BURHAN

Les nombres en écriture fractionnaire : exercices, entraînement

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/nombres-en-ecriture-fractionnaire/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Les nombres en écriture fractionnaire	Entraînement	7

Exercice 1

Simplifier avant de comparer

1.

Simplifie $\frac{24}{36}$ et $\frac{35}{50}$ jusqu'à obtenir des fractions irréductibles.

INDICE

Outil : pour la première fraction, pense aux critères par 2 et par 3. Pour la seconde, pense au critère par 5.

CORRIGÉ

Première fraction. 24 et 36 sont pairs : on divise deux fois par 2. Ensuite, 6 et 9 sont divisibles par 3.

$$\begin{aligned}\frac{24}{36} &= \frac{12}{18}\\ &= \frac{6}{9}\\ &= \frac{2}{3}\end{aligned}$$

Seconde fraction. 35 se termine par 5 et 50 par 0 : on divise par 5.

$$\begin{aligned}\frac{35}{50} &= \frac{35 \div 5}{50 \div 5}\\ &= \frac{7}{10}\end{aligned}$$

Fin. 2 et 3 n'ont pas d'autre diviseur commun que 1 ; il en est de même pour 7 et 10.

Conclusion. $\frac{24}{36} = \frac{2}{3}$ et $\frac{35}{50} = \frac{7}{10}$, deux fractions irréductibles.

2.

Écris les deux fractions obtenues avec le dénominateur 30.

INDICE

Début : $30 = 3 \times 10$.

CORRIGÉ

On a $30 = 3 \times 10$.

On multiplie $\frac{2}{3}$ en haut et en bas par 10 :

$$\begin{aligned}\frac{2}{3} &= \frac{2 \times 10}{3 \times 10} \\ &= \frac{20}{30}\end{aligned}$$

On multiplie $\frac{7}{10}$ en haut et en bas par 3 :

$$\begin{aligned}\frac{7}{10} &= \frac{7 \times 3}{10 \times 3} \\ &= \frac{21}{30}\end{aligned}$$

Conclusion. $\frac{2}{3} = \frac{20}{30}$ et $\frac{7}{10} = \frac{21}{30}$.

3.

Compare alors $\frac{24}{36}$ et $\frac{35}{50}$.

INDICE

Point délicat : la conclusion porte sur les fractions de départ, pas seulement sur les fractions simplifiées.

CORRIGÉ

Les fractions $\frac{20}{30}$ et $\frac{21}{30}$ ont le même dénominateur, et $20 < 21$. Donc $\frac{20}{30} < \frac{21}{30}$, c'est-à-dire $\frac{2}{3} < \frac{7}{10}$.

D'après la question 1, $\frac{24}{36} = \frac{2}{3}$ et $\frac{35}{50} = \frac{7}{10}$: les fractions de départ se rangent dans le même ordre.

Conclusion. $\frac{24}{36} < \frac{35}{50}$.

Exercice 2

Le roman de la bibliothèque

Trois élèves empruntent le même roman à la bibliothèque. Sami en a lu les $\frac{7}{12}$. Nora en a lu les $\frac{13}{24}$. Adam en a lu les $\frac{2}{3}$.

1.

Écris les trois fractions avec le dénominateur 24.

INDICE

Outil : 24 est un multiple de 12 et un multiple de 3.

CORRIGÉ

On a $24 = 12 \times 2$ et $24 = 3 \times 8$.

$$\begin{aligned} \frac{7}{12} &= \frac{7 \times 2}{12 \times 2} \\ &= \frac{14}{24} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} &= \frac{2 \times 8}{3 \times 8} \\ &= \frac{16}{24} \end{aligned}$$

La fraction $\frac{13}{24}$ a déjà le dénominateur 24.

Conclusion. Avec le dénominateur 24, les trois fractions s'écrivent $\frac{14}{24}$, $\frac{13}{24}$ et $\frac{16}{24}$.

2.

Range les trois fractions dans l'ordre croissant.

INDICE

Début : compare les numérateurs trouvés à la question 1.

CORRIGÉ

Les trois fractions ont maintenant le même dénominateur 24 : on range les numérateurs, $13 < 14 < 16$.

Conclusion. Dans l'ordre croissant : $\frac{13}{24} < \frac{7}{12} < \frac{2}{3}$.

3.

Quel élève a lu la plus grande partie du roman ? Quelle fraction du roman lui reste-t-il à lire ?

INDICE

Point délicat : le roman entier correspond à 1, soit $\frac{24}{24}$.

CORRIGÉ

Le plus grand lecteur. La plus grande fraction est $\frac{2}{3}$: c'est celle d'Adam.

Ce qui reste. Le roman entier correspond à 1, soit $\frac{24}{24}$. On retire la part lue, puis on divise par 8 en haut et en bas :

$$\begin{aligned} 1 - \frac{2}{3} &= \frac{24}{24} - \frac{16}{24} \\ &= \frac{8}{24} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Conclusion. Adam a lu la plus grande partie du roman ; il lui en reste $\frac{1}{3}$, c'est-à-dire le tiers.

Exercice 3

Le potager

Dans un potager, les $\frac{2}{5}$ de la surface portent des tomates. Le quart de la surface, soit $\frac{1}{4}$, porte des carottes.

1.

Quel dénominateur commun peux-tu utiliser pour $\frac{2}{5}$ et $\frac{1}{4}$?

INDICE

Outil : cherche un multiple de 5 qui soit aussi un multiple de 4.

CORRIGÉ

On cherche un nombre qui soit à la fois un multiple de 5 et un multiple de 4.

Le nombre $20 = 5 \times 4$ convient : c'est un multiple de 5 et de 4.

Conclusion. On peut utiliser le dénominateur commun 20.

2.

Calcule la fraction du potager qui porte des tomates ou des carottes.

INDICE

Début : écris chaque fraction avec le dénominateur trouvé.

CORRIGÉ

La partie qui porte des tomates ou des carottes est la somme des deux parts.

Même dénominateur. On multiplie en haut et en bas par 4, puis par 5 :

$$\begin{aligned}\frac{2}{5} &= \frac{2 \times 4}{5 \times 4} \\ &= \frac{8}{20} \\ \frac{1}{4} &= \frac{1 \times 5}{4 \times 5} \\ &= \frac{5}{20}\end{aligned}$$

Somme. On additionne les numérateurs :

$$\frac{8}{20} + \frac{5}{20} = \frac{13}{20}$$

Conclusion. Les tomates et les carottes occupent les $\frac{13}{20}$ du potager.

3.

Quelle fraction du potager reste libre ?

INDICE

Point délicat : le potager entier s'écrit $\frac{20}{20}$.

CORRIGÉ

Le potager entier correspond à 1, soit $\frac{20}{20}$. On retire la part occupée :

$$\begin{aligned} 1 - \frac{13}{20} &= \frac{20}{20} - \frac{13}{20} \\ &= \frac{7}{20} \end{aligned}$$

Conclusion. Les $\frac{7}{20}$ du potager restent libres.

Exercice 4

Simplifier avant de multiplier

1.

Calcule $\frac{15}{28} \times \frac{14}{25}$ en simplifiant avant d'effectuer les produits.

INDICE

Outil : décompose 15, 28, 14 et 25 en produits de petits nombres.

CORRIGÉ

Un seul trait de fraction.

$$\frac{15}{28} \times \frac{14}{25} = \frac{15 \times 14}{28 \times 25}$$

Décomposition. $15 = 3 \times 5$, $14 = 2 \times 7$, $28 = 2 \times 2 \times 7$ et $25 = 5 \times 5$. Le produit s'écrit donc :

$$\frac{3 \times 5 \times 2 \times 7}{2 \times 2 \times 7 \times 5 \times 5}$$

Simplification. Barrer un même facteur en haut et en bas revient à diviser le numérateur et le dénominateur par ce facteur. On barre un 5, un 2 et un 7 ; il reste :

$$\frac{3}{2 \times 5} = \frac{3}{10}$$

Conclusion. $\frac{15}{28} \times \frac{14}{25} = \frac{3}{10}$.

2.

Calcule $\frac{9}{16} \times \frac{8}{27}$ de la même façon.

INDICE

Début : $16 = 8 \times 2$ et $27 = 9 \times 3$.

CORRIGÉ

Un seul trait de fraction.

$$\frac{9}{16} \times \frac{8}{27} = \frac{9 \times 8}{16 \times 27}$$

Décomposition. $16 = 8 \times 2$ et $27 = 9 \times 3$. Le produit s'écrit donc :

$$\frac{9 \times 8}{8 \times 2 \times 9 \times 3}$$

Simplification. On barre 9 et 8 en haut et en bas. En haut, il ne reste que 1 :

$$\frac{1}{2 \times 3} = \frac{1}{6}$$

Conclusion. $\frac{9}{16} \times \frac{8}{27} = \frac{1}{6}$.

3.

Calcule $12 \times \dfrac{7}{18}$ et donne le résultat sous forme irréductible.

INDICE

Point délicat : 12 et 18 ont un grand diviseur commun.

CORRIGÉ

L'entier 12 multiplie seulement le numérateur. On écrit $12 = 6 \times 2$ et $18 = 6 \times 3$, puis on barre 6 en haut et en bas :

$$\begin{aligned} 12 \times \frac{7}{18} &= \frac{12 \times 7}{18} \\ &= \frac{2 \times 7}{3} \\ &= \frac{14}{3} \end{aligned}$$

Le seul diviseur commun de 14 et de 3 est 1.

Conclusion. $12 \times \dfrac{7}{18} = \dfrac{14}{3}$, sous forme irréductible.

Exercice 5

Calculer avec les priorités

1.

Calcule $A = \frac{1}{3} + \frac{5}{6} \times \frac{2}{5}$.

INDICE

Outil : la multiplication se calcule avant l'addition.

CORRIGÉ

Produit. La multiplication se calcule avant l'addition :

$$\begin{aligned} \frac{5}{6} \times \frac{2}{5} &= \frac{10}{30} \\ &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Somme. On remplace le produit par $\frac{1}{3}$:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \\ &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Conclusion. $A = \frac{2}{3}$.

2.

Calcule $B = \left(\frac{5}{3} - \frac{1}{2}\right) \times \frac{6}{7}$.

INDICE

Début : commence par la parenthèse, avec le dénominateur 6.

CORRIGÉ

Parenthèse. On la calcule en premier, avec le dénominateur 6 :

$$\begin{aligned} \frac{5}{3} - \frac{1}{2} &= \frac{10}{6} - \frac{3}{6} \\ &= \frac{7}{6} \end{aligned}$$

Produit. On multiplie ensuite le résultat de la parenthèse :

$$\begin{aligned} B &= \frac{7}{6} \times \frac{6}{7} \\ &= \frac{42}{42} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Conclusion. $B = 1$.

3.

Calcule $C = \dfrac{7}{10} - \dfrac{1}{5} \times \dfrac{3}{2}$.

INDICE

Point délicat : ne commence pas par la soustraction.

CORRIGÉ

Produit. La multiplication se calcule avant la soustraction :

$$\frac{1}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{3}{10}$$

Différence. Les deux fractions ont le dénominateur 10 :

$$\begin{aligned} C &= \frac{7}{10} - \frac{3}{10} \\ &= \frac{4}{10} \end{aligned}$$

Simplification. 4 et 10 sont pairs : on divise par 2, et $\dfrac{4}{10} = \dfrac{2}{5}$.

Conclusion. $C = \dfrac{2}{5}$.

Exercice 6

La recette de crêpes

Une recette de crêpes demande $\frac{3}{4}$ de litre de lait. Sara prépare seulement les $\frac{2}{3}$ de la recette. Elle a $\frac{9}{10}$ de litre de lait au départ.

1.

Quelle quantité de lait Sara utilise-t-elle ?

INDICE

Outil : prendre les $\frac{2}{3}$ d'une quantité, c'est multiplier cette quantité par $\frac{2}{3}$.

CORRIGÉ

Sara prend les $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de litre : on multiplie les deux fractions.

$$\begin{aligned}\frac{2}{3}\times\frac{3}{4}&=\frac{2\times3}{3\times4}\\&=\frac{6}{12}\\&=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Conclusion. Sara utilise $\frac{1}{2}$ litre de lait, soit un demi-litre.

2.

Quelle quantité de lait lui reste-t-il ?

INDICE

Début : écris la quantité utilisée avec le dénominateur 10.

CORRIGÉ

On écrit la quantité utilisée avec le dénominateur 10 : $\frac{1}{2}=\frac{5}{10}$.

On la retire du lait de départ, puis on divise par 2 en haut et en bas :

$$\begin{aligned}\frac{9}{10}-\frac{5}{10}&=\frac{4}{10}\\&=\frac{2}{5}\end{aligned}$$

Conclusion. Il reste $\frac{2}{5}$ de litre de lait à Sara.

3.

Avec son lait de départ, Sara aurait-elle pu préparer la recette entière ?

INDICE

Point délicat : compare $\frac{9}{10}$ et $\frac{3}{4}$ avec le dénominateur 20.

CORRIGÉ

La recette entière demande $\frac{3}{4}$ de litre. On compare donc $\frac{9}{10}$ et $\frac{3}{4}$ avec le dénominateur 20.

$\frac{9}{10} = \frac{18}{20}$ et $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$.

Comme $18 > 15$, on obtient $\frac{18}{20} > \frac{15}{20}$, donc $\frac{9}{10} > \frac{3}{4}$.

Conclusion. Oui, Sara avait assez de lait pour préparer la recette entière.

Exercice 7

Une remise sur un prix

Un ballon coûte 80 dirhams. Le magasin accorde une remise de 15 pour cent sur ce prix.

1.

Écris « 15 pour cent » sous forme d'une fraction de dénominateur 100, puis simplifie-la.

INDICE

Outil : « pour cent » veut dire « sur cent » : le dénominateur est 100.

CORRIGÉ

« Pour cent » veut dire « sur cent » : 15 pour cent s'écrit $\dfrac{15}{100}$.

15 et 100 sont divisibles par 5 :

$$\begin{aligned}\frac{15}{100} &= \frac{15 \div 5}{100 \div 5} \\ &= \frac{3}{20}\end{aligned}$$

Conclusion. 15 pour cent s'écrit $\dfrac{15}{100}$, soit $\dfrac{3}{20}$ après simplification.

2.

Calcule le montant de la remise.

INDICE

Début : multiplie la fraction de la question 1 par le prix du ballon.

CORRIGÉ

La remise vaut les $\dfrac{3}{20}$ du prix de 80 dirhams :

$$\begin{aligned}\frac{3}{20} \times 80 &= \frac{3 \times 80}{20} \\ &= \frac{240}{20} \\ &= 12\end{aligned}$$

Conclusion. La remise est de 12 dirhams.

3.

Quel prix paie-t-on après la remise ?

INDICE

Point délicat : le prix payé est plus petit que le prix de départ.

CORRIGÉ

On retire la remise du prix de départ : $80 - 12 = 68$.

Conclusion. Après la remise, on paie le ballon 68 dirhams.