BURHAN

Opérations sur les nombres entiers et décimaux positifs : exercices, entraînement

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/nombres-entiers-et-decimaux/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Opérations sur les nombres entiers et décimaux positifs	Entraînement	7

Exercice 1

Des expressions plus longues

1.

Calcule $2{,}5 \times (8 - 3{,}2) + 6 \div 4$.

INDICE

Début : la parenthèse d'abord, puis le produit et le quotient, enfin l'addition.

CORRIGÉ

On suit les priorités : la parenthèse, puis le produit et le quotient, enfin l'addition.

La parenthèse. $8 - 3{,}2 = 4{,}8$.

Le produit et le quotient. $2{,}5 \times 4{,}8 = 12$ et $6 \div 4 = 1{,}5$.

L'addition. $12 + 1{,}5 = 13{,}5$.

Conclusion. L'expression vaut $13{,}5$.

2.

Calcule $\dfrac{3 \times (14 - 6)}{2 \times 3}$.

INDICE

Outil : calcule séparément le numérateur et le dénominateur.

CORRIGÉ

Le trait de fraction sépare deux calculs : on calcule le numérateur et le dénominateur chacun de son côté, puis on divise.

Le numérateur. La parenthèse d'abord, $14 - 6 = 8$, puis $3 \times 8 = 24$.

Le dénominateur. $2 \times 3 = 6$.

La division. $24 \div 6 = 4$.

Conclusion. L'expression vaut 4.

3.

Calcule $100 - (5 + 3 \times (7 - 2))$.

INDICE

Point délicat : commence par la parenthèse la plus intérieure, $(7 - 2)$.

CORRIGÉ

On part de la parenthèse la plus intérieure, puis on sort pas à pas.

La parenthèse intérieure. $7 - 2 = 5$.

La grande parenthèse. Elle devient $5 + 3 \times 5$; le produit passe avant l'addition : $3 \times 5 = 15$, puis $5 + 15 = 20$.

La soustraction. $100 - 20 = 80$.

Conclusion. L'expression vaut 80.

Exercice 2

Un programme de calcul

1.

Voici un programme : « Choisis un nombre, multiplie-le par 4, ajoute 6, puis divise le résultat par 2. » Avec le nombre 5, écris le calcul en une seule expression et calcule-la.

INDICE

Point délicat : divise-t-on seulement 6 par 2, ou tout ce qui précède ?

CORRIGÉ

Le programme divise par 2 tout le résultat obtenu, et pas seulement 6. Il faut donc des parenthèses autour de $5 \times 4 + 6$: l'expression est $(5 \times 4 + 6) \div 2$.

Dans la parenthèse, le produit passe avant l'addition.

$$\begin{aligned}(5 \times 4 + 6) \div 2 &= (20 + 6) \div 2 \\ &= 26 \div 2 = 13\end{aligned}$$

Conclusion. Avec le nombre 5, le calcul s'écrit $(5 \times 4 + 6) \div 2$ et donne 13.

2.

Fais de même avec le nombre $2{,}5$.

INDICE

Ensuite : remplace 5 par $2{,}5$ dans l'expression précédente.

CORRIGÉ

On remplace 5 par $2{,}5$ dans l'expression de la question 1 : $(2{,}5 \times 4 + 6) \div 2$.

$$\begin{aligned}&(2{,}5 \times 4 + 6) \div 2 \\ &= (10 + 6) \div 2 \\ &= 16 \div 2 = 8\end{aligned}$$

Conclusion. Avec le nombre $2{,}5$, le calcul s'écrit $(2{,}5 \times 4 + 6) \div 2$ et donne 8.

3.

Lina écrit $5 \times 4 + 6 \div 2$ pour le nombre 5. Calcule son expression. Traduit-elle le programme ?

INDICE

Outil : applique les priorités à l'écriture de Lina.

CORRIGÉ

Le calcul. Sans parenthèses, le produit et le quotient passent avant l'addition : $5 \times 4 = 20$ et $6 \div 2 = 3$.

$$\begin{aligned} 5 \times 4 + 6 \div 2 &= 20 + 3 \\ &= 23 \end{aligned}$$

La comparaison. Pour le nombre 5, le programme donne 13 (question 1), et non 23. Dans l'écriture de Lina, seul le nombre 6 est divisé par 2.

Conclusion. L'expression de Lina vaut 23 ; elle ne traduit pas le programme, car il manque les parenthèses autour de $5 \times 4 + 6$.

Exercice 3

À la piscine

1.

Sara s'inscrit au club de natation : l'inscription coûte 40 dirhams, puis chaque séance 15 dirhams. Elle fait 3 séances par semaine pendant 4 semaines. Écris ce qu'elle paie en une seule expression, puis calcule.

INDICE

Début : le nombre de séances est 3×4.

CORRIGÉ

Sara fait 3×4 séances à 15 dirhams chacune, et l'inscription se paie une seule fois. Elle paie donc $40 + 3 \times 4 \times 15$.

Le produit passe avant l'addition : $3 \times 4 \times 15 = 12 \times 15 = 180$.

$$\begin{aligned} 40 + 3 \times 4 \times 15 &= 40 + 180 \\ &= 220 \end{aligned}$$

Conclusion. Sara paie $40 + 3 \times 4 \times 15$, soit 220 dirhams.

2.

Son frère ne s'inscrit pas : il paie 20 dirhams la séance et fait 2 séances par semaine pendant 4 semaines. Écris ce qu'il paie et calcule.

INDICE

Outil : une seule multiplication de trois facteurs.

CORRIGÉ

Le frère fait 2×4 séances à 20 dirhams l'une, sans inscription. On multiplie de gauche à droite : $2 \times 4 = 8$, puis $8 \times 20 = 160$.

$$2 \times 4 \times 20 = 160$$

Conclusion. Le frère paie $2 \times 4 \times 20$, soit 160 dirhams.

3.

Écris en une seule expression combien Sara paie de plus que son frère, puis calcule.

INDICE

Ensuite : écris la dépense de Sara, puis retire celle de son frère.

CORRIGÉ

On retire la dépense du frère de celle de Sara. D'après les questions 1 et 2, elles valent 220 et 160 dirhams.

$$\begin{aligned}&(40 + 3 \times 4 \times 15)\\&\quad - 2 \times 4 \times 20\\&= 220 - 160 = 60\end{aligned}$$

Ici, les parenthèses ne sont pas obligatoires : $40 + 180 - 160$ donne aussi 60, de gauche à droite.

Conclusion. L'écart s'écrit $(40 + 3 \times 4 \times 15) - 2 \times 4 \times 20$; Sara paie 60 dirhams de plus que son frère.

Exercice 4

Développer ou factoriser ?

1.

Calcule de tête 37×11 en indiquant la méthode employée.

INDICE

Outil : observe les facteurs : l'un d'eux est-il proche d'un nombre rond, ou se répète-t-il ?

CORRIGÉ

Le facteur 11 est proche du nombre rond 10 : on écrit $11 = 10 + 1$, puis on développe.

$$\begin{aligned} 37 \times 11 &= 37 \times (10 + 1) \\ &= 370 + 37 = 407 \end{aligned}$$

Conclusion. Par un développement, $37 \times 11 = 407$.

2.

Calcule de tête $4{,}2 \times 13 + 4{,}2 \times 7$ en indiquant la méthode employée.

INDICE

Outil : pose-toi la même question : un nombre presque rond, ou un nombre présent deux fois ?

CORRIGÉ

Le nombre $4{,}2$ figure dans les deux produits : on factorise par $4{,}2$.

$$\begin{aligned} &4{,}2 \times 13 + 4{,}2 \times 7 \\ &= 4{,}2 \times (13 + 7) \\ &= 4{,}2 \times 20 = 84 \end{aligned}$$

Conclusion. Par une factorisation, l'expression vaut 84.

3.

Calcule de tête $12 \times 9{,}5$ en indiquant la méthode employée.

INDICE

Début : $9{,}5$ est-il proche d'un nombre rond ?

CORRIGÉ

Le facteur $9{,}5$ est proche du nombre rond 10 : on écrit $9{,}5 = 10 - 0{,}5$, puis on développe. La moitié de 12 donne $12 \times 0{,}5 = 6$.

$$\begin{aligned} 12 \times 9{,}5 &= 12 \times (10 - 0{,}5) \\ &= 120 - 6 = 114 \end{aligned}$$

Conclusion. Par un développement, $12 \times 9{,}5 = 114$.

Exercice 5

Les parenthèses manquantes

1.

Place des parenthèses pour que l'égalité $3 + 5 \times 2 = 16$ soit vraie.

INDICE

Début : sans parenthèses, $3 + 5 \times 2 = 13$; quelle opération doit passer en premier ?

CORRIGÉ

Sans parenthèses, la multiplication passe d'abord : $3 + 5 \times 2 = 3 + 10 = 13$, et non 16. Pour obtenir 16, l'addition doit passer en premier.

$$\begin{aligned}(3 + 5) \times 2 &= 8 \times 2 \\ &= 16\end{aligned}$$

Conclusion. L'égalité vraie est $(3 + 5) \times 2 = 16$.

2.

Place des parenthèses pour que l'égalité $20 - 8 \div 4 = 3$ soit vraie.

INDICE

Outil : essaie $(20 - 8) \div 4$, puis $20 - (8 \div 4)$, et compare à 3.

CORRIGÉ

Sans parenthèses, la division passe d'abord : $20 - 8 \div 4 = 20 - 2 = 18$, et non 3. La soustraction doit donc passer en premier.

$$\begin{aligned}(20 - 8) \div 4 &= 12 \div 4 \\ &= 3\end{aligned}$$

Conclusion. L'égalité vraie est $(20 - 8) \div 4 = 3$.

3.

Place des parenthèses pour que l'égalité $2 \times 6 + 4 \times 3 = 60$ soit vraie.

INDICE

Point délicat : une seule paire de parenthèses suffit ; essaie plusieurs places et calcule.

CORRIGÉ

Sans parenthèses, $2 \times 6 + 4 \times 3 = 12 + 12 = 24$. On essaie plusieurs places pour une paire de parenthèses :

- $(2 \times 6 + 4) \times 3 = 16 \times 3 = 48$;
- $2 \times (6 + 4 \times 3) = 2 \times 18 = 36$;
- $2 \times (6 + 4) \times 3 = 2 \times 10 \times 3 = 60$.

Seule la dernière place donne 60.

Conclusion. L'égalité vraie est $2 \times (6 + 4) \times 3 = 60$.

Exercice 6

La facture de la bibliothèque

1.

La bibliothèque du collège achète 12 livres à $45{,}50$ dirhams et 8 livres à $32{,}25$ dirhams. Quatre classes partagent la facture : la part de chacune est $\dfrac{12 \times 45{,}50 + 8 \times 32{,}25}{4}$. Donne un ordre de grandeur de cette part en arrondissant $45{,}50$ à 50 et $32{,}25$ à 30.

INDICE

Outil : calcule le numérateur avec les nombres arrondis, puis divise par 4.

CORRIGÉ

On remplace $45{,}50$ par 50 et $32{,}25$ par 30. Le trait de fraction impose de calculer tout le numérateur avant de diviser par 4.

$$\begin{aligned}&\frac{12 \times 50 + 8 \times 30}{4}\\ &= \frac{600 + 240}{4}\\ &= \frac{840}{4} = 210\end{aligned}$$

Conclusion. La part de chaque classe est de l'ordre de 210 dirhams.

2.

Calcule la part exacte de chaque classe.

INDICE

Début : $12 \times 45{,}50 = 546$; calcule l'autre produit.

CORRIGÉ

Les deux produits. $12 \times 45{,}50 = 546$ et $8 \times 32{,}25 = 258$.

Le numérateur. $546 + 258 = 804$.

La division. $804 \div 4 = 201$.

Ce résultat est proche de l'ordre de grandeur 210 de la question 1.

Conclusion. Chaque classe paie exactement 201 dirhams.

3.

Karim tape $12 \times 45{,}50 + 8 \times 32{,}25 \div 4$ sur sa calculatrice. Quel résultat obtient-il ? Pourquoi est-ce faux ?

INDICE

Point délicat : sans parenthèses, la calculatrice ne divise que le dernier produit par 4.

CORRIGÉ

La calculatrice respecte les priorités. Sans parenthèses, la division ne porte que sur le dernier produit, $8 \times 32{,}25$.

$$\begin{aligned} &12 \times 45{,}50 + 8 \times 32{,}25 \div 4 \\ &= 546 + 258 \div 4 \\ &= 546 + 64{,}5 = 610{,}5 \end{aligned}$$

Ce résultat est bien loin de l'ordre de grandeur 210. Pour diviser toute la facture par 4, il faut des parenthèses autour du numérateur :

$$(12 \times 45{,}50 + 8 \times 32{,}25) \div 4$$

Conclusion. Karim obtient $610{,}5$. C'est faux, car sans parenthèses seul $8 \times 32{,}25$ est divisé par 4.

Exercice 7

Le galon d'une nappe

1.

Une nappe rectangulaire mesure $1{,}8$ mètre de long et $1{,}2$ mètre de large. Calcule son périmètre de deux façons : $2 \times (1{,}8 + 1{,}2)$ et $2 \times 1{,}8 + 2 \times 1{,}2$.

INDICE

Outil : pour la première écriture, calcule la parenthèse d'abord.

CORRIGÉ

Première façon. La parenthèse d'abord : $1{,}8 + 1{,}2 = 3$.

$$\begin{aligned} 2 \times (1{,}8 + 1{,}2) &= 2 \times 3 \\ &= 6 \end{aligned}$$

Seconde façon. Les deux produits d'abord, puis l'addition.

$$\begin{aligned} 2 \times 1{,}8 + 2 \times 1{,}2 &= 3{,}6 + 2{,}4 \\ &= 6 \end{aligned}$$

Conclusion. Les deux calculs donnent le même périmètre : 6 mètres.

2.

Pourquoi les deux écritures donnent-elles le même résultat ?

INDICE

Outil : quelle règle transforme $k \times (a + b)$?

CORRIGÉ

Pour tous nombres k, a et b, la distributivité donne $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$. On l'applique avec $k = 2$, $a = 1{,}8$ et $b = 1{,}2$:

$$\begin{aligned} &2 \times (1{,}8 + 1{,}2) \\ &= 2 \times 1{,}8 + 2 \times 1{,}2 \end{aligned}$$

Conclusion. D'après la distributivité, les deux écritures sont égales : elles donnent donc le même résultat.

3.

On coud un galon tout autour. Le galon coûte $12{,}50$ dirhams le mètre. Écris le prix du galon en une seule expression et calcule-le.

INDICE

Ensuite : multiplie le prix d'un mètre par le périmètre.

CORRIGÉ

Le galon fait tout le tour de la nappe : sa longueur est le périmètre, $2 \times (1{,}8 + 1{,}2)$ mètres. Son prix est le prix d'un mètre multiplié par cette longueur :

$$12{,}50 \times 2 \times (1{,}8 + 1{,}2)$$

Le périmètre vaut 6 mètres (question 1), donc on calcule $12{,}50 \times 6 = 75$.

Conclusion. Le prix s'écrit $12{,}50 \times 2 \times (1{,}8 + 1{,}2)$; le galon coûte 75 dirhams.