BURHAN

Le cercle : exercices, application

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/le-cercle/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Le cercle	Application	8

Exercice 1

Dedans, dessus ou dehors ?

Le cercle $(\mathcal{C})$ a pour centre O et pour rayon 5 cm. On a mesuré : $OA = 3$ cm, $OB = 5$ cm et $OE = 6$ cm.

1

Compare chacune des longueurs OA, OB et OE au rayon du cercle.

INDICE

Outil : le rayon est $r = 5$ cm. Pour chaque longueur, demande-toi si elle est plus petite que 5 cm, égale à 5 cm ou plus grande.

CORRIGÉ

Le rayon du cercle est $r = 5$ cm. On compare chaque longueur à 5 cm :

- $OA = 3$ cm et $3 < 5$, donc $OA < r$.
- $OB = 5$ cm, donc $OB = r$.
- $OE = 6$ cm et $6 > 5$, donc $OE > r$.

Conclusion. La longueur OA est plus petite que le rayon, OB est égale au rayon et OE est plus grande que le rayon.

2

Pour chacun des points A, B et E, dis s'il est sur le cercle, à l'intérieur ou à l'extérieur. Justifie.

INDICE

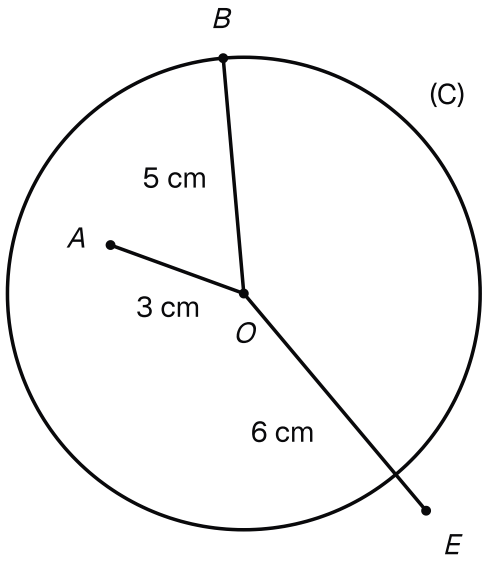
Ensuite : la définition du cercle relie la comparaison au rayon et la place du point.

CORRIGÉ

La place d'un point se lit sur la comparaison de la question 1. D'après la définition du cercle :

- $OA < r$, donc le point A est à l'intérieur du cercle ;
- $OB = r$, donc le point B est sur le cercle ;
- $OE > r$, donc le point E est à l'extérieur du cercle.

Conclusion. Le point A est à l'intérieur du cercle, le point B est sur le cercle et le point E est à l'extérieur.



Le cercle (C) de rayon 5 cm : A, à 3 cm de O, est dedans ; B, à 5 cm, est sur la ligne ; E, à 6 cm, est dehors.

Exercice 2

La pizza, son rayon et son diamètre

Une pizza est ronde : son bord est un cercle. Le centre de ce cercle est le centre de la pizza.

1

Une grande pizza a un diamètre de 30 cm. Quel est son rayon ?

INDICE

Outil : que sais-tu du lien entre le rayon et le diamètre ?

CORRIGÉ

D'après la propriété du diamètre, le diamètre est le double du rayon. À l'inverse, le rayon est la moitié du diamètre.

On divise donc le diamètre par deux :

$$30 \div 2 = 15$$

Conclusion. Le rayon de la grande pizza mesure 15 cm.

2

Une petite pizza a un rayon de 12 cm. Quel est son diamètre ?

INDICE

Outil : relis la propriété du diamètre : comment passe-t-on du rayon au diamètre ?

CORRIGÉ

D'après la propriété du diamètre, le diamètre est le double du rayon. On multiplie donc le rayon par deux :

$$2 \times 12 = 24$$

Conclusion. Le diamètre de la petite pizza mesure 24 cm.

3

On coupe la grande pizza d'un bord à l'autre, par une coupe droite qui passe par le centre. Quelle est la longueur de cette coupe ?

INDICE

Point délicat : une coupe droite qui va d'un point du bord à un autre en passant par le centre a un nom précis.

CORRIGÉ

La coupe relie un point du bord à un autre point du bord : d'après la définition, c'est une corde.

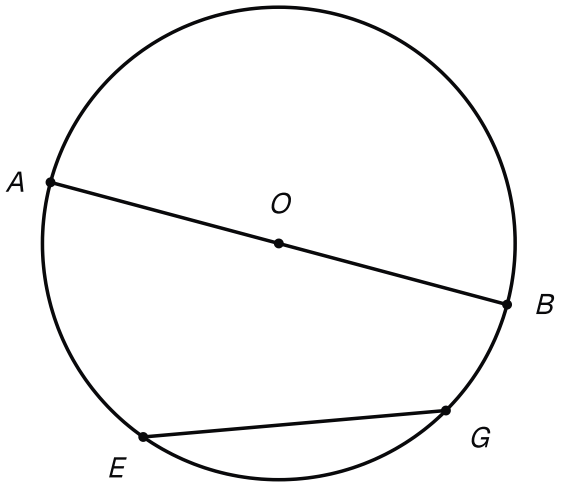
Cette corde passe aussi par le centre de la pizza. D'après la définition, c'est un diamètre. Sa longueur est le diamètre de la grande pizza, donné à la question 1.

Conclusion. La coupe mesure 30 cm.

Exercice 3

Rayon, corde ou diamètre ?

Trace sur ton cahier un cercle de centre O. Place sur ce cercle quatre points A, B, E et G tels que : le segment $[AB]$ passe par O, et le segment $[EG]$ ne passe pas par O.



La figure à reproduire : quatre points A, B, E et G sur le cercle de centre O, [AB] traversant O et [EG] passant loin de lui.

1

Quelle est la nature du segment $[OE]$? Justifie.

INDICE

Outil : regarde ses deux extrémités : laquelle est le centre, laquelle est sur le cercle ?

CORRIGÉ

Le segment $[OE]$ a pour extrémités le centre O et le point E, placé sur le cercle.

D'après la définition, un segment qui relie le centre à un point du cercle est un rayon.

Conclusion. Le segment $[OE]$ est un rayon du cercle.

2

Quelle est la nature du segment $[EG]$? Est-ce un diamètre ?

INDICE

Point délicat : pour être un diamètre, une corde doit contenir le centre.

CORRIGÉ

Les deux extrémités E et G sont sur le cercle. D'après la définition, $[EG]$ est une corde.

Un diamètre est une corde qui contient le centre. Or $[EG]$ ne passe pas par O.

Conclusion. Le segment $[EG]$ est une corde, mais ce n'est pas un diamètre.

3

Quelle est la nature du segment $[AB]$? Où se trouve le point O sur ce segment ?

INDICE

Ensuite : une corde qui passe par le centre porte un nom particulier ; pense ensuite à la propriété du diamètre.

CORRIGÉ

Les points A et B sont sur le cercle, et le segment $[AB]$ passe par le centre O. D'après la définition, $[AB]$ est un diamètre.

D'après la propriété du diamètre, tout diamètre a pour milieu le centre du cercle. Donc O est le milieu de $[AB]$.

Conclusion. Le segment $[AB]$ est un diamètre, et le point O se trouve en son milieu.

Exercice 4

Un cercle de diamètre donné

Sur ton cahier, trace un segment $[MN]$ de longueur 8 cm. Tu vas tracer le cercle de diamètre $[MN]$.

1

Où se trouve le centre de ce cercle ? Quel est son rayon ?

INDICE

Outil : le centre d'un cercle est le milieu de chacun de ses diamètres.

CORRIGÉ

Centre. D'après la propriété du diamètre, le centre du cercle est le milieu du diamètre $[MN]$. On appelle I ce milieu.

Rayon. Le rayon est la moitié du diamètre :

$$8 \div 2 = 4$$

Donc $IM = IN = 4$ cm.

Conclusion. Le centre du cercle est le milieu I du segment $[MN]$, et le rayon mesure 4 cm.

2

Trace ce cercle. Dis en une phrase par quels points du segment $[MN]$ il passe.

INDICE

Début : place d'abord le milieu I avec la règle graduée, puis règle l'ouverture du compas sur le rayon, pas sur le diamètre.

CORRIGÉ

Tracé. Avec la règle graduée, on place I sur $[MN]$, à 4 cm de M. On ouvre le compas de 4 cm, on pique la pointe sèche en I et on trace le cercle.

Figure obtenue : un cercle de centre I et de rayon 4 cm. Il passe par M et par N, puisque ces deux points sont à 4 cm de I.

Conclusion. Le cercle passe par les deux extrémités M et N du segment. Le segment $[MN]$ le traverse en passant par son centre : c'est un diamètre de 8 cm.

Exercice 5

Construire une tangente

Trace un cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de rayon 3 cm. Place un point A sur ce cercle.

1

Construis la tangente (T) au cercle en A. Explique ta construction, puis dis en une phrase ce que tu observes au point A.

INDICE

Outil : la tangente en A est perpendiculaire, au point A, à la droite qui joint le centre au point A.

CORRIGÉ

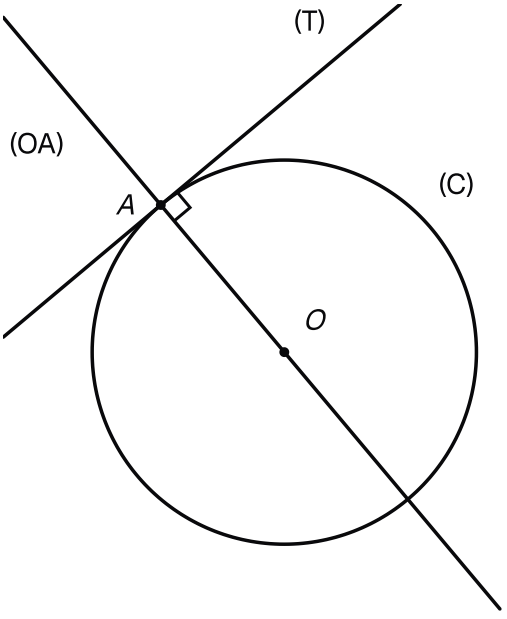
Construction. On procède en deux gestes :

1. On trace la droite (OA) à la règle.
2. On pose l'équerre le long de (OA), l'angle droit au point A. On trace la perpendiculaire à (OA) qui passe par A, et on la nomme (T).

Figure obtenue : la droite (T) touche le cercle au point A. Elle forme un angle droit avec le rayon $[OA]$.

Justification. La droite (T) passe par A et elle est perpendiculaire à (OA). D'après la définition de la tangente, (T) est la tangente au cercle en A.

Conclusion. La droite (T) construite est la tangente en A ; au point A, elle fait un angle droit avec le rayon $[OA]$.



La tangente (T) en A au cercle de rayon 3 cm, perpendiculaire à la droite (OA) au point A.

2

Place un point K sur (T), différent de A. Le point K peut-il être sur le cercle ?

INDICE

Point délicat : pense à la propriété de la tangente : combien de points communs a-t-elle avec le cercle ?

CORRIGÉ

D'après la propriété de la tangente, (T) n'a qu'un seul point commun avec le cercle : le point A. Ses autres points sont tous à l'extérieur du cercle.

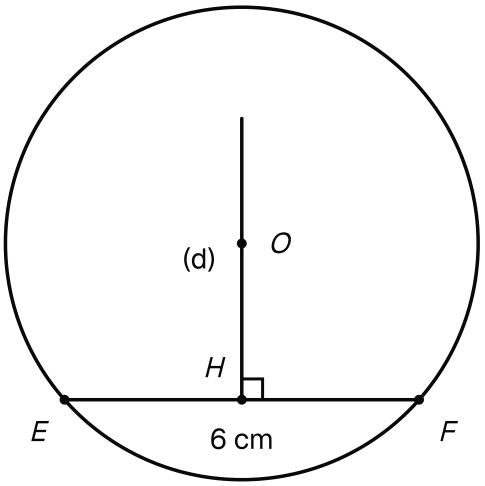
Le point K est sur (T) et il est différent de A. Il est donc à l'extérieur du cercle : sa distance au centre dépasse le rayon, et $OK > 3$ cm.

Conclusion. Non, le point K ne peut pas être sur le cercle : il est à l'extérieur.

Exercice 6

Le milieu d'une corde

Le cercle $(\mathcal{C})$ a pour centre O. La corde $[EF]$ de ce cercle mesure 6 cm. La droite (d) passe par O et elle est perpendiculaire à la droite (EF). Elle coupe $[EF]$ au point H.



Les données : la corde [EF] de 6 cm et la droite (d), menée par O perpendiculairement à (EF), qui la rencontre en H.

1

Que représente le point H pour le segment $[EF]$? Justifie.

INDICE

Outil : cherche la propriété qui parle d'une perpendiculaire à une corde, tracée depuis le centre.

CORRIGÉ

Le segment $[EF]$ est une corde du cercle. La droite (d) passe par le centre O, et $(d) \perp (EF)$.

D'après la propriété de la perpendiculaire à une corde, (d) est alors la médiatrice de $[EF]$. Elle coupe la corde en son milieu, et ce point d'intersection est H.

Conclusion. Le point H est le milieu du segment $[EF]$.

2

Calcule la longueur EH.

INDICE

Ensuite : que sais-tu des deux morceaux d'un segment coupé en son milieu ?

CORRIGÉ

D'après la question 1, H est le milieu de $[EF]$. Les morceaux $[EH]$ et $[HF]$ ont la même longueur, donc EH est la moitié de EF :

$$6 \div 2 = 3$$

Conclusion. La longueur cherchée est $EH = 3$ cm.

Exercice 7

L'aiguille de l'horloge

Sur une horloge murale, la grande aiguille mesure 10 cm. Elle tourne autour de l'axe O, au milieu du cadran. On appelle P la pointe de l'aiguille.

1

Quelle figure la pointe P dessine-t-elle en une heure ? Justifie.

INDICE

Outil : la distance OP change-t-elle quand l'aiguille tourne ?

CORRIGÉ

Quand l'aiguille tourne, sa longueur ne change pas : la distance OP reste égale à 10 cm.

D'après la définition du cercle, les points situés à 10 cm de O forment le cercle de centre O et de rayon 10 cm. La pointe P reste donc sur ce cercle.

En une heure, la grande aiguille fait un tour complet : la pointe parcourt tout ce cercle.

Conclusion. En une heure, la pointe P dessine le cercle de centre O et de rayon 10 cm.

2

Quel est le diamètre de ce cercle ?

INDICE

Ensuite : quelle propriété relie le rayon d'un cercle et son diamètre ?

CORRIGÉ

D'après la propriété du diamètre, le diamètre est le double du rayon. Ici, le rayon mesure 10 cm :

$$2 \times 10 = 20$$

Conclusion. Le diamètre de ce cercle mesure 20 cm.

Exercice 8

Citer la bonne propriété

Le cercle $(\mathcal{C})$ a pour centre O. Les points P et Q sont sur ce cercle, et le segment $[PQ]$ ne passe pas par O.

1

Pourquoi a-t-on $OP = OQ$?

INDICE

Outil : les segments $[OP]$ et $[OQ]$ joignent le centre à un point du cercle.

CORRIGÉ

Les points P et Q sont sur le cercle de centre O. Appelons r son rayon.

D'après la définition du cercle, chacun des deux points est à la distance r du centre : $OP = r$ et $OQ = r$. Donc $OP = OQ$.

Conclusion. On a $OP = OQ$, car ces deux longueurs sont égales au rayon du cercle.

2

Sans rien tracer, dis si la médiatrice de $[PQ]$ passe par O. Cite la propriété employée.

INDICE

Ensuite : $[PQ]$ est une corde ; une propriété du cours parle de la médiatrice d'une corde.

CORRIGÉ

Les extrémités P et Q du segment $[PQ]$ sont sur le cercle. D'après la définition, $[PQ]$ est une corde.

D'après la propriété de la médiatrice d'une corde, la médiatrice de n'importe quelle corde contient le centre du cercle.

Conclusion. Oui, la médiatrice de $[PQ]$ passe par le centre O.