BURHAN

Le triangle : angles, droites remarquables et cercles : exercices, entraînement

1ère Année Collège · Mathématiques

Corrigé détaillé en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/le-triangle/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Le triangle : angles, droites remarquables et cercles	Entraînement	7

Exercice 1

Le cadre d'un vélo

Le cadre d'un vélo est fait de deux triangles accolés. On le schématise ainsi : ABC est un triangle, et D est un point du segment $[BC]$. On sait que $\widehat{ABC} = 50°$, $\widehat{BAD} = 30°$ et $\widehat{ACB} = 60°$. Fais une figure à main levée et code les angles connus : écris sur ta figure la mesure de chacun.

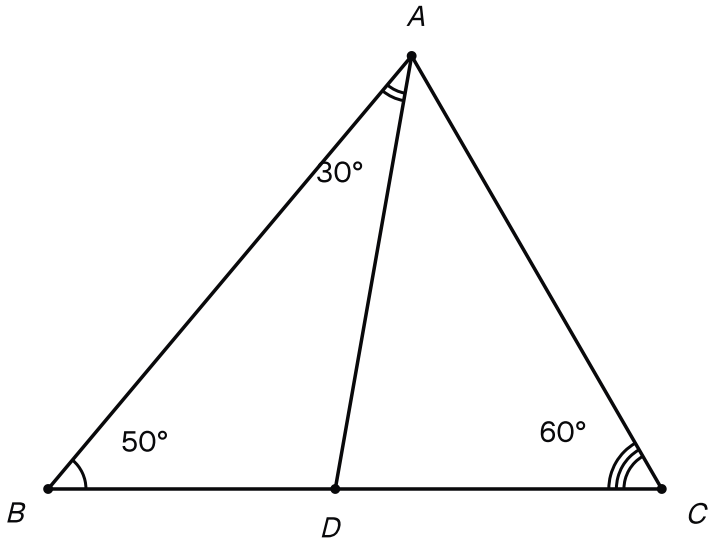


Schéma du cadre : le triangle ABC est partagé par le segment [AD], avec les trois angles connus de l'énoncé.

1.

Calcule $\widehat{ADB}$ dans le triangle ABD.

INDICE

Outil : la somme des angles du triangle ABD.

Début : comme D est sur $[BC]$, l'angle $\widehat{ABD}$ est le même que $\widehat{ABC}$.

2.

En déduire $\widehat{ADC}$.

INDICE

Outil : les points B, D et C sont alignés : l'angle plat $\widehat{BDC}$ mesure $180°$.

3.

Calcule $\widehat{DAC}$, puis $\widehat{BAC}$. Contrôle ton résultat avec le triangle ABC.

INDICE

Début : utilise la somme des angles du triangle ADC.

Ensuite : $\widehat{BAC} = \widehat{BAD} + \widehat{DAC}$.

Exercice 2

Un fanion reconnu par ses angles

Un fanion a la forme d'un triangle EFG. On mesure $\widehat{FEG} = 40°$, $\widehat{EFG} = 70°$ et $EF = 25$ cm.

1.

Calcule $\widehat{EGF}$.

INDICE

Outil : la somme des angles d'un triangle.

2.

La propriété des angles d'un triangle isocèle se lit aussi dans l'autre sens (résultat admis) : si deux angles d'un triangle ont la même mesure, ce triangle est isocèle. Ses deux côtés égaux partent alors du sommet du troisième angle. Avec cette règle, justifie en quelques lignes que le triangle EFG est isocèle. Précise son sommet principal.

INDICE

Début : cherche, avec la question 1, les deux angles qui ont la même mesure.

Ensuite : le sommet principal est celui de l'angle restant, ici $\widehat{FEG}$.

3.

En déduire la longueur EG. Le fanion est-il un triangle équilatéral ?

INDICE

Début : utilise l'égalité de la question 2.

Ensuite : combien mesure chaque angle d'un triangle équilatéral ?

Exercice 3

La distance entre deux villages

Trois villages A, B et C ne sont pas alignés. À vol d'oiseau, $AB = 7$ km et $AC = 4$ km. On cherche ce que peut valoir la distance BC.

1.

Justifie que $BC < 11$ km.

INDICE

Outil : l'inégalité triangulaire dans le triangle ABC, écrite pour le côté $[BC]$.

2.

Justifie que $BC > 3$ km.

INDICE

Début : le chemin direct de A à B est plus court que le détour par C. Écris-le : $7 < 4 + BC$.

Ensuite : quel nombre faut-il ajouter à 4 pour dépasser 7 ?

3.

On sait que BC est un nombre entier de kilomètres. Quelles valeurs sont possibles ?

INDICE

Début : regroupe les résultats des questions 1 et 2 : $3 < BC < 11$.

Exercice 4

Hauteurs d'un triangle à angle obtus

Sur du papier quadrillé à carreaux de 1 cm, choisis un point A sur une ligne du quadrillage. Le point B est sur cette même ligne, à 4 carreaux à droite de A. Le point C est à 6 carreaux à droite de A et à 3 carreaux au-dessus de la ligne. Trace le triangle ABC.

1.

L'angle $\widehat{ABC}$ est-il aigu, droit ou obtus ? Mesure-le au rapporteur.

INDICE

Outil : un angle obtus mesure plus de $90°$.

Point délicat : place le centre du rapporteur en B.

2.

Trace la hauteur issue de C. Où se trouve son pied H ? Donne la longueur CH.

INDICE

Outil : la définition d'une hauteur.

Point délicat : la hauteur est perpendiculaire à la droite (AB) ; prolonge le côté $[AB]$.

3.

Trace la hauteur issue de A. Elle coupe la droite (CH) en un point K. Où se trouve K ?

INDICE

Outil : le concours des hauteurs.

Point délicat : la hauteur issue de A est perpendiculaire à (BC) ; prolonge les droites au-delà du triangle.

4.

Contrôle : trace la hauteur issue de B. Passe-t-elle par K ?

INDICE

Outil : les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes.

Exercice 5

Un arroseur pour trois arbres

Dans un verger, trois arbres sont plantés en A, B et C. Sur le plan, quadrillé à carreaux de 1 cm, B est à 8 carreaux à droite de A, sur la même ligne. Le point C est à 6 carreaux à droite de A et à 6 carreaux au-dessus. Sur ce plan, 1 cm représente 10 m. On veut placer un arroseur à la même distance des trois arbres.

1.

Construis le point O où se coupent la médiatrice de $[AB]$ et celle de $[BC]$.

INDICE

Outil : la construction d'une médiatrice au compas : deux arcs de même rayon, centrés aux extrémités.

Point délicat : si le rayon est trop petit, les arcs ne se croisent pas.

2.

Justifie en quelques lignes que O est à la même distance des trois arbres.

INDICE

Début : O est sur la médiatrice de $[AB]$; que peux-tu dire de OA et de OB ?

Ensuite : fais de même avec $[BC]$.

3.

Sur le plan, mesure OA au millimètre près. Quelle est la distance réelle entre l'arroseur et chaque arbre ?

INDICE

Début : sur le plan, 1 cm représente 10 m.

Exercice 6

Des lampadaires entre deux routes

Deux routes droites partent d'un carrefour O. Elles suivent les demi-droites $[Ox)$ et $[Oy)$, avec $\widehat{xOy} = 70°$. On veut placer des lampadaires entre les deux routes, chacun à la même distance des deux routes.

1.

Construis l'angle $\widehat{xOy}$, puis sa bissectrice $[Oz)$ au compas. Quelle est la mesure de $\widehat{xOz}$?

INDICE

Outil : la définition de la bissectrice.

Début : un arc de centre O coupe $[Ox)$ et $[Oy)$.

2.

Un lampadaire L est placé sur $[Oz)$, à 6 m de la route (Ox). À quelle distance est-il de la route (Oy) ? Justifie.

INDICE

Outil : la propriété caractéristique de la bissectrice, dans le sens « sur la bissectrice, donc à égale distance ».

Point délicat : elle s'applique à un point situé à l'intérieur de l'angle.

3.

Un point N, entre les deux routes, est à 4 m de (Ox) et à 7 m de (Oy). Est-il sur la bissectrice ? Justifie.

INDICE

Début : suppose que N soit sur la bissectrice ; que vaudraient ses deux distances ?

Point délicat : compare avec les distances données.

Exercice 7

Un bassin rond dans un terrain

Un terrain a la forme d'un triangle ABC. Sur le plan, 1 cm représente 10 m. Trace un angle droit de sommet A. Place B sur un côté de cet angle, à 4 cm de A, et C sur l'autre côté, à 3 cm de A. On veut creuser un bassin rond qui touche les trois bords du terrain.

1.

Construis les bissectrices des angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABC}$. Nomme I leur point d'intersection.

INDICE

Outil : la bissectrice au compas ou au rapporteur.

Point délicat : l'angle en A est droit ; sa bissectrice fait $45°$ avec chaque côté.

2.

On note E, F et G les pieds des perpendiculaires à (BC), (AC) et (AB) passant par I. Justifie que $IF = IG$, puis que $IG = IE$.

INDICE

Outil : la propriété caractéristique de la bissectrice.

Début : I est sur la bissectrice issue de A ; à quelles droites est-il à égale distance ?

Point délicat : vérifie d'abord que I est à l'intérieur de l'angle.

3.

Trace le cercle de centre I et de rayon IE. Quel est le rayon réel du bassin ?

INDICE

Début : repars de l'égalité obtenue à la question 2.

Ensuite : mesure IE sur le plan, puis applique l'échelle.