BURHAN

Le cercle : exercices, niveau examen

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/le-cercle/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Le cercle	Niveau examen	5

Exercice 1 4 pts

Un diamètre et trois points

Sur ton cahier, trace un segment $[AB]$ de longueur 6 cm. On appelle $(\mathcal{C})$ le cercle de diamètre $[AB]$.

1 1,5 pts

Construis le cercle $(\mathcal{C})$. Donne son centre O et son rayon.

INDICE

Outil : que sais-tu du centre et du rayon d'un cercle dont on connaît un diamètre ?

CORRIGÉ

Centre et rayon. D'après la propriété du diamètre, le centre O est le milieu de $[AB]$, et le rayon est la moitié de AB : $6 \div 2 = 3$, donc $r = 3$ cm.

Tracé. On place O sur $[AB]$, à 3 cm de A. On ouvre le compas de 3 cm, on pique la pointe sèche en O et on trace le cercle.

Figure obtenue : un cercle de centre O et de rayon 3 cm, qui passe par A et par B.

Conclusion. Le cercle $(\mathcal{C})$ a pour centre le milieu O de $[AB]$, et son rayon mesure 3 cm.

2 1 pts

Place un point E tel que $OE = 2$ cm et un point G tel que $OG = 4$ cm. Situe E et G par rapport au cercle. Justifie.

INDICE

Ensuite : compare chaque distance au rayon trouvé à la question 1.

CORRIGÉ

D'après la question 1, le rayon est $r = 3$ cm. D'après la définition du cercle, on situe chaque point en comparant sa distance au centre et le rayon :

- $OE = 2$ cm et $2 < 3$, donc $OE < r$: le point E est à l'intérieur du cercle ;
- $OG = 4$ cm et $4 > 3$, donc $OG > r$: le point G est à l'extérieur du cercle.

Conclusion. Le point E est à l'intérieur de $(\mathcal{C})$, et le point G est à l'extérieur.

3 — 1,5 pts

Place un point M sur $(\mathcal{C})$, différent de A et de B. Donne la longueur OM. La médiatrice du segment $[AM]$ passe-t-elle par O ? Justifie, sans la tracer.

INDICE

Outil : quelle propriété du cours parle de la médiatrice d'un segment dont les deux bouts sont sur un cercle ?

CORRIGÉ

Longueur OM. Le point M est sur le cercle. D'après la définition du cercle, $OM = r$, donc $OM = 3$ cm.

Médiatrice de $[AM]$. Les points A et M sont tous les deux sur $(\mathcal{C})$: le segment $[AM]$ est une corde de ce cercle. D'après la propriété de la médiatrice d'une corde, la médiatrice de $[AM]$ passe par le centre O.

Conclusion. On a $OM = 3$ cm, et la médiatrice de $[AM]$ passe bien par O.

Exercice 2 — 5 pts

Un cercle qui passe par trois points

Sur ton cahier, trace un segment $[AE]$ de longueur 6 cm.

1 — 1,5 pts

Place un point B tel que $AB = 5$ cm et $EB = 4$ cm. Explique ta construction.

INDICE

Outil : chaque distance donnée se traduit par un cercle.

CORRIGÉ

Construction.

1. On trace le cercle de centre A et de rayon 5 cm.
2. On trace le cercle de centre E et de rayon 4 cm.
3. Ces deux cercles ont deux points communs, un de chaque côté de la droite (AE). On en choisit un : c'est le point B.

Justification. Le point B est sur les deux cercles. D'après la définition du cercle, $AB = 5$ cm et $EB = 4$ cm.

Conclusion. Le point B, commun aux deux cercles, est bien à 5 cm de A et à 4 cm de E.

2 — 1,5 pts

Construis la médiatrice de $[AB]$ et la médiatrice de $[BE]$. Elles se coupent en un point que tu appelles O.

INDICE

Outil : la médiatrice d'un segment le coupe en son milieu, à angle droit.

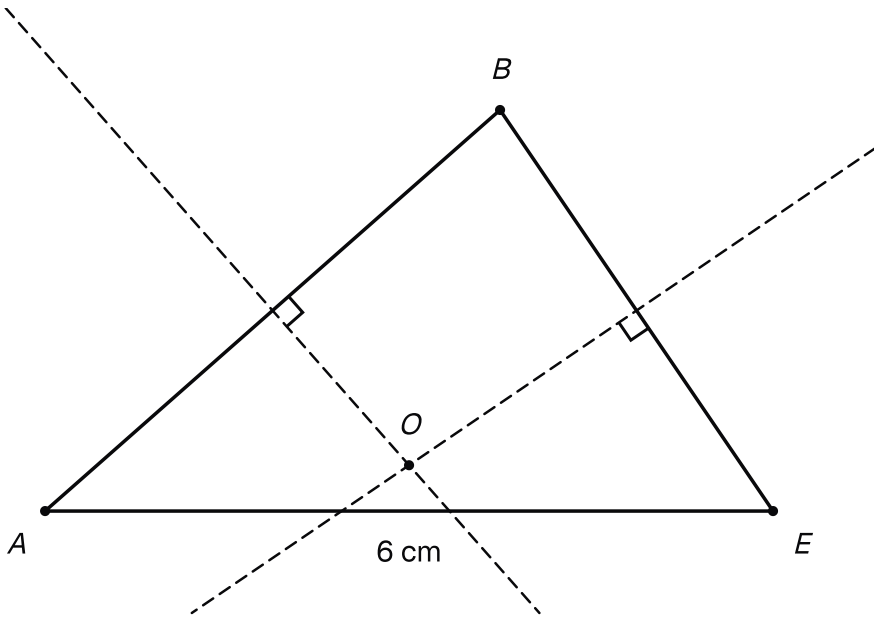
CORRIGÉ

Médiatrice de $[AB]$. Comme $AB = 5$ cm, le milieu de $[AB]$ est à $2{,}5$ cm de A. On le place, puis on trace à l'équerre la perpendiculaire à (AB) en ce milieu.

Médiatrice de $[BE]$. Comme $BE = 4$ cm, le milieu de $[BE]$ est à 2 cm de B. On le place, puis on trace de la même façon la perpendiculaire à (BE) en ce milieu.

Figure obtenue : les deux médiatrices se coupent en un point O. Sur la figure, O est à l'intérieur du triangle ABE ; cette observation n'est pas notée.

Conclusion. Les médiatrices de $[AB]$ et de $[BE]$ sont construites ; leur point d'intersection est O.



Le triangle ABE de côtés 6 cm, 5 cm et 4 cm, et les médiatrices de [AB] et de [BE], qui se croisent en O.

3 2 pts

Justifie que $OA = OB = OE$. Que peux-tu dire du cercle de centre O et de rayon OA ?

INDICE

Outil : quelle propriété relie un point de la médiatrice d'un segment et les deux extrémités de ce segment ?

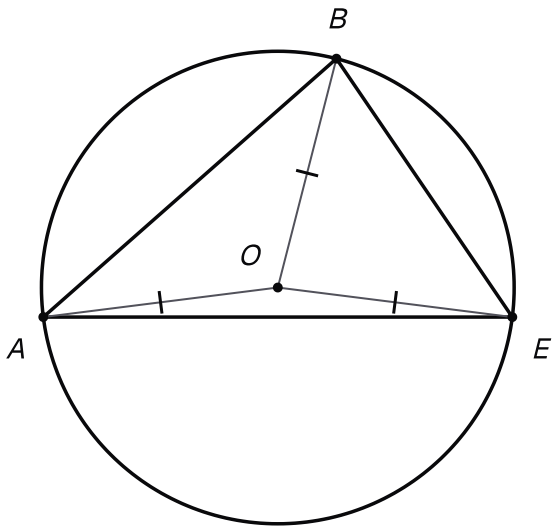
CORRIGÉ

Première égalité. Le point O est sur la médiatrice de $[AB]$. D'après la propriété de la médiatrice d'un segment, $OA = OB$.

Seconde égalité. Le point O est aussi sur la médiatrice de $[BE]$. Pour la même raison, $OB = OE$.

Le cercle. Les deux égalités donnent $OA = OB = OE$. D'après la définition du cercle, les trois points A, B et E sont donc sur le cercle de centre O et de rayon OA.

Conclusion. On a $OA = OB = OE$: le cercle de centre O et de rayon OA passe par A, par B et par E. C'est le cercle circonscrit au triangle ABE.



Le point O obtenu à la question 2 est à la même distance de A, de B et de E : le cercle de centre O passe par les trois sommets.

Exercice 3 — 4 pts

Une tangente et un diamètre

Trace un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de rayon 4 cm. Place un point A sur $(\mathcal{C})$.

1 — 1,5 pts

Construis la tangente (T) au cercle en A. Explique ta construction et justifie.

INDICE

Outil : relis la définition de la tangente en un point du cercle.

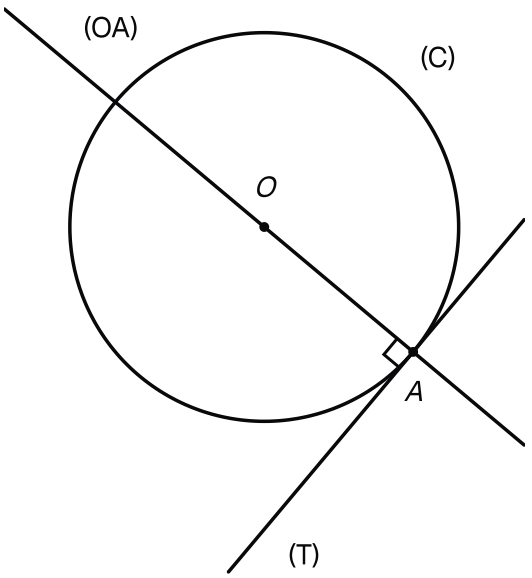
CORRIGÉ

Construction. On trace la droite (OA) à la règle. Avec l'équerre, on trace la droite (T) qui passe par A et qui est perpendiculaire à (OA).

Figure obtenue : (T) touche le cercle au point A et fait un angle droit avec le rayon $[OA]$.

Justification. La droite (T) passe par le point A du cercle, et $(T) \perp (OA)$. D'après la définition de la tangente, (T) est la tangente au cercle en A.

Conclusion. La droite (T) ainsi construite est la tangente à $(\mathcal{C})$ au point A.



Construction attendue : la droite (OA), puis la tangente (T) tracée à l'équerre en A, sur le cercle (C) de rayon 4 cm.

2 — 1,5 pts

Place sur (T) un point B tel que $AB = 2$ cm. Le point B est-il sur le cercle ? Justifie.

INDICE

Ensuite : quelle propriété du cours parle des points d'une tangente autres que A ?

CORRIGÉ

Le point B est sur (T). Il est différent de A, puisque $AB = 2$ cm.

D'après la propriété de la tangente, tous les points de (T) autres que A sont à l'extérieur du cercle. Donc B est à l'extérieur du cercle, et $OB > 4$ cm.

Conclusion. Non, le point B n'est pas sur le cercle : il est à l'extérieur.

3 — 1 pts

La droite (OA) coupe le cercle en un second point A'. Quelle est la longueur AA' ? Justifie.

INDICE

Outil : pense au nom d'une corde particulière et à la propriété qui donne sa longueur.

CORRIGÉ

Position de A'. Les points A et A' sont sur le cercle et sur la droite (OA). Ils sont tous les deux à 4 cm de O sans être confondus : ils sont donc de part et d'autre de O, et le segment $[AA']$ passe par O.

Nature de $[AA']$. Ce segment relie deux points du cercle et passe par le centre. D'après la définition, $[AA']$ est un diamètre.

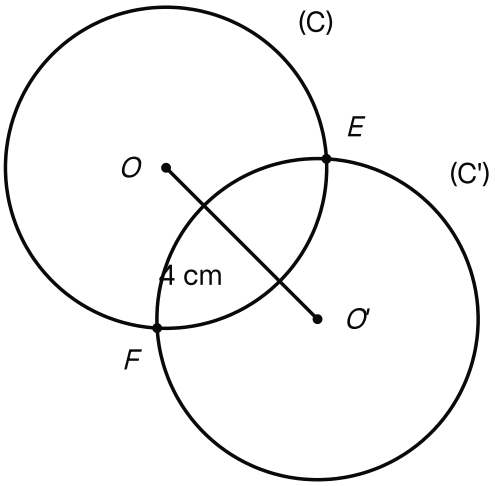
Longueur. D'après la propriété du diamètre, $AA' = 2 \times 4 = 8$, soit $AA' = 8$ cm.

Conclusion. Le segment $[AA']$ est un diamètre du cercle, et AA' mesure 8 cm.

Exercice 4 — 4 pts

Deux cercles et leur corde commune

Sur ton cahier, place deux points O et O' tels que $OO' = 4$ cm. Trace le cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de rayon 3 cm, puis le cercle $(\mathcal{C}')$ de centre O' et de rayon 3 cm. Les deux cercles se coupent en deux points E et F.



Les deux cercles (C) et (C') de même rayon 3 cm, de centres O et O' distants de 4 cm, et leurs points communs E et F.

1 — 1 pts

Justifie que $OE = O'E$. En déduire que le point E est sur la médiatrice du segment $[OO']$.

INDICE

Outil : le point E est sur les deux cercles à la fois : relis la définition du cercle.

Ensuite : quelle propriété parle d'un point à la même distance des deux extrémités d'un segment ?

CORRIGÉ

Figure obtenue : deux cercles de rayon 3 cm. Ils se coupent en deux points E et F, de part et d'autre de la droite (OO').

Égalité. Le point E est sur $(\mathcal{C})$ et sur $(\mathcal{C}')$. D'après la définition du cercle, $OE = 3$ cm et $O'E = 3$ cm, donc $OE = O'E$.

Médiatrice. Le point E est à la même distance de O et de O'. D'après la propriété de la médiatrice d'un segment, E est sur la médiatrice de $[OO']$.

Conclusion. On a $OE = O'E$, et le point E appartient à la médiatrice du segment $[OO']$.

2 — 1,5 pts

Le segment $[EF]$ est une corde de $(\mathcal{C})$ et une corde de $(\mathcal{C}')$. En déduire que la médiatrice de $[EF]$ est la droite (OO'). Justifie, sans la tracer.

INDICE

Outil : quelle propriété du cours parle de la médiatrice d'une corde ? Applique-la à chacun des deux cercles.

CORRIGÉ

Dans le cercle $(\mathcal{C})$. Les points E et F sont sur $(\mathcal{C})$: $[EF]$ est une corde de $(\mathcal{C})$. D'après la propriété de la médiatrice d'une corde, la médiatrice de $[EF]$ passe par le centre O.

Dans le cercle $(\mathcal{C}')$. De même, $[EF]$ est une corde de $(\mathcal{C}')$, donc sa médiatrice passe aussi par le centre O'.

Une seule droite. Les points O et O' sont distincts, car $OO' = 4$ cm. Par deux points distincts, il ne passe qu'une seule droite.

Conclusion. La médiatrice de $[EF]$ passe par O et par O' : la médiatrice de $[EF]$ est la droite (OO').

3 — 1,5 pts

Le cercle $(\mathcal{C})$ coupe le segment $[OO']$ en un point M. Calcule $O'M$, puis situe M par rapport au cercle $(\mathcal{C}')$. Justifie.

INDICE

Ensuite : le point M est à la fois sur $(\mathcal{C})$ et sur le segment $[OO']$; compare enfin $O'M$ au rayon de $(\mathcal{C}')$.

CORRIGÉ

Calcul de $O'M$. Le point M est sur $(\mathcal{C})$. D'après la définition du cercle, $OM = 3$ cm.

Le point M est aussi sur le segment $[OO']$, donc $OM + O'M = OO'$. On en tire $O'M = 4 - 3 = 1$, soit $O'M = 1$ cm.

Position de M. Le rayon de $(\mathcal{C}')$ est 3 cm. On a $O'M = 1$ cm et $1 < 3$, donc $O'M < 3$ cm. D'après la définition du cercle, le point M est à l'intérieur du cercle $(\mathcal{C}')$.

Conclusion. On a $O'M = 1$ cm, et le point M est à l'intérieur de $(\mathcal{C}')$.

Exercice 5 — 5 pts

Une corde, son milieu et une tangente

Trace un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de rayon 5 cm. Place sur ce cercle deux points E et F tels que $EF = 8$ cm. On appelle H le milieu du segment $[EF]$.

1 — 1,5 pts

Calcule EH. Le segment $[EF]$ est-il un diamètre du cercle ? Justifie.

INDICE

Outil : combien mesurerait $[EF]$ si c'était un diamètre ? Pense à la propriété du diamètre.

CORRIGÉ

Calcul de EH. Le point H est le milieu de $[EF]$, donc $EH = 8 \div 2 = 4$, soit $EH = 4$ cm.

Un diamètre ? Si $[EF]$ était un diamètre, alors, d'après la propriété du diamètre, on aurait $EF = 2 \times 5 = 10$ cm. Or $EF = 8$ cm et 8 est différent de 10 : le segment $[EF]$ n'est pas un diamètre.

C'est donc une corde qui ne passe pas par O. Le point H est sur $[EF]$, donc H est différent de O.

Conclusion. On a $EH = 4$ cm, et le segment $[EF]$ n'est pas un diamètre du cercle.

2 — 2 pts

En déduire que la droite (OH) est perpendiculaire à la droite (EF). Justifie, sans tracer de médiatrice.

INDICE

Outil : la médiatrice de $[EF]$ passe par deux points que tu connais déjà : lesquels ?

CORRIGÉ

Deux points de la médiatrice. La médiatrice de $[EF]$ passe par le milieu H de ce segment. Les extrémités E et F sont sur le cercle : $[EF]$ est une corde. D'après la propriété de la médiatrice d'une corde, sa médiatrice passe aussi par le centre O.

La droite (OH). D'après la question 1, O et H sont deux points distincts. Par deux points distincts, il ne passe qu'une seule droite : la médiatrice de $[EF]$ est la droite (OH).

Perpendicularité. Une médiatrice est perpendiculaire à son segment, donc $(OH) \perp (EF)$.

Conclusion. La droite (OH) est perpendiculaire à la droite (EF).

3 1,5 pts

La droite (OH) coupe le cercle en deux points ; on appelle P celui qui est du même côté de O que H. Construis la tangente (T) au cercle en P. Les droites (T) et (EF) sont-elles parallèles ? Justifie.

INDICE

Point délicat : cherche une droite à laquelle (T) et (EF) sont toutes les deux perpendiculaires.

CORRIGÉ

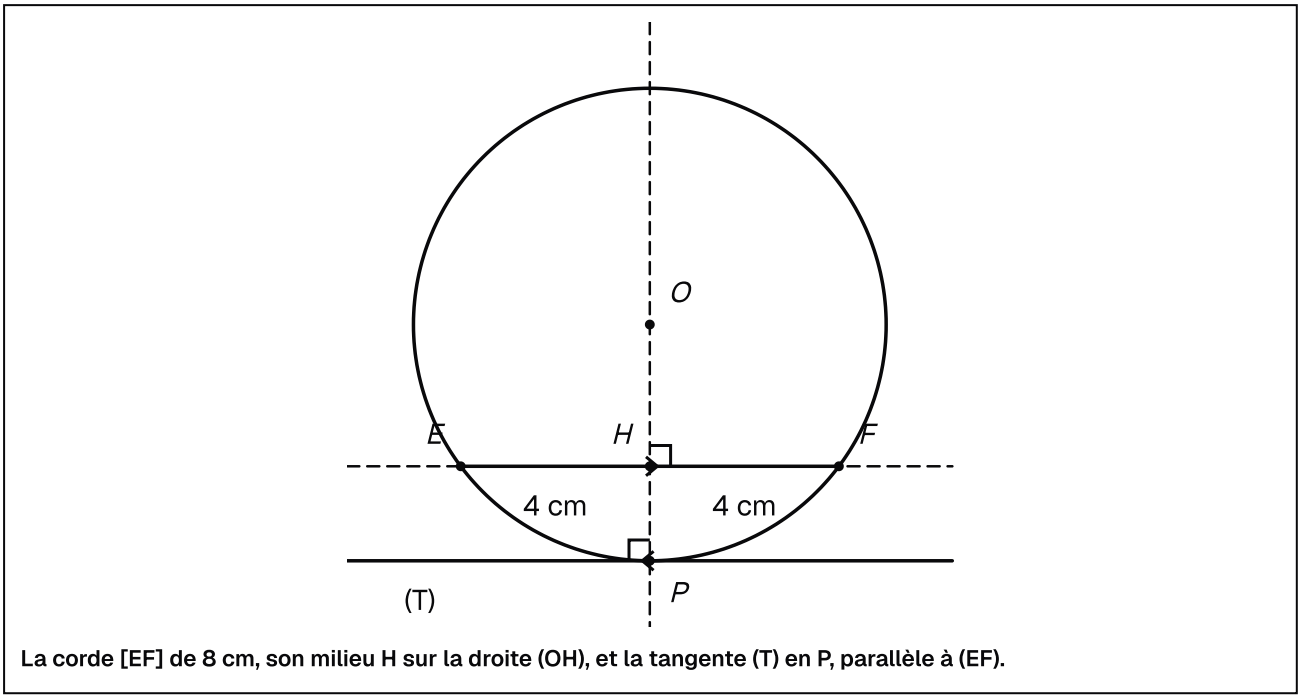
Construction. À l'équerre, on trace la droite (T) qui passe par P et qui est perpendiculaire à (OP).

Figure obtenue : (T) touche le cercle au point P, du même côté de O que la corde $[EF]$, et ne coupe pas cette corde.

Deux perpendiculaires. D'après la définition de la tangente, $(T) \perp (OP)$. Le point P est sur la droite (OH), donc la droite (OP) est la droite (OH), et $(T) \perp (OH)$. D'après la question 2, on a aussi $(EF) \perp (OH)$.

Parallélisme. Deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles : $(T) \parallel (EF)$.

Conclusion. Oui, les droites (T) et (EF) sont parallèles.



La corde [EF] de 8 cm, son milieu H sur la droite (OH), et la tangente (T) en P, parallèle à (EF).