffre non nul avant la virgule.

CORRIGÉ

La virgule de $300\,000$ est cachée à sa droite. Pour qu'il ne reste que le chiffre 3 devant elle, elle recule de cinq rangs.

Conclusion. En écriture scientifique, $300\,000 = 3 \times 10^{5}$.

2.

Quelle distance la lumière parcourt-elle en une minute, soit 60 secondes ? Donne le résultat en écriture scientifique.

INDICE

Début : calcule $60 \times 3 \times 10^{5}$ en commençant par 60×3. **Point délicat :** 180 n'a pas un seul chiffre avant la virgule.

CORRIGÉ

Produit. En 60 secondes, la lumière parcourt 60 fois la distance d'une seconde :

$$60 \times 3 \times 10^{5} = 180 \times 10^{5}$$

Écriture scientifique. Le nombre 180 a trois chiffres avant la virgule. Il s'écrit $1{,}8 \times 10^{2}$. On utilise ensuite le produit de puissances de 10 :

$$1{,}8 \times 10^{2} \times 10^{5} = 1{,}8 \times 10^{7}$$

Conclusion. En une minute, la lumière parcourt environ $1{,}8 \times 10^{7}$ km, soit $18\,000\,000$ km.

3.

Même question pour une heure, soit $3\,600$ secondes.

INDICE

Outil : la même méthode : un produit, l'écriture scientifique, puis le produit de puissances.

CORRIGÉ

Produit. En $3\,600$ secondes :

$$\begin{aligned} &3\,600 \times 3 \times 10^{5} \\ &= 10\,800 \times 10^{5} \end{aligned}$$

Écriture scientifique. Le nombre $10\,800$ s'écrit $1{,}08 \times 10^{4}$. Puis, avec le produit de puissances de 10 :

$$\begin{aligned} &1{,}08 \times 10^{4} \times 10^{5} \\ &= 1{,}08 \times 10^{9} \end{aligned}$$

Conclusion. En une heure, la lumière parcourt environ $1{,}08 \times 10^{9}$ km.