BURHAN

Le triangle : angles, droites remarquables et cercles : exercices, niveau examen

1ère Année Collège · Mathématiques

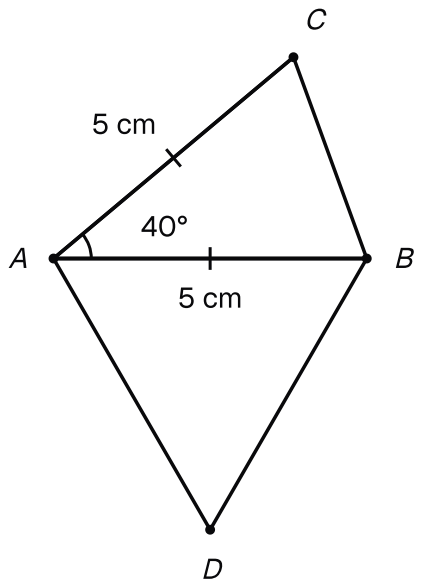
Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/le-triangle/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Le triangle : angles, droites remarquables et cercles	Niveau examen	5

Exercice 1 5 pts

Le logo d'un club

Le logo d'un club est formé de deux triangles. Le triangle ABC est isocèle en A, avec $AB = AC = 5$ cm et $\widehat{BAC} = 40°$. Le triangle ABD est équilatéral. Le point D est de l'autre côté de la droite (AB) par rapport à C. Fais une figure à main levée.



Le logo : le triangle ABC, isocèle en A, et le triangle équilatéral ABD, placé de l'autre côté de la droite (AB).

1. 1,5 pts

Calcule $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$.

INDICE

Outil : les angles à la base d'un triangle isocèle, puis la somme des angles.

2. 1 pts

Donne la mesure de $\widehat{BAD}$ et la longueur AD. Justifie.

INDICE

Outil : la définition et la propriété des angles d'un triangle équilatéral.

3. 1,5 pts

En déduire que le triangle ACD est isocèle en A. Calcule ensuite $\widehat{CAD}$, puis $\widehat{ACD}$.

INDICE

Début : compare AC et AD.

Point délicat : C et D sont de part et d'autre de (AB), donc $\widehat{CAD} = \widehat{CAB} + \widehat{BAD}$.

4. 1 pts

Le club voudrait aussi un triangle de côtés 5 cm, 5 cm et 10 cm. Est-ce possible ? Justifie.

INDICE

Outil : l'existence d'un triangle de côtés donnés.

Point délicat : regarde si la plus longue mesure atteint le total des deux autres.

Exercice 2 5 pts

Une fontaine dans un parc

Un parc a la forme d'un triangle EFG. Ses trois entrées sont aux sommets E, F et G. Sur le plan, $EF = 7$ cm, $EG = 5$ cm et $FG = 6$ cm.

1. 1 pts

Ce triangle peut-il être construit ? Justifie.

INDICE

Outil : l'inégalité triangulaire, appliquée à la plus grande longueur.

2. 1,5 pts

Construis le triangle EFG à la règle graduée et au compas. Tu n'as pas à rédiger le programme.

INDICE

Outil : la règle graduée et le compas.

Début : trace d'abord le plus long côté.

3. 1,5 pts

Construis le point O où se coupent les médiatrices de $[EF]$ et de $[EG]$. Justifie que $OE = OF = OG$.

INDICE

Outil : la propriété caractéristique de la médiatrice d'un segment, employée deux fois.

4. 1 pts

On veut une fontaine à la même distance des trois entrées. Où la placer ? Trace le cercle de centre O qui passe par E et mesure son rayon.

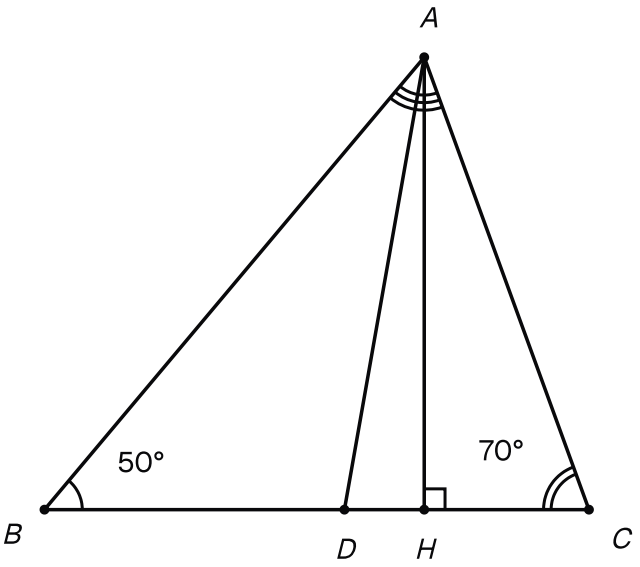
INDICE

Début : utilise le résultat de la question 3.

Exercice 3 — 5 pts

Une hauteur et une bissectrice issues du même sommet

Dans un triangle ABC, $\widehat{ABC} = 50°$ et $\widehat{ACB} = 70°$. La bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ coupe $[BC]$ en D. La hauteur issue de A coupe $[BC]$ en H. Fais une figure à main levée.



Le triangle ABC avec ses deux angles connus, la bissectrice [AD] de l'angle en A et la hauteur [AH], toutes deux arrêtées sur [BC].

1. — 1 pts

Calcule $\widehat{BAC}$.

INDICE

Outil : la somme des angles du triangle ABC.

2. — 1 pts

En déduire $\widehat{BAD}$.

INDICE

Outil : la définition de la bissectrice d'un angle.

3. — 1,5 pts

Calcule $\widehat{ADB}$.

INDICE

Début : travaille dans le triangle ABD ; l'angle en B vaut $\widehat{ABC}$, car D est sur $[BC]$.

4. 1,5 pts

Le triangle ABH est rectangle en H, et le point D est entre B et H. Calcule $\widehat{BAH}$, puis $\widehat{HAD}$.

INDICE

Outil : les deux angles aigus d'un triangle rectangle totalisent $90°$.

Point délicat : comme D est entre B et H, l'angle $\widehat{BAH}$ se partage en $\widehat{BAD}$ et $\widehat{HAD}$.

Exercice 4 5 pts

Le gabarit d'un menuisier

Un menuisier découpe un gabarit en bois en forme de triangle JKL. Sur son plan, $JK = 8$ cm, $\widehat{KJL} = 30°$ et $\widehat{JKL} = 60°$.

1. 1 pts

Calcule $\widehat{JLK}$. Que peux-tu dire du triangle JKL ?

INDICE

Outil : la somme des angles d'un triangle.

2. 1,5 pts

Construis le triangle JKL à la règle graduée et au rapporteur. Tu n'as pas à rédiger le programme. Contrôle ensuite l'angle en L.

INDICE

Début : trace d'abord le côté dont tu connais la longueur, puis un angle à chacune de ses extrémités, du même côté.

3. 1 pts

Le point O est le milieu de $[JK]$, et on admet que $KL = 4$ cm (contrôle-le sur ta figure). Justifie que le triangle OKL est isocèle en K, puis calcule ses angles en O et en L.

INDICE

Début : O est le milieu de $[JK]$, donc $OK = 8 \div 2$.

Ensuite : les angles à la base d'un triangle isocèle, puis la somme des angles.

4. 1,5 pts

En déduire que $OL = 4$ cm, puis que O est le centre du cercle circonscrit au triangle JKL.

INDICE

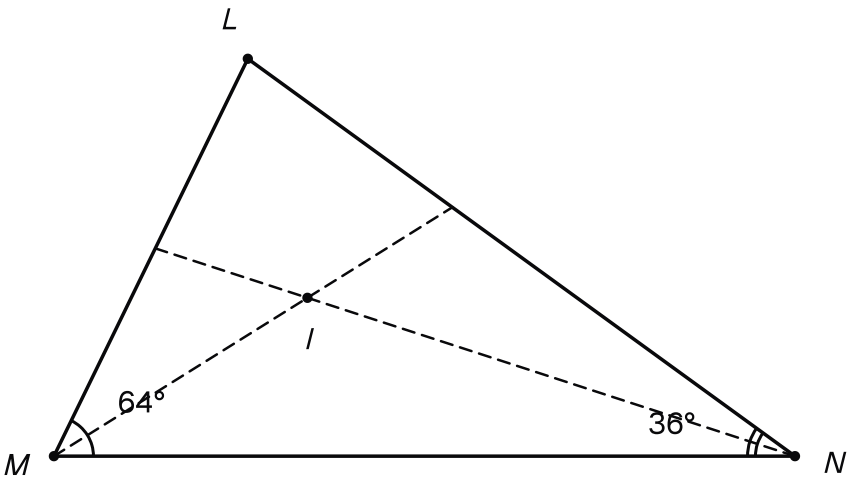
Point délicat : deux angles égaux dans un triangle donnent deux côtés égaux (propriété des angles d'un triangle isocèle, dans l'autre sens).

Ensuite : compare OJ, OK et OL.

Exercice 5 5 pts

Un autocollant rond sur un panneau

Un panneau a la forme d'un triangle LMN, avec $\widehat{LMN} = 64°$ et $\widehat{LNM} = 36°$. Les bissectrices des angles $\widehat{LMN}$ et $\widehat{LNM}$ se coupent en un point I, à l'intérieur du triangle. On veut coller un autocollant rond de centre I qui touche les trois bords du panneau. Fais une figure à main levée.



Le panneau LMN avec ses angles connus en M et en N, et les deux bissectrices issues de ces sommets, qui se croisent en I.

1. 1 pts

Calcule $\widehat{IMN}$ et $\widehat{INM}$.

INDICE

Outil : la définition de la bissectrice d'un angle.

2. 1 pts

En déduire $\widehat{MIN}$.

INDICE

Début : travaille dans le triangle IMN, avec les deux angles de la question 1.

3. 1,5 pts

Les trois bissectrices d'un triangle passent par un même point : celle de $\widehat{MLN}$ passe donc aussi par I. Calcule $\widehat{MLN}$, puis $\widehat{MLI}$ et $\widehat{LIM}$.

INDICE

Début : la somme des angles du triangle LMN, puis la définition de la bissectrice.

Point délicat : dans le triangle LIM, l'angle en M n'est pas $\widehat{LMN}$: pense à la bissectrice issue de M.

4. 1,5 pts

Sur le plan, le point I est à 2 cm de la droite (MN). À quelle distance est-il des droites (LM) et (LN) ? Justifie, puis donne le rayon de l'autocollant.

INDICE

Outil : la propriété caractéristique de la bissectrice, pour M puis pour N.

Point délicat : vérifie que I est à l'intérieur de chaque angle avant de l'utiliser.