BURHAN

Les équations : exercices, niveau examen

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/equations/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Les équations	Niveau examen	5

Exercice 1 5 pts

Un match de basket

Au basket, un panier réussi rapporte 2 points ou 3 points. Lors d'un match, l'équipe de Karim a marqué 65 points, sans aucun lancer franc. Elle a réussi 7 paniers à 3 points ; tous ses autres points viennent de paniers à 2 points.

1 — 1 pts

L'équipe a-t-elle pu réussir 20 paniers à 2 points ? Justifie par un calcul.

INDICE

Outil : calcule le total des points pour 20 paniers à 2 points.

Début : les 7 paniers à 3 points rapportent 3×7 points.

Point délicat : compare le total obtenu aux 65 points du match.

CORRIGÉ

Avec 20 paniers à 2 points et 7 paniers à 3 points, l'équipe marquerait $2 \times 20 + 3 \times 7 = 40 + 21 = 61$ points.

Conclusion. Comme $61 \neq 65$, l'équipe n'a pas pu réussir 20 paniers à 2 points.

2 — 2,5 pts

Soit x le nombre de paniers à 2 points. Explique pourquoi $2x + 21 = 65$, puis résous cette équation.

INDICE

Outil : le score est la somme des points des deux sortes de paniers.

Début : les paniers à 2 points rapportent 2 points chacun.

Point délicat : isole $2x$ avant de diviser les deux membres.

CORRIGÉ

Mise en équation. Les paniers à 2 points rapportent $2x$ points. Les 7 paniers à 3 points rapportent $3 \times 7 = 21$ points. Le total est de 65 points, donc :

$$2x + 21 = 65$$

Résolution. Je retranche 21 aux deux membres :

$$2x = 44$$

Je divise les deux membres par 2 :

$$x = 22$$

Vérification. Pour $x = 22$, le premier membre vaut $2 \times 22 + 21 = 44 + 21 = 65$, comme le second membre.

Conclusion. La solution de l'équation est 22.

3 1,5 pts

Combien de paniers l'équipe a-t-elle réussis en tout ? Contrôle dans l'énoncé et réponds par une phrase.

INDICE

Outil : la solution de l'équation ne compte que les paniers à 2 points.

Début : ajoute les paniers à 3 points.

Point délicat : relis la question : elle porte sur tous les paniers.

CORRIGÉ

L'équipe a réussi 22 paniers à 2 points et 7 paniers à 3 points, soit $22 + 7 = 29$ paniers.

Contrôle dans l'énoncé. $22 \times 2 = 44$ points et $7 \times 3 = 21$ points ; $44 + 21 = 65$ points, le score du match.

Conclusion. L'équipe de Karim a réussi 29 paniers en tout.

Exercice 2 — 5 pts

Course à pied sur une piste

Sara et Imane s'entraînent sur la même piste. Sara court 4 tours de piste, puis encore 300 m.

Imane court presque 5 tours : elle s'arrête 100 m avant la fin de son cinquième tour. Sa distance est donc 5 tours moins 100 m.

Les deux filles ont parcouru la même distance.

1 — 1 pts

On suppose qu'un tour mesure 300 m. Calcule la distance de chaque fille. Cette longueur de tour convient-elle ?

INDICE

Outil : multiplie le nombre de tours par la longueur d'un tour.

Début : pour Sara, ajoute ensuite 300 m.

Point délicat : pour Imane, les 100 m se retranchent.

CORRIGÉ

Sara. $4 \times 300 + 300 = 1\,200 + 300 = 1\,500$, soit $1\,500$ m.

Imane. $5 \times 300 - 100 = 1\,500 - 100 = 1\,400$, soit $1\,400$ m.

Conclusion. Comme $1\,500 \neq 1\,400$, les deux distances ne sont pas égales : un tour de 300 m ne convient pas.

2 — 1,5 pts

Soit L la longueur d'un tour, en mètres. Écris la distance de chaque fille à l'aide de L, puis une équation qui traduit l'énoncé.

INDICE

Outil : reprends les calculs de la question 1 en remplaçant 300 par L.

Début : 4 tours de longueur L mesurent $4L$.

Point délicat : « la même distance » se traduit par le signe $=$.

CORRIGÉ

Sara parcourt $4L + 300$ mètres. Imane parcourt $5L - 100$ mètres.

Conclusion. Les deux distances sont égales, donc :

$$4L + 300 = 5L - 100$$

3 — 1,5 pts

Résous l'équation de la question 2.

INDICE

Outil : regroupe les termes en L dans le premier membre.

Début : retranche $5L$ aux deux membres.

Point délicat : $-L$ veut dire $-1 \times L$.

CORRIGÉ

Résolution. Je retranche $5L$ aux deux membres :

$$-L + 300 = -100$$

Je retranche 300 aux deux membres :

$$-L = -400$$

Je multiplie les deux membres par -1 :

$$L = 400$$

Vérification. Pour $L = 400$, je calcule chaque membre : $4 \times 400 + 300 = 1\,900$ et $5 \times 400 - 100 = 1\,900$. Les deux résultats coïncident.

Conclusion. La solution de l'équation est 400.

4 — 1 pts

Contrôle dans l'énoncé, puis réponds par une phrase : quelle est la longueur d'un tour, et quelle distance chaque fille a-t-elle parcourue ?

INDICE

Outil : remplace L par la valeur trouvée dans les deux distances.

Début : commence par la distance de Sara.

Point délicat : la question demande deux réponses, avec leur unité.

CORRIGÉ

Contrôle dans l'énoncé. Sara court 4 tours de 400 m, soit $1\,600$ m, plus 300 m : $1\,900$ m. Imane court 5 tours de 400 m, soit $2\,000$ m, moins 100 m : $1\,900$ m. Les distances sont égales.

Conclusion. Un tour de piste mesure 400 m, et chaque fille a parcouru $1\,900$ m.

Exercice 3 — 5 pts

Une recette de gâteau

Pour un gâteau, Leïla mélange de la farine, du sucre et 40 g de beurre. Le mélange pèse 640 g. Elle met 150 g de sucre de moins que de farine.

1 — 1,5 pts

Soit f la masse de farine, en grammes. Écris la masse de sucre à l'aide de f, puis explique pourquoi $2f - 110 = 640$.

INDICE

Outil : « 150 g de moins » se traduit par une soustraction.

Début : additionne les masses de farine, de sucre et de beurre.

Point délicat : après avoir additionné, regroupe les nombres -150 et 40.

CORRIGÉ

La masse de sucre est $f - 150$ grammes.

La masse du mélange est la somme des trois masses : $f + (f - 150) + 40$. Je réduis cette somme :

$$f + f - 150 + 40 = 2f - 110$$

Conclusion. Le sucre pèse $f - 150$ grammes. Le mélange pèse 640 g, donc :

$$2f - 110 = 640$$

2 — 2 pts

Résous l'équation :

$$2f - 110 = 640$$

INDICE

Outil : deux opérations contraires, une par ligne.

Début : ajoute 110 aux deux membres.

Point délicat : ensuite, divise les deux membres par le coefficient de f.

CORRIGÉ

Résolution. J'ajoute 110 aux deux membres :

$$2f = 750$$

Je divise les deux membres par 2 :

$$f = 375$$

Vérification. Pour $f = 375$, le premier membre vaut $2 \times 375 - 110 = 750 - 110 = 640$, comme le second membre.

Conclusion. La solution de l'équation est 375.

3 1,5 pts

Quelle masse de farine et quelle masse de sucre Leïla utilise-t-elle ? Contrôle dans l'énoncé et réponds par une phrase.

INDICE

Outil : la solution de l'équation donne la farine.

Début : retranche 150 g pour obtenir le sucre.

Point délicat : contrôle avec les 640 g du mélange, beurre compris.

CORRIGÉ

Farine : 375 g. Sucre : $375 - 150 = 225$ g.

Contrôle dans l'énoncé. $375 + 225 + 40 = 640$ g, et 225 g, c'est bien 150 g de moins que 375 g.

Conclusion. Leïla utilise 375 g de farine et 225 g de sucre.

Exercice 4 — 5 pts

Un ruban à découper

Nour a un ruban de $4{,}2$ m. Elle y coupe 3 morceaux de même longueur pour emballer trois cadeaux.

Après la découpe, il lui reste un bout de ruban de $0{,}6$ m.

1 — 1 pts

Les trois morceaux peuvent-ils mesurer $1{,}3$ m chacun ? Justifie par un calcul.

INDICE

Outil : calcule la longueur des trois morceaux, puis ajoute le bout qui reste.

Début : trois morceaux de $1{,}3$ m mesurent $3 \times 1{,}3$ m.

Point délicat : compare le total obtenu à la longueur du ruban.

CORRIGÉ

Avec trois morceaux de $1{,}3$ m et le bout restant, le ruban mesurerait $3 \times 1{,}3 + 0{,}6 = 3{,}9 + 0{,}6 = 4{,}5$ m.

Conclusion. Comme $4{,}5 \neq 4{,}2$, les trois morceaux ne peuvent pas mesurer $1{,}3$ m chacun.

2 — 1,5 pts

Soit x la longueur d'un morceau, en mètres. Explique pourquoi $3x + 0{,}6 = 4{,}2$. Quel est le premier membre de cette équation, et quel est son second membre ?

INDICE

Outil : les trois morceaux et le bout restant forment tout le ruban.

Début : trois morceaux de longueur x mesurent $3x$ en tout.

Point délicat : le premier membre est écrit à gauche du signe $=$.

CORRIGÉ

Les trois morceaux mesurent $3x$ mètres en tout. Avec le bout de $0{,}6$ m, on retrouve le ruban entier, qui mesure $4{,}2$ m. Donc :

$$3x + 0{,}6 = 4{,}2$$

Conclusion. Le premier membre est $3x + 0{,}6$ et le second membre est $4{,}2$.

3 1,5 pts

Résous l'équation de la question 2. Après un contrôle dans l'énoncé, donne la longueur d'un morceau par une phrase.

INDICE

Outil : deux opérations contraires, une par ligne.

Début : commence par retrancher aux deux membres le nombre ajouté à $3x$.

Point délicat : pour partager $3{,}6$ en trois, pense à 36 dixièmes partagés en trois.

CORRIGÉ

Résolution. Je retranche $0{,}6$ aux deux membres :

$$3x = 3{,}6$$

Je divise les deux membres par 3 :

$$x = 1{,}2$$

Vérification. Pour $x = 1{,}2$, le premier membre vaut $3 \times 1{,}2 + 0{,}6 = 3{,}6 + 0{,}6 = 4{,}2$, comme le second membre. La solution de l'équation est $1{,}2$.

Contrôle dans l'énoncé. Trois morceaux de $1{,}2$ m mesurent $3{,}6$ m, et avec le bout de $0{,}6$ m on obtient $4{,}2$ m, la longueur du ruban.

Conclusion. Chaque morceau mesure $1{,}2$ m.

4 1 pts

Nour a un second ruban, lui aussi de $4{,}2$ m. Cette fois, elle y coupe 4 morceaux de même longueur, et il reste encore un bout de $0{,}6$ m. Soit y la longueur d'un de ces morceaux, en mètres. En t'inspirant de la question 2, écris une équation d'inconnue y et résous-la. De combien chaque morceau est-il plus court qu'avec la première découpe ?

INDICE

Outil : seul le nombre de morceaux change par rapport à la question 2.

Début : quatre morceaux de longueur y mesurent $4y$ en tout.

Point délicat : pour comparer, retranche la nouvelle longueur à celle de la question 3.

CORRIGÉ

Mise en équation. Les quatre morceaux mesurent $4y$ mètres en tout ; avec le bout restant, ils forment le ruban. Donc :

$$4y + 0{,}6 = 4{,}2$$

Résolution. Je retranche $0{,}6$ aux deux membres :

$$4y = 3{,}6$$

Je divise les deux membres par 4 :

$$y = 0{,}9$$

Vérification. Pour $y = 0{,}9$, le premier membre vaut $4 \times 0{,}9 + 0{,}6 = 3{,}6 + 0{,}6 = 4{,}2$, comme le second membre. La solution de l'équation est $0{,}9$.

Comparaison. $1{,}2 - 0{,}9 = 0{,}3$.

Conclusion. Chaque morceau du second ruban mesure $0{,}9$ m, soit $0{,}3$ m de moins qu'avec trois morceaux.

Exercice 5 — 5 pts

Un jeu de questions

Dans un jeu de questions, chaque bonne réponse rapporte 3 points et chaque mauvaise réponse fait perdre 2 points.

Amine a répondu aux 20 questions du jeu. À la fin, il a 25 points.

1 — 1 pts

Amine a-t-il pu donner 12 bonnes réponses ? Justifie par un calcul.

INDICE

Outil : cherche d'abord le nombre de mauvaises réponses.

Début : les 12 bonnes réponses rapportent 3×12 points.

Point délicat : les points des mauvaises réponses se retranchent.

CORRIGÉ

Avec 12 bonnes réponses, Amine aurait $20 - 12 = 8$ mauvaises réponses.

Son score serait $3 \times 12 - 2 \times 8 = 36 - 16 = 20$ points.

Conclusion. Comme $20 \neq 25$, Amine n'a pas pu donner 12 bonnes réponses.

2 — 1 pts

Soit x le nombre de bonnes réponses d'Amine. Écris le nombre de ses mauvaises réponses à l'aide de x, puis explique pourquoi $3x - 2(20 - x) = 25$.

INDICE

Outil : reprends le calcul de la question 1 en remplaçant 12 par x.

Début : les bonnes et les mauvaises réponses font 20 réponses en tout.

Point délicat : la parenthèse regroupe toutes les mauvaises réponses.

CORRIGÉ

Amine a répondu aux 20 questions, donc il a donné $20 - x$ mauvaises réponses.

Les bonnes réponses rapportent $3x$ points. Les mauvaises réponses font perdre $2(20 - x)$ points.

Conclusion. Amine a donné $20 - x$ mauvaises réponses. Son score est de 25 points, donc :

$$3x - 2(20 - x) = 25$$

3 1,5 pts

Résous l'équation de la question 2. Contrôle ensuite dans l'énoncé, puis dis par une phrase combien de bonnes réponses et combien de mauvaises réponses Amine a données.

INDICE

Outil : développe d'abord le premier membre, puis regroupe les termes en x.

Début : -2 multiplie 20 et aussi $-x$.

Point délicat : le produit de -2 par $-x$ s'écrit avec le signe $+$.

CORRIGÉ

Développement. Je développe le premier membre. Le facteur -2 multiplie chaque terme de la parenthèse : $(-2)\times 20=-40$ et $(-2)\times(-x)=2x$. Donc :

$$-2(20-x)=-40+2x$$

L'équation s'écrit alors :

$$3x-40+2x=25$$

Résolution. Je réduis le premier membre :

$$5x-40=25$$

J'ajoute 40 aux deux membres :

$$5x=65$$

Je divise les deux membres par 5 :

$$x=13$$

Vérification. Pour $x=13$, le premier membre vaut $3\times 13-2\times(20-13)=39-14=25$, comme le second membre. La solution de l'équation est 13.

Contrôle dans l'énoncé. 13 bonnes réponses et 7 mauvaises font bien $13+7=20$ réponses ; elles donnent 39 points gagnés et 14 points perdus, et $39-14=25$.

Conclusion. Amine a donné 13 bonnes réponses et $20-13=7$ mauvaises réponses.

4 1,5 pts

Rim a joué au même jeu et a répondu aux 20 questions. À la fin, elle a 0 point. Soit r le nombre de bonnes réponses de Rim. En t'aidant des questions 2 et 3, écris une équation d'inconnue r, résous-la et réponds par une phrase.

INDICE

Outil : le score de Rim s'écrit comme celui d'Amine, avec r à la place de x.

Début : seul le second membre change.

Point délicat : un score de 0 point veut dire que les points gagnés compensent exactement les points perdus.

CORRIGÉ

Mise en équation. Rim a $20 - r$ mauvaises réponses. Son score est de 0 point, donc :

$$3r - 2(20 - r) = 0$$

Résolution. Je développe le premier membre :

$$3r - 40 + 2r = 0$$

Je réduis le premier membre :

$$5r - 40 = 0$$

J'ajoute 40 aux deux membres :

$$5r = 40$$

Je divise les deux membres par 5 :

$$r = 8$$

Vérification. Pour $r = 8$, le premier membre vaut $3 \times 8 - 2 \times (20 - 8) = 24 - 24 = 0$, comme le second membre. La solution de l'équation est 8.

Conclusion. Rim a donné 8 bonnes réponses et $20 - 8 = 12$ mauvaises réponses.