BURHAN

Les nombres en écriture fractionnaire

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/nombres-en-ecriture-fractionnaire/cours

Chapitre	Semestre
Les nombres en écriture fractionnaire	Semestre 1

Partager en parts égales

Deux amis ont chacun un gâteau de la même taille. Yasmine coupe le sien en 4 parts égales et en mange 2.

Karim coupe le sien en 8 parts égales et en mange 4. Ses parts sont plus petites, mais il mange plus de parts que Yasmine.

Devine : Qui a mangé le plus ?

Yasmine a mangé 2 parts sur 4. Karim a mangé 4 parts sur 8. Qui a mangé le plus de gâteau ?

A. Yasmine, ses parts sont plus grosses

Faux.

Ses parts sont plus grosses, c'est vrai. Mais Karim en mange deux fois plus.

B. Karim, il a mangé plus de parts

Faux.

Il a plus de parts, mais chacune est deux fois plus petite.

C. Les deux ont mangé autant

Juste.

Oui : chacun a mangé la moitié de son gâteau.

Indice 1

Dessine les deux gâteaux sur ton cahier et colorie les parts mangées.

Correction

Yasmine a mangé 2 parts sur 4 : c'est la moitié de son gâteau.

Karim a mangé 4 parts sur 8 : c'est aussi la moitié du sien.

Les deux ont donc mangé autant. Avec les fractions, on écrira :

$$\frac{2}{4} = \frac{4}{8}$$



gâteau de Yasmine

Le gâteau de Yasmine, dessiné en bande : 4 parts égales, dont les 2 mangées sont teintées.



gâteau de Karim

Le gâteau de Karim, de même taille : 8 parts égales, dont les 4 mangées sont teintées.

Ce chapitre t'apprend à écrire de tels partages avec des nombres. Tu sauras reconnaître deux écritures égales. Tu sauras aussi simplifier et comparer des fractions.

Ensuite, tu additionneras, tu soustrairas et tu multiplieras des fractions. À la fin, tu sauras calculer une fraction d'une quantité, comme les trois quarts d'un ruban.

Écrire un quotient en écriture fractionnaire

Un partage qui ne tombe pas juste

Rappel du primaire : partager une unité en 5 parts égales, c'est la couper en 5 morceaux de même taille. Chaque morceau est un cinquième, noté $\frac{1}{5}$. Trois morceaux font $\frac{3}{5}$ de l'unité.

> **Devine : Partager du jus**
>
> On verse 2 litres de jus, en parts égales, dans 3 bouteilles. Peut-on écrire la quantité de chaque bouteille avec un nombre décimal exact ?
>
> **A.** Oui : exactement $1{,}5$ litre
> **Faux.**
> On aurait $3 \times 1{,}5 = 4{,}5$ litres : c'est plus que 2 litres. Tu as inversé les nombres.
>
> **B.** Oui : exactement $0{,}6$ litre
> **Faux.**

Avec $0{,}6$ litre par bouteille, on aurait $3 \times 0{,}6 = 1{,}8$ litre. Il manque du jus.

C. Non : la division ne s'arrête pas

Juste.

Bien vu : la division de 2 par 3 ne s'arrête jamais. Le résultat existe pourtant, et il a une écriture.

Indice 1

Multiplie chaque proposition par 3 : tu dois retrouver 2 litres.

Correction

Les deux propositions décimales sont fausses : $3 \times 1{,}5 = 4{,}5$ est trop grand et $3 \times 0{,}6 = 1{,}8$ est trop petit.

Aucun autre nombre décimal ne convient non plus : la division de 2 par 3 donne $0{,}666$, puis des chiffres 6 sans fin.

En clair : chaque bouteille contient le nombre qui, multiplié par 3, donne 2. Le résultat d'une division s'appelle un **quotient**.

Ce quotient de 2 par 3 s'écrit $\frac{2}{3}$. On a bien $3 \times \frac{2}{3} = 2$.

Le vocabulaire exact

Définition : Écriture fractionnaire d'un quotient

Soit a et b deux nombres entiers ou décimaux positifs, avec b non nul. Le **quotient** de a par b est le nombre qui, multiplié par b, donne a. On le note $\frac{a}{b}$: c'est une **écriture fractionnaire** de ce nombre.

- a est le **numérateur** et b est le **dénominateur** ;
- on a toujours $b \times \frac{a}{b} = a$;
- lorsque a et b sont des nombres entiers, on dit que $\frac{a}{b}$ est une **fraction**.

Le dénominateur n'est jamais nul. Tout nombre a s'écrit aussi $\frac{a}{1}$.

Exemple : Lire une écriture fractionnaire

Dans $\frac{7}{4}$, le numérateur est 7 et le dénominateur est 4. On vérifie : $4 \times \frac{7}{4} = 7$.

L'écriture $\frac{2{,}5}{3}$ est une écriture fractionnaire. Ce n'est pas une fraction, car son numérateur $2{,}5$ n'est pas entier.

Vérifie : Repérer le dénominateur

Dans l'écriture $\frac{9}{11}$, quel nombre est le dénominateur ?

A. 11

Juste.

Oui : le dénominateur est le nombre écrit sous le trait.

B. 9

Faux.

9 est écrit au-dessus du trait : c'est le numérateur.

C. 20

Faux.

Le calcul $9 + 11 = 20$ ne sert à rien ici : on lit seulement l'écriture.

Indice 1

Relis le vocabulaire : le numérateur est en haut, le dénominateur en bas.

Correction

Le dénominateur de $\frac{9}{11}$ est 11, le nombre écrit sous le trait. Le numérateur est 9.

Entiers et décimaux

En clair : un nombre entier s'écrit aussi sous forme fractionnaire. Par exemple, $5 = \frac{5}{1}$.

On a aussi $5 = \frac{10}{2}$, car $2 \times 5 = 10$. Tu verras à la section suivante qu'un même nombre a plusieurs écritures fractionnaires.

Rappel du primaire : une **fraction décimale** est une fraction dont le dénominateur est 10, 100, $1\,000$, etc. Un nombre décimal s'écrit ainsi. Par exemple, $0{,}7 = \frac{7}{10}$ et $2{,}35 = \frac{235}{100}$.

Exemple : Écrire un décimal en fraction décimale

Le nombre $4{,}08$ a deux chiffres après la virgule. On prend donc le dénominateur 100.

On écrit le nombre sans la virgule au numérateur : $4{,}08 = \frac{408}{100}$.

Dans l'autre sens, $\frac{175}{100}$ compte 175 centièmes. On écrit 175 et on place la virgule avant les deux derniers chiffres : $\frac{175}{100} = 1{,}75$.

Rappel du primaire : « 15 pour cent » veut dire « 15 parts sur 100 ». C'est la fraction décimale $\frac{15}{100}$.

Prendre 15 pour cent d'une quantité, c'est en prendre les $\frac{15}{100}$.

Jamais zéro en bas

Remarque : Jamais zéro au dénominateur

Partager en 0 parts n'a pas de sens. Aucun nombre multiplié par 0 ne donne 3 : l'écriture $\frac{3}{0}$ n'existe pas.

En revanche, $\frac{0}{3} = 0$, car $3 \times 0 = 0$.

À toi : Un décimal en fraction

Écris $1{,}25$ sous forme de fraction décimale. Donne ensuite son numérateur et son dénominateur. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
Compte les chiffres après la virgule : ils indiquent le dénominateur.
Indice 2
Il y a deux chiffres après la virgule : le dénominateur est 100.
Indice 3
Point délicat : on retire la virgule sans retirer aucun chiffre, même le 1 de devant.

Réponse
Le nombre $1{,}25$ a deux chiffres après la virgule : on prend le dénominateur 100.

$$1{,}25 = \frac{125}{100}$$

Conclusion. Le numérateur est 125 et le dénominateur est 100.

Des écritures égales

Deux rubans

Prends deux rubans de même longueur. Tu coupes le premier en 3 parts égales et tu en prends 2. Tu coupes le second en 6 parts égales et tu en prends 4.

Dessine les deux rubans l'un sous l'autre sur ton cahier.

Devine : Deux morceaux de ruban

Tu as pris $\frac{2}{3}$ du premier ruban et $\frac{4}{6}$ du second. Que peux-tu dire des deux morceaux ?

A. Les deux morceaux ont la même longueur.
Juste.
Oui : chaque tiers du ruban contient exactement deux sixièmes.

B. Le premier morceau est plus long.
Faux.
Les parts du premier ruban sont plus grandes, mais tu en prends moins.

C. Le second morceau est plus long.

Faux.

Tu prends plus de parts sur le second ruban, mais elles sont deux fois plus petites.

Indice 1

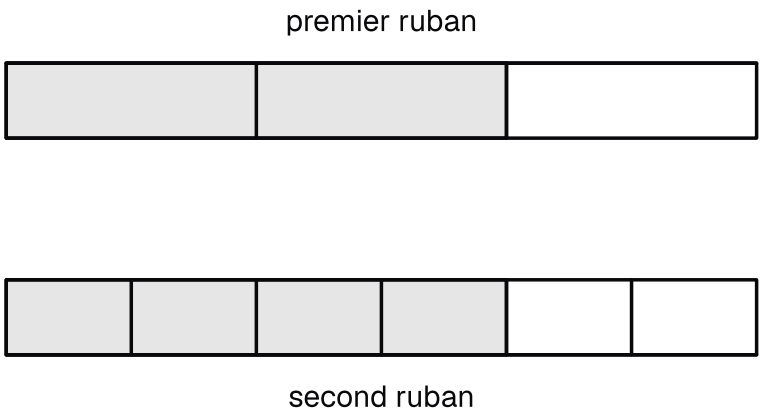
Sur ton dessin, compte combien de sixièmes tient un tiers.

Correction

Un tiers du ruban contient deux sixièmes. Deux tiers contiennent donc quatre sixièmes.

Les deux morceaux ont la même longueur :

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$



Deux rubans de même longueur : 2 parts prises sur 3 en haut, 4 parts prises sur 6 en bas, et les deux morceaux s'arrêtent au même endroit.

Exemple : Un autre ruban

Coupe un ruban en 4 parts égales et prends-en 3. Coupe chaque part en deux : le ruban compte alors 8 parts, et tu en as 6.

On a multiplié le numérateur et le dénominateur par 2 :

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 2}{4 \times 2} = \frac{6}{8}$$

Les parts sont deux fois plus petites, mais il y en a deux fois plus. La longueur ne change pas.

La règle

Propriété : Égalité de deux écritures fractionnaires

Soit a, b et k des nombres entiers ou décimaux positifs, avec b et k non nuls. On ne change pas un nombre en écriture fractionnaire quand on **multiplie** ou quand on **divise** son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul :

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k} \quad \text{et} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}.$$

Un même nombre a donc plusieurs écritures fractionnaires.

Remarque : Un résultat admis

Ce résultat est admis. Tu l'as observé sur les rubans. Tu l'utilises désormais pour transformer une écriture fractionnaire.

Exemple : Multiplier ou diviser en haut et en bas

On multiplie le numérateur et le dénominateur par 3 :

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \times 3}{7 \times 3} = \frac{15}{21}$$

On divise le numérateur et le dénominateur par 6 :

$$\frac{18}{24} = \frac{18 \div 6}{24 \div 6} = \frac{3}{4}$$

Choisir le dénominateur

Exemple : Trouver une écriture de dénominateur donné

On cherche le numérateur qui manque dans $\frac{3}{5} = \frac{?}{20}$.

Pour passer de 5 à 20, on multiplie par 4, car $5 \times 4 = 20$. On multiplie donc aussi le numérateur par 4 :

$$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 4}{5 \times 4} = \frac{12}{20}$$

Vérifie : Une écriture égale

Quelle écriture est égale à $\frac{4}{9}$?

A. $\frac{8}{9}$

Faux.

Seul le numérateur a été multiplié par 2 : le dénominateur doit l'être aussi.

B. $\frac{6}{11}$
Faux.
On a ajouté 2 en haut et en bas. Ajouter ne conserve pas le nombre : il faut multiplier ou diviser.

C. $\frac{12}{18}$
Faux.
Le numérateur a été multiplié par 3 et le dénominateur par 2 : ce n'est pas le même nombre.

D. $\frac{8}{18}$
Juste.
Oui : on a multiplié le numérateur et le dénominateur par 2.

Indice 1
Cherche par quel nombre on a multiplié le dénominateur, puis regarde le numérateur.

Correction
L'écriture $\frac{8}{18}$ convient. On multiplie le numérateur et le dénominateur par 2 :

$$\frac{4}{9} = \frac{4 \times 2}{9 \times 2} = \frac{8}{18}$$

Un dénominateur décimal

En clair : l'écriture $\frac{3}{0{,}4}$ est correcte, mais peu pratique. On préfère un numérateur et un dénominateur entiers. La règle des écritures égales permet de les obtenir.

Méthode : Rendre entier un dénominateur décimal

1. **Compter les chiffres après la virgule.** Regarde le numérateur et le dénominateur. Retiens le plus grand nombre de chiffres après la virgule.
2. **Multiplier en haut et en bas.** Multiplie les deux nombres par 10 s'il y a un chiffre, par 100 s'il y en a deux, par $1\,000$ s'il y en a trois.
3. **Diviser en haut et en bas.** Si c'est possible, divise le numérateur et le dénominateur par un même nombre pour avoir des nombres plus petits. Tu verras cela en détail dans la section suivante.

Exemple : Exemple guidé : un dénominateur décimal

Dans $\frac{3}{0{,}4}$, le dénominateur a un chiffre après la virgule. Le numérateur n'en a aucun.

On multiplie le numérateur et le dénominateur par 10 :

$$\frac{3}{0{,}4} = \frac{3 \times 10}{0{,}4 \times 10} = \frac{30}{4}$$

On divise le numérateur et le dénominateur par 2 :

$$\frac{30}{4} = \frac{30 \div 2}{4 \div 2} = \frac{15}{2}$$

À toi

Vérifie : Le bon multiplicateur

Par quel nombre faut-il multiplier le numérateur et le dénominateur de $\frac{2,7}{0,03}$ pour obtenir deux nombres entiers ? Choisis le plus petit qui convient.

A. 10

Faux.
On obtient $0,03 \times 10 = 0,3$: le dénominateur n'est pas encore entier.

B. 100

Juste.
Oui : $0,03$ a deux chiffres après la virgule, et $0,03 \times 100 = 3$.

C. $1\,000$

Faux.
On obtient bien des entiers, car $0,03 \times 1\,000 = 30$. Mais 100 suffit déjà, et il est plus petit.

Indice 1
Compte les chiffres après la virgule dans $2,7$ et dans $0,03$.

Correction
Le dénominateur $0,03$ a deux chiffres après la virgule. On multiplie donc le haut et le bas par 100 :

$$\frac{2,7}{0,03} = \frac{2,7 \times 100}{0,03 \times 100} = \frac{270}{3}$$

Enfin, $\frac{270}{3} = 90$, car $3 \times 90 = 270$.

Conclusion. Le plus petit multiplicateur qui convient est 100.

À toi : Deux décimaux

Écris $\frac{1,2}{0,35}$ avec un numérateur et un dénominateur entiers. Divise ensuite le numérateur et le dénominateur par un même nombre pour obtenir des nombres plus petits. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1
Utilise la méthode : compte les chiffres après la virgule.

Indice 2

Le dénominateur a deux chiffres après la virgule : on multiplie en haut et en bas par 100.

Indice 3

Point délicat : $1{,}2$ aussi doit être multiplié par 100. Vérifie ton numérateur.

Réponse

Le dénominateur $0{,}35$ a deux chiffres après la virgule. On multiplie le numérateur et le dénominateur par 100 :

$$\begin{aligned}\frac{1{,}2}{0{,}35} &= \frac{1{,}2 \times 100}{0{,}35 \times 100} \\ &= \frac{120}{35}\end{aligned}$$

Les nombres 120 et 35 finissent par 0 et par 5. On divise le numérateur et le dénominateur par 5 :

$$\frac{120}{35} = \frac{120 \div 5}{35 \div 5} = \frac{24}{7}$$

Aucun nombre autre que 1 ne divise à la fois 24 et 7.

Conclusion. On obtient $\dfrac{1{,}2}{0{,}35} = \dfrac{24}{7}$, avec des nombres entiers en haut et en bas.

Simplifier une fraction

Des nombres plus petits

Rappel du primaire : 12 est **divisible** par 4 quand la division $12 \div 4$ tombe juste. On dit aussi que 4 est un **diviseur** de 12.

Devine : Des parts de pizza

Une pizza est coupée en 12 parts égales. Tu en manges 8, soit $\dfrac{8}{12}$ de la pizza. Quelle fraction, écrite avec des nombres plus petits, est égale à $\dfrac{8}{12}$?

A. $\dfrac{3}{4}$

Faux.

On a $\dfrac{3}{4} = \dfrac{9}{12}$: cela ferait 9 parts, pas 8.

B. $\dfrac{4}{8}$

Faux.

On a $\dfrac{4}{8} = \dfrac{6}{12}$: cela ferait 6 parts, pas 8.

C. $\dfrac{2}{3}$

Juste.

Oui : on divise le numérateur et le dénominateur par 4.

D. $\frac{1}{4}$

Faux.
On a $\frac{1}{4} = \frac{3}{12}$: cela ferait 3 parts, pas 8.

Indice 1
Cherche un nombre qui divise à la fois 8 et 12.

Correction
Les nombres 8 et 12 sont divisibles par 4. On divise le numérateur et le dénominateur par 4 :

$$\frac{8}{12} = \frac{8 \div 4}{12 \div 4} = \frac{2}{3}$$

En clair : simplifier, c'est diviser le numérateur et le dénominateur par un même nombre. On obtient une fraction égale, écrite avec des nombres plus petits. Les critères de divisibilité aident à trouver ce nombre.

Rappel du primaire : un entier est divisible par 2 s'il finit par 0, 2, 4, 6 ou 8. Il l'est par 5 s'il finit par 0 ou 5, par 10 s'il finit par 0.

Il l'est par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3. Il l'est par 9 si cette somme est divisible par 9.

Simplifier et irréductible

Définition : Simplifier une fraction ; fraction irréductible

Soit une fraction dont le numérateur et le dénominateur sont des nombres entiers, le dénominateur étant non nul.

- **Simplifier** cette fraction, c'est écrire une fraction qui lui est égale, avec un numérateur et un dénominateur plus petits. Pour cela, on divise le numérateur et le dénominateur par un même **diviseur commun**, différent de 1.
- Une fraction est **irréductible** lorsque son numérateur et son dénominateur n'ont pas d'autre diviseur commun que 1 : on ne peut plus la simplifier.

Exemple : Reconnaître une fraction irréductible

Les diviseurs de 9 sont 1, 3 et 9. Ni 3 ni 9 ne divisent 14. Donc $\frac{9}{14}$ est irréductible.

En revanche, 15 et 25 sont divisibles par 5. La fraction $\frac{15}{25}$ n'est donc pas irréductible : $\frac{15}{25} = \frac{3}{5}$.

Vérifie : Une fraction irréductible

Laquelle de ces fractions est irréductible ?

A. $\frac{6}{9}$
Faux.
Les nombres 6 et 9 sont divisibles par 3 : on peut simplifier.

B. $\frac{7}{12}$
Juste.
Oui : les diviseurs de 7 sont 1 et 7, et 7 ne divise pas 12.

C. $\frac{10}{16}$
Faux.
Les nombres 10 et 16 sont pairs : on peut diviser par 2.

D. $\frac{21}{35}$
Faux.
Les nombres 21 et 35 sont divisibles par 7 : on peut simplifier.

Indice 1
Pour chaque fraction, cherche un diviseur commun autre que 1.

Correction
Seule $\frac{7}{12}$ est irréductible. Les autres se simplifient : $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$, $\frac{10}{16} = \frac{5}{8}$ et $\frac{21}{35} = \frac{3}{5}$.

Simplifier jusqu'au bout

Méthode : Simplifier une fraction

1. **Trouver un diviseur commun.** Cherche un nombre qui divise à la fois le haut et le bas : c'est un **diviseur commun**. Les critères de divisibilité t'aident.
2. **Diviser en haut et en bas.** Divise le numérateur et le dénominateur par ce nombre.
3. **Continuer.** Recommence tant que c'est possible. Quand le seul diviseur commun est 1, la fraction est irréductible.

Exemple : Exemple guidé : deux simplifications

On simplifie $\frac{90}{126}$. Les deux nombres sont pairs : on divise le numérateur et le dénominateur par 2.

$$\frac{90}{126} = \frac{90 \div 2}{126 \div 2} = \frac{45}{63}$$

La somme des chiffres vaut 9 pour 45 comme pour 63 : on divise par 9.

$$\frac{45}{63} = \frac{45 \div 9}{63 \div 9} = \frac{5}{7}$$

La fraction $\frac{5}{7}$ est irréductible.

Si tu vois tout de suite un grand nombre qui divise le haut et le bas, tu peux diviser d'un seul coup. Pour $\frac{90}{126}$, le nombre 18 convient : $90 = 18 \times 5$ et $126 = 18 \times 7$.

On divise le numérateur et le dénominateur par 18 :

$$\frac{90}{126} = \frac{90 \div 18}{126 \div 18} = \frac{5}{7}$$

Le résultat est le même. Tu écris seulement moins de lignes.

Vérifie : Jusqu'au bout

On simplifie $\frac{48}{80}$ jusqu'à obtenir une fraction irréductible. Laquelle obtient-on ?

A. $\frac{24}{40}$

Faux.

Cette fraction est égale, mais 24 et 40 sont encore pairs : continue.

B. $\frac{6}{10}$

Faux.

Cette fraction est égale, mais 6 et 10 sont encore pairs.

C. $\frac{4}{5}$

Faux.

On a $\frac{4}{5} = \frac{64}{80}$: ce n'est pas égal à $\frac{48}{80}$.

D. $\frac{3}{5}$

Juste.

Oui : $\frac{48}{80} = \frac{48 \div 16}{80 \div 16} = \frac{3}{5}$, et on ne peut plus simplifier.

Indice 1

Les deux nombres sont pairs : divise par 2, et recommence.

Correction

On divise le numérateur et le dénominateur par 2, quatre fois de suite :

$$\begin{aligned}\frac{48}{80} &= \frac{24}{40} = \frac{12}{20} \\ &= \frac{6}{10} = \frac{3}{5}\end{aligned}$$

La fraction $\frac{3}{5}$ est irréductible.

Le piège de la somme

Attention : Simplifier : on divise, on ne barre pas

On simplifie en divisant le numérateur et le dénominateur par un même nombre. On ne barre jamais un nombre dans une somme.

✗ $\frac{2+6}{2+10} = \frac{6}{10}$: on a barré les 2, et c'est faux.

✓ On calcule d'abord le haut et le bas : $\frac{2+6}{2+10} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

À toi : Simplifier jusqu'au bout

Simplifie $\frac{135}{180}$ jusqu'à obtenir une fraction irréductible. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Cherche un diviseur commun avec les critères de divisibilité.

Indice 2

Les deux nombres se terminent par 5 ou par 0 : commence par diviser par 5.

Indice 3

Point délicat : après la première division, la fraction n'est pas encore irréductible ; continue.

Réponse

Les nombres 135 et 180 finissent par 5 et par 0. On divise le numérateur et le dénominateur par 5 :

$$\frac{135}{180} = \frac{135 \div 5}{180 \div 5} = \frac{27}{36}$$

La somme des chiffres vaut 9 pour 27 comme pour 36 : on divise par 9.

$$\frac{27}{36} = \frac{27 \div 9}{36 \div 9} = \frac{3}{4}$$

Le seul diviseur commun de 3 et 4 est 1.

Conclusion. La fraction irréductible égale à $\frac{135}{180}$ est $\frac{3}{4}$.

Comparer des écritures fractionnaires

Même dénominateur

Devine : Deux bouteilles

Deux bouteilles identiques portent 8 graduations égales. La première est remplie aux $\frac{5}{8}$, la seconde aux $\frac{3}{8}$. Laquelle contient le plus d'eau ?

A. La seconde bouteille

Faux.

La seconde n'a que 3 graduations remplies sur 8.

B. La première bouteille

Juste.

Oui : les graduations ont la même taille, et il y en a 5 au lieu de 3.

C. Elles contiennent autant

Faux.

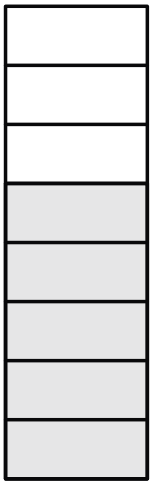
Les graduations ont la même taille, mais il y en a 5 d'un côté et 3 de l'autre.

Indice 1

Les deux bouteilles sont partagées de la même façon : compte les graduations remplies.

Correction

La première contient le plus : $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$, car $5 > 3$ et les huitièmes ont la même taille.



première

La première bouteille : 8 graduations égales, l'eau monte jusqu'à la cinquième.



seconde

La seconde bouteille, identique : l'eau ne monte que jusqu'à la troisième graduation.

En clair : quand deux fractions ont le même dénominateur, leurs parts ont la même taille. Il suffit alors de compter les parts. La plus grande fraction a le plus grand numérateur.

Propriété : Comparer deux écritures fractionnaires de même dénominateur

Soit a, b et c des nombres entiers ou décimaux positifs, avec b non nul. Quand deux écritures fractionnaires ont le **même dénominateur**, la plus grande est celle qui a le **plus grand numérateur** :

- si $a < c$, alors $\frac{a}{b} < \frac{c}{b}$;
- si $a = c$, alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{b}$;
- si $a > c$, alors $\frac{a}{b} > \frac{c}{b}$.

Remarque : Un résultat admis

Ce résultat est admis. Tu l'as observé avec les bouteilles graduées.

Exemple : Comparer avec le même dénominateur

On a $\frac{7}{12} < \frac{11}{12}$, car $7 < 11$.

De même, $\frac{2{,}5}{6} > \frac{1{,}5}{6}$, car $2{,}5 > 1{,}5$.

Comparer à 1

En clair : $\frac{8}{8}$ d'un gâteau, c'est le gâteau entier. Donc $\frac{8}{8} = 1$.

Avec $\frac{5}{8}$ du gâteau, il manque des parts : c'est moins que 1. Avec $\frac{11}{8}$, il faut entamer un second gâteau : c'est plus que 1.

Propriété : Comparer une écriture fractionnaire et 1

Soit a et b deux nombres entiers ou décimaux positifs, avec b non nul.

- Si $a < b$, alors $\frac{a}{b} < 1$;
- si $a = b$, alors $\frac{a}{b} = 1$;
- si $a > b$, alors $\frac{a}{b} > 1$.

Une écriture fractionnaire est donc plus petite que 1 quand son numérateur est plus petit que son dénominateur.

Remarque : Un résultat admis

Ce résultat est admis. Tu l'as observé en partageant des gâteaux.

Exemple : Un entier et une fraction

On a $\frac{7}{4} > 1$, car $7 > 4$. Sept quarts, ce sont quatre quarts et encore trois quarts :

$$\frac{7}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = 1 + \frac{3}{4}$$

C'est un gâteau entier, plus les trois quarts d'un autre gâteau.

Vérifie : Plus grand que 1

Lequel de ces nombres est plus grand que 1 ?

A. $\frac{9}{10}$
Faux.
On a $9 < 10$, donc $\frac{9}{10} < 1$.

B. $\frac{6}{6}$
Faux.
On a $\frac{6}{6} = 1$: ce nombre est égal à 1, pas plus grand.

C. $\frac{4}{7}$
Faux.

On a $4 < 7$, donc $\frac{4}{7} < 1$.

D. $\frac{13}{12}$

Juste.

Oui : $13 > 12$, donc $\frac{13}{12} > 1$.

Indice 1

Compare le numérateur et le dénominateur de chaque fraction.

Correction

Seul $\frac{13}{12}$ est plus grand que 1, car son numérateur 13 est plus grand que son dénominateur 12.

Dénominateurs différents

Méthode : Comparer deux fractions de dénominateurs différents

1. **Choisir un dénominateur commun.** Un **multiple** de 4 est un nombre de la table de 4 : 4, 8, 12, 16, 20… Le dénominateur commun doit être dans la table des deux dénominateurs. Si le plus grand est dans la table de l'autre, prends-le. Sinon, multiplie les deux dénominateurs : cela marche toujours.
2. **Réécrire les deux fractions** avec ce dénominateur : on dit qu'on les **réduit au même dénominateur**. Multiplie le numérateur et le dénominateur de chacune par le nombre qui convient.
3. **Comparer puis conclure.** Compare les numérateurs, puis écris la conclusion pour les fractions de départ.
4. **Raccourci avec 1.** Si une fraction est plus petite que 1 et l'autre plus grande, tu conclus tout de suite.

Exemple : Exemple guidé : comparer deux fractions

On compare $\frac{3}{4}$ et $\frac{7}{10}$. Aucun de 4 et 10 n'est dans la table de l'autre. On pourrait prendre $4 \times 10 = 40$.

Ici, 20 est plus petit et convient aussi : il est dans la table de 4 et dans celle de 10.

On multiplie le numérateur et le dénominateur de $\frac{3}{4}$ par 5 :

$$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 5}{4 \times 5} = \frac{15}{20}$$

On multiplie le numérateur et le dénominateur de $\frac{7}{10}$ par 2 :

$$\frac{7}{10} = \frac{7 \times 2}{10 \times 2} = \frac{14}{20}$$

Comme $15 > 14$, on a $\frac{15}{20} > \frac{14}{20}$. Donc $\frac{3}{4} > \frac{7}{10}$.

Attention : Comparer : le dénominateur seul ne suffit pas

Un plus grand dénominateur ne donne pas une plus grande fraction. Il donne des parts plus petites.

✗ $\frac{2}{7} > \frac{2}{3}$, parce que $7 > 3$.

✓ $\frac{2}{3} > \frac{2}{7}$: un gâteau coupé en 7 donne des parts plus petites qu'un gâteau coupé en 3. Le calcul le confirme : $\frac{2}{3} = \frac{14}{21}$ et $\frac{2}{7} = \frac{6}{21}$.

Ranger et rédiger

Vérifie : Ranger trois fractions

Range $\frac{5}{6}$, $\frac{2}{3}$ et $\frac{7}{12}$ dans l'ordre croissant, du plus petit au plus grand.

A. $\frac{7}{12} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$

Juste.

Oui : avec le dénominateur 12, on compare 7, 8 et 10.

B. $\frac{2}{3} < \frac{5}{6} < \frac{7}{12}$

Faux.

Tu as rangé selon les dénominateurs. Il faut d'abord un dénominateur commun.

C. $\frac{5}{6} < \frac{2}{3} < \frac{7}{12}$

Faux.

Ce rangement va du plus grand au plus petit : les signes $<$ sont faux.

D. $\frac{2}{3} < \frac{7}{12} < \frac{5}{6}$

Faux.

On a $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$, qui est plus grand que $\frac{7}{12}$.

Indice 1

Écris les trois fractions avec le dénominateur 12.

Correction

On écrit les fractions avec le dénominateur 12 : $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$ et $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$.

Comme $7 < 8 < 10$, on obtient l'ordre croissant :

$$\frac{7}{12} < \frac{2}{3} < \frac{5}{6}$$

Remarque : Coin devoir : comparer deux fractions

En devoir, on réduit au même dénominateur, puis on écrit une phrase de conclusion. Pour comparer $\frac{4}{9}$ et $\frac{1}{2}$, voici une rédaction modèle :
« On a $\frac{4}{9} = \frac{8}{18}$ et $\frac{1}{2} = \frac{9}{18}$. Or $8 < 9$, donc $\frac{8}{18} < \frac{9}{18}$. Donc $\frac{4}{9} < \frac{1}{2}$. »

À toi : Comparer deux fractions

Compare $\frac{5}{8}$ et $\frac{7}{12}$. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Cherche un nombre qui est dans la table de 8 et dans celle de 12.

Indice 2

Le nombre 24 est dans la table de 8 et dans la table de 12.

Indice 3

Point délicat : multiplie aussi chaque numérateur, par 3 pour l'une et par 2 pour l'autre.

Réponse

On prend le dénominateur commun 24, car $8 \times 3 = 24$ et $12 \times 2 = 24$.

On multiplie le numérateur et le dénominateur de $\frac{5}{8}$ par 3 :

$$\frac{5}{8} = \frac{5 \times 3}{8 \times 3} = \frac{15}{24}$$

On multiplie le numérateur et le dénominateur de $\frac{7}{12}$ par 2 :

$$\frac{7}{12} = \frac{7 \times 2}{12 \times 2} = \frac{14}{24}$$

Or $15 > 14$, donc $\frac{15}{24} > \frac{14}{24}$.

Conclusion. On a $\frac{5}{8} > \frac{7}{12}$.

Additionner et soustraire

Même dénominateur

Devine : Deux parts de gâteau

Tu manges $\frac{2}{9}$ d'un gâteau, puis encore $\frac{4}{9}$ du même gâteau. Quelle part du gâteau as-tu mangée en tout ?

A. $\frac{6}{18}$

Faux.

Tu as additionné les dénominateurs. Or les parts restent des neuvièmes.

B. $\frac{8}{81}$

Faux.

Tu as multiplié les numérateurs et les dénominateurs. Ici, on ajoute des parts.

C. $\frac{6}{9}$

Juste.

Oui : deux neuvièmes et quatre neuvièmes font six neuvièmes.

Indice 1

Les parts sont des neuvièmes : compte-les.

Correction

Tu as mangé $2 + 4 = 6$ parts, et chaque part est un neuvième du gâteau. Tu as donc mangé $\frac{6}{9}$ du gâteau, c'est-à-dire $\frac{2}{3}$.

En clair : quand les parts ont la même taille, on les compte. On additionne donc les numérateurs. Le dénominateur, qui donne la taille des parts, ne change pas.

Propriété : Somme et différence de même dénominateur

Soit a, b et c des nombres entiers ou décimaux positifs, avec b non nul. Pour additionner deux écritures fractionnaires de **même dénominateur**, on additionne les numérateurs et on **garde** le dénominateur commun. On fait de même pour une différence :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad \text{et, si } a \geq c, \quad \frac{a}{b} - \frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}.$$

Remarque : Un résultat admis

Ce résultat est admis. Tu l'as observé en comptant des parts de gâteau.

Exemple : Somme et différence de même dénominateur

On additionne les numérateurs et on garde le dénominateur 11 :

$$\frac{3}{11} + \frac{5}{11} = \frac{3+5}{11} = \frac{8}{11}$$

On soustrait les numérateurs et on garde le dénominateur 15 :

$$\frac{13}{15} - \frac{4}{15} = \frac{13-4}{15} = \frac{9}{15}$$

On simplifie par 3 :

$$\frac{9}{15} = \frac{9 \div 3}{15 \div 3} = \frac{3}{5}$$

Un dénominateur multiple de l'autre

Méthode : Additionner ou soustraire deux fractions de dénominateurs différents

1. **Mettre au même dénominateur.** Réécris les deux fractions avec un dénominateur commun, comme pour les comparer.
2. **Calculer les numérateurs.** Additionne ou soustrais les numérateurs. Le dénominateur commun ne change pas.
3. **Simplifier.** Simplifie le résultat quand c'est possible.

Exemple : Exemple guidé : un dénominateur multiple de l'autre

On calcule $\frac{1}{6} + \frac{5}{12}$. Comme $6 \times 2 = 12$, le dénominateur 12 convient.

On multiplie le numérateur et le dénominateur de $\frac{1}{6}$ par 2 :

$$\frac{1}{6} = \frac{1 \times 2}{6 \times 2} = \frac{2}{12}$$

On additionne les numérateurs et on garde 12 :

$$\frac{2}{12} + \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

La fraction $\frac{7}{12}$ est irréductible.

Vérifie : Une somme

Combien vaut $\frac{3}{4} + \frac{1}{8}$?

A. $\frac{4}{12}$

Faux.

Tu as additionné les dénominateurs : $4 + 8 = 12$. C'est le calcul à éviter.

B. $\frac{4}{8}$

Faux.

Tu as gardé 8 sans transformer $\frac{3}{4}$. Or $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$.

C. $\frac{7}{12}$

Faux.

Le numérateur est juste, mais le dénominateur commun est 8, pas 12.

D. $\frac{7}{8}$

Juste.
Oui : $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$, puis on additionne les numérateurs.

Indice 1
Le nombre 8 est un multiple de 4 : écris $\frac{3}{4}$ avec le dénominateur 8.

Correction
On écrit $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$. Puis $\frac{6}{8} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$.

Le cas général

En clair : pour $\frac{2}{3}$ et $\frac{1}{4}$, aucun des dénominateurs n'est un multiple de l'autre. On prend alors leur produit : $3 \times 4 = 12$. C'est un multiple de 3 et de 4.

Exemple : Exemple guidé : le cas général

On calcule $\frac{2}{3} + \frac{1}{4}$ avec le dénominateur 12.

On multiplie le numérateur et le dénominateur de $\frac{2}{3}$ par 4 :

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}$$

On multiplie le numérateur et le dénominateur de $\frac{1}{4}$ par 3 :

$$\frac{1}{4} = \frac{1 \times 3}{4 \times 3} = \frac{3}{12}$$

On additionne les numérateurs :

$$\frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{11}{12}$$

Exemple : Une différence

Une bouteille est remplie aux $\frac{4}{5}$. Tu en bois une demi-bouteille. Il reste $\frac{4}{5} - \frac{1}{2}$ de la bouteille.

On écrit les deux fractions avec le dénominateur 10 :

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{2} = \frac{8}{10} - \frac{5}{10}$$

On soustrait les numérateurs :

$$\frac{8}{10} - \frac{5}{10} = \frac{3}{10}$$

Ici, $\frac{4}{5} > \frac{1}{2}$. Dans ce chapitre, on retire toujours un nombre plus petit d'un nombre plus grand.

Le piège des dénominateurs

Attention : Somme : on n'additionne jamais les dénominateurs

Pour additionner deux fractions, on n'additionne pas les dénominateurs.

✗ $\frac{2}{5}+\frac{1}{10}=\frac{3}{15}$: ce résultat est même plus petit que $\frac{2}{5}$.

✓ On réduit d'abord au même dénominateur :

$$\begin{aligned}\frac{2}{5}+\frac{1}{10}&=\frac{4}{10}+\frac{1}{10}\\&=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Vérifie : Une différence

Combien vaut $\frac{5}{6}-\frac{1}{3}$?

A. $\frac{1}{2}$

Juste.

Oui : $\frac{5}{6}-\frac{2}{6}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

B. $\frac{4}{3}$

Faux.

Tu as soustrait les numérateurs et les dénominateurs. Or $\frac{4}{3}$ est même plus grand que $\frac{5}{6}$.

C. $\frac{4}{6}$

Faux.

Tu as soustrait les numérateurs sans transformer $\frac{1}{3}$. Or $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$.

Indice 1

Écris $\frac{1}{3}$ avec le dénominateur 6.

Correction

On écrit $\frac{1}{3}=\frac{2}{6}$. Puis $\frac{5}{6}-\frac{2}{6}=\frac{3}{6}$, et on simplifie par 3 : $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

À toi : Une différence de fractions

Calcule $\frac{7}{8}-\frac{2}{3}$. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Cherche un dénominateur commun : 8 n'est pas un multiple de 3.

Indice 2

Prends 24 comme dénominateur commun. Écris $\frac{7}{8}$ avec le dénominateur 24.

Indice 3

Point délicat : on soustrait les numérateurs, jamais les dénominateurs ; 24 reste en bas.

Réponse

Le dénominateur commun est 24, car $8 \times 3 = 24$.

On multiplie le numérateur et le dénominateur de $\frac{7}{8}$ par 3 :

$$\frac{7}{8} = \frac{7 \times 3}{8 \times 3} = \frac{21}{24}$$

On multiplie le numérateur et le dénominateur de $\frac{2}{3}$ par 8 :

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 8}{3 \times 8} = \frac{16}{24}$$

On soustrait les numérateurs et on garde 24 :

$$\frac{21}{24} - \frac{16}{24} = \frac{5}{24}$$

Conclusion. On obtient $\frac{7}{8} - \frac{2}{3} = \frac{5}{24}$. Cette fraction est irréductible.

Multiplier ; fraction d'une quantité

Le produit de deux fractions

Devine : Un morceau de tablette

Il reste la moitié d'une tablette de chocolat. Tu manges les trois quarts de ce morceau. Quelle fraction de la tablette entière as-tu mangée ?

A. $\frac{5}{4}$

Faux.

C'est la somme $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$. Or tu ne manges qu'une partie du morceau.

B. $\frac{3}{8}$

Juste.

Oui : la moitié partagée en quatre donne des huitièmes de tablette, et tu en prends trois.

C. $\frac{4}{6}$

Faux.

Tu as additionné les numérateurs et les dénominateurs. Ce calcul ne décrit aucun partage.

D. $\frac{3}{4}$

Faux.

C'est la part du morceau que tu manges, pas la part de la tablette entière.

Indice 1

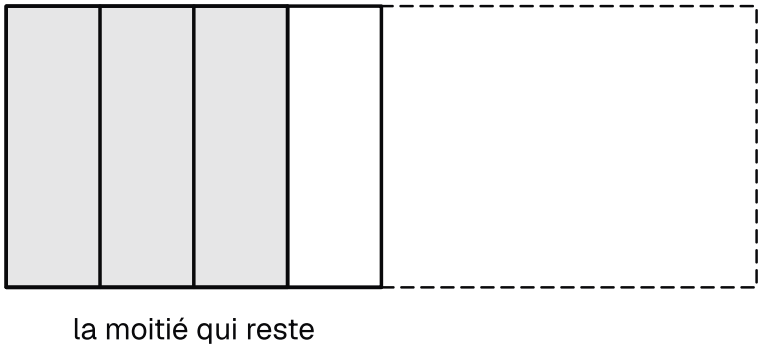
Dessine la tablette, colorie la moitié, puis partage cette moitié en 4 parts égales.

Correction

Partage la moitié de la tablette en 4 parts égales : chacune est un huitième de la tablette. Tu en manges 3, soit $\frac{3}{8}$ de la tablette.

Le calcul donne la même chose :

$$\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3 \times 1}{4 \times 2} = \frac{3}{8}$$



La moitié restante de la tablette, partagée en 4 parts égales dont 3 teintées : chaque part est un huitième de la tablette entière.

En clair : prendre une fraction d'une fraction, c'est partager une part en parts plus petites. On compte toutes les petites parts en multipliant les dénominateurs. On compte les petites parts prises en multipliant les numérateurs.

Propriété : Produit de deux écritures fractionnaires

Soit a, b, c et d des nombres entiers ou décimaux positifs, avec b et d non nuls. Pour multiplier deux écritures fractionnaires, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux :

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}.$$

En particulier, pour tout nombre entier ou décimal positif k, on a $k \times \frac{a}{b} = \frac{k \times a}{b}$: seul le numérateur est multiplié.

Remarque : Un résultat admis

Ce résultat est admis. Tu l'as observé en partageant une tablette de chocolat.

Exemple : Multiplier des fractions

On multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux :

$$\frac{2}{5} \times \frac{4}{3} = \frac{2 \times 4}{5 \times 3} = \frac{8}{15}$$

Pour un nombre multiplié par une fraction, seul le numérateur est multiplié :

$$4 \times \frac{2}{9} = \frac{4 \times 2}{9} = \frac{8}{9}$$

En effet, $4 \times \frac{2}{9}$, c'est quatre fois deux neuvièmes, donc huit neuvièmes.

Un nombre et une fraction

Attention : Nombre et fraction : seul le numérateur change

Pour multiplier un nombre entier par une fraction, on multiplie seulement le numérateur.

✗ $5 \times \frac{3}{8} = \frac{15}{40}$: le dénominateur a été multiplié lui aussi. Or $\frac{15}{40} = \frac{3}{8}$: rien n'a changé.

✓ $5 \times \frac{3}{8} = \frac{5 \times 3}{8} = \frac{15}{8}$.

Vérifie : Un nombre fois une fraction

Combien vaut $4 \times \frac{3}{11}$?

A. $\frac{12}{44}$

Faux.

Le dénominateur a été multiplié aussi. Or $\frac{12}{44} = \frac{3}{11}$: rien n'a changé.

B. $\frac{7}{11}$

Faux.

Tu as additionné : $4 + 3 = 7$. Ici, on multiplie.

C. $\frac{12}{11}$

Juste.

Oui : $4 \times \frac{3}{11} = \frac{4 \times 3}{11} = \frac{12}{11}$.

D. $\frac{3}{44}$

Faux.

Tu as multiplié seulement le dénominateur. C'est le numérateur qui doit l'être.

Indice 1

Seul le numérateur est multiplié par 4.

Correction

On multiplie seulement le numérateur : $4 \times \frac{3}{11} = \frac{4 \times 3}{11} = \frac{12}{11}$.

Simplifier avant de calculer

Méthode : Multiplier des écritures fractionnaires

1. **Écrire sans calculer.** Écris le produit des numérateurs sur le produit des dénominateurs, sans effectuer les multiplications.
2. **Simplifier.** Cherche un nombre qui divise un nombre du haut et un nombre du bas. Divise-les tous les deux par ce nombre.
3. **Calculer.** Effectue les multiplications qui restent.

Exemple : Exemple guidé : simplifier d'abord

On commence par un produit simple, écrit sans calculer :

$$\frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{4 \times 3}{9 \times 8}$$

On divise 4 et 8 par 4, puis 3 et 9 par 3 :

$$\frac{4 \times 3}{9 \times 8} = \frac{1 \times 1}{3 \times 2} = \frac{1}{6}$$

Avec de plus grands nombres, on écrit le produit des numérateurs sur le produit des dénominateurs, sans calculer :

$$\frac{6}{35} \times \frac{14}{9} = \frac{6 \times 14}{35 \times 9}$$

On écrit chaque nombre comme un produit : $6 = 2 \times 3$, $14 = 2 \times 7$, $35 = 5 \times 7$ et $9 = 3 \times 3$.

$$\frac{6 \times 14}{35 \times 9} = \frac{2 \times 3 \times 2 \times 7}{5 \times 7 \times 3 \times 3}$$

On simplifie par 3, puis par 7, présents en haut et en bas :

$$\frac{2 \times 3 \times 2 \times 7}{5 \times 7 \times 3 \times 3} = \frac{2 \times 2}{5 \times 3}$$

On calcule ce qui reste :

$$\frac{2 \times 2}{5 \times 3} = \frac{4}{15}$$

Fraction d'une quantité

Devine : Couper un ruban

Un ruban mesure 60 cm. Tu en coupes les $\frac{2}{5}$. Quelle longueur de ruban coupes-tu ?

A. 12 cm

Faux.

On a $60 \div 5 = 12$: 12 cm, c'est un seul cinquième du ruban. Tu en veux deux.

B. 24 cm

Juste.

Oui : un cinquième mesure 12 cm, donc deux cinquièmes mesurent 24 cm.

C. 150 cm

Faux.

Ce morceau serait plus long que le ruban entier : on doit trouver moins de 60 cm.

D. 30 cm

Faux.

30 cm, c'est la moitié du ruban. Or $\frac{2}{5}$ est plus petit que $\frac{1}{2}$.

Indice 1

Cherche d'abord la longueur d'un cinquième du ruban.

Correction

Un cinquième du ruban mesure $60 \div 5 = 12$ cm. Deux cinquièmes mesurent donc $2 \times 12 = 24$ cm.

Définition : Fraction d'une quantité

Soit a et b deux nombres entiers, avec b non nul, et Q une quantité : un nombre, une longueur, une masse, une somme d'argent. **Prendre les $\frac{a}{b}$ de Q**, c'est calculer le produit $\frac{a}{b} \times Q$.

D'après la règle du produit, ce nombre est égal à $\frac{a \times Q}{b}$.

Exemple : Calculer une fraction d'une quantité

Une bouteille contient 150 cL d'eau. On en verse les $\frac{3}{5}$ dans une carafe. On calcule :

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \times 150 &= \frac{3 \times 150}{5} \\ &= \frac{450}{5} = 90 \end{aligned}$$

On verse 90 cL dans la carafe.

On peut aussi diviser d'abord : $150 \div 5 = 30$, puis $3 \times 30 = 90$.

Une expression avec des fractions

Rappel du chapitre précédent : dans une expression, on calcule d'abord les parenthèses. Ensuite viennent les multiplications et les divisions, de gauche à droite. Enfin, on fait les additions et les soustractions de gauche à droite.

Méthode : Calculer une expression avec des fractions

1. **Repérer l'ordre.** Souligne ce qui se calcule en premier : parenthèses, puis multiplications et divisions, puis additions et soustractions.
2. **Une règle par ligne.** Fais une seule opération à chaque ligne et nomme la règle employée.
3. **Finir proprement.** Simplifie le résultat final.

Exemple : Exemple guidé : une expression

On calcule $A = \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \times \frac{2}{9}$. La multiplication passe avant l'addition. On écrit le produit sans calculer :

$$A = \frac{1}{2} + \frac{3 \times 2}{4 \times 9}$$

On divise 3 et 9 par 3, puis 2 et 4 par 2 :

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{2} + \frac{1 \times 1}{2 \times 3} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \end{aligned}$$

On écrit $\frac{1}{2}$ avec le dénominateur 6 :

$$A = \frac{3}{6} + \frac{1}{6}$$

On additionne les numérateurs :

$$A = \frac{4}{6}$$

On simplifie par 2 :

$$A = \frac{2}{3}$$

Rédiger et s'entraîner

Remarque : Coin devoir : une fraction d'une quantité

En devoir, on écrit le calcul complet, puis une phrase réponse avec l'unité. Un gâteau pèse 800 g et on en garde les $\frac{3}{8}$. Voici une rédaction modèle :

« $\frac{3}{8} \times 800 = \frac{3 \times 800}{8} = \frac{2\,400}{8} = 300$. On garde 300 g de gâteau. »

À toi : Une expression avec parenthèses

Calcule $B = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \times \frac{3}{5}$. Écris ta réponse avant de dévoiler la correction.

Indice 1

Commence par la parenthèse : c'est une somme de fractions.

Indice 2

Dans la parenthèse, prends le dénominateur 6 : $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ et $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$.

Indice 3

Point délicat : dans le produit, simplifie par 5 avant de calculer.

Réponse

On calcule d'abord la parenthèse, avec le dénominateur 6 :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} + \frac{1}{3} &= \frac{3}{6} + \frac{2}{6} \\ &= \frac{5}{6} \end{aligned}$$

On écrit ensuite le produit sans calculer :

$$B = \frac{5}{6} \times \frac{3}{5} = \frac{5 \times 3}{6 \times 5}$$

On simplifie par 5 :

$$B = \frac{3}{6}$$

On simplifie par 3 :

$$B = \frac{1}{2}$$

Conclusion. On obtient $B = \frac{1}{2}$.

Ce qu'il faut savoir faire

À la fin de ce chapitre, tu sais :

- écrire un quotient sous forme fractionnaire ;
- trouver une écriture égale et rendre entier un dénominateur décimal ;
- simplifier une fraction jusqu'à la rendre irréductible ;
- comparer et ranger des fractions ;
- additionner, soustraire et multiplier des fractions ;
- calculer une fraction d'une quantité et une expression avec priorités.

> **À retenir : Quelle technique pour quelle question ?**
>
> Pour comparer, additionner ou soustraire, on met d'abord les fractions au même dénominateur.
>
> Pour multiplier, ce n'est pas utile : on multiplie en haut et en bas. Pour une fraction d'une quantité, on multiplie la fraction par la quantité.

Le mot du prof : tu sais maintenant écrire un partage avec des nombres, et calculer avec ces nombres.

Garde une habitude : une seule règle par ligne de calcul. Tes résultats seront justes et faciles à relire.

SOURCES

Référentiel BURHAN du chapitre « Les nombres en écriture fractionnaire » (1ac · general · mathematiques)