BURHAN

Les équations

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/equations/cours

Chapitre	Semestre
Les équations	Semestre 2

Le nombre mystère

Le professeur Burhan te lance un défi.

« Je pense à un nombre. Je le multiplie par 4, puis j'ajoute 7. Je trouve 43. »

Quel est son nombre ? Tu peux chercher de tête avant de lire la suite.

Devine : Le nombre du professeur

Quel nombre le professeur Burhan a-t-il choisi ?

A. 50

Faux.
Tu as ajouté 7 à 43. Or le professeur a ajouté 7 à la fin : pour remonter, il faut retirer 7.

B. 36

Faux.
Tu as bien retiré 7, mais tu t'es arrêté là. 36 est le résultat de la multiplication par 4, pas le nombre de départ.

C. 9

Juste.
Oui : $4 \times 9 = 36$, puis $36 + 7 = 43$.

D. $12{,}5$

Faux.
Tu as calculé $43 + 7 = 50$, puis $50 \div 4$. Le début est faux : il fallait retirer 7, pas l'ajouter.

Correction
Le nombre est 9. On le vérifie : $4 \times 9 = 36$, puis $36 + 7 = 43$.

On peut aussi chercher par essais. On calcule $4 \times \text{nombre} + 7$ pour quelques nombres.

Nombre essayé	Calcul	Résultat
8	$4 \times 8 + 7$	39, trop petit
10	$4 \times 10 + 7$	47, trop grand
9	$4 \times 9 + 7$	43, c'est le bon

Essayer des nombres prend du temps. On peut écrire la phrase du professeur avec une lettre. Appelons x le nombre caché.

La phrase devient $4x + 7 = 43$. Dans ce chapitre, tu apprends à trouver x sans deviner.

Devine : Un autre résultat

Le professeur refait le même jeu avec un autre nombre. Cette fois, il trouve 27. Prédis son nombre.

Réponse
Son nombre est 5. On remonte les calculs : $27 - 7 = 20$, puis $20 \div 4 = 5$.

On vérifie : $4 \times 5 + 7 = 27$.

Équation, inconnue, membres

Rappel : au primaire, tu cherchais le nombre manquant d'une opération à trou, comme $\square + 8 = 15$.

Devine : Du carré à la lettre

Dans $\square + 8 = 15$, on remplace le carré par la lettre x. Quelle écriture obtient-on ?

A. $x + 8 = 15$
Juste.
Oui. La lettre prend la place du carré, et rien d'autre ne change.

B. $x = 15 + 8$
Faux.
Tu as fait passer le 8 de l'autre côté. Ici, on remplace seulement le carré : le reste de l'écriture ne bouge pas.

C. $8x = 15$
Faux.
Tu as collé le 8 à la lettre. Or $8x$ veut dire $8 \times x$, pas $x + 8$.

Correction
On obtient $x + 8 = 15$. Le nombre caché est 7, car $7 + 8 = 15$.

La lettre joue le rôle du carré : elle cache un nombre. Elle peut aussi apparaître deux fois.

Par exemple, $x + x = 14$ se lit : « deux fois le même nombre font 14 ».

Définition : Équation et inconnue

Une **équation** est une égalité dans laquelle une lettre désigne un nombre que l'on ne connaît pas. Cette lettre s'appelle l'**inconnue**.

Par exemple, $3x + 2 = 14$ est une équation d'inconnue x. Ce qui est écrit à gauche du signe $=$ est le **premier membre** : ici $3x + 2$. Ce qui est écrit à droite est le **second membre** : ici 14.

Dans ce chapitre, l'inconnue n'est jamais multipliée par elle-même : ces équations sont des **équations du premier degré à une inconnue**.

En clair : une équation, c'est une égalité avec un nombre caché. Le signe $=$ la coupe en deux **membres**. Le premier membre est à gauche, le second membre à droite.

Exemple : Lire une équation

Prenons l'équation $2x - 5 = x + 1$.

L'inconnue est x. Le premier membre est $2x - 5$. Le second membre est $x + 1$.

Ici, l'inconnue figure dans les deux membres. C'est permis : elle désigne le même nombre des deux côtés.

Vérifie : Trouver l'équation

Laquelle de ces écritures est une équation ?

A. $7 \times 3 = 21$

Faux.
C'est une égalité, mais aucune lettre ne cache un nombre. Il n'y a pas d'inconnue : ce n'est pas une équation.

B. $5x + 1$

Faux.
Il y a une lettre, mais pas de signe $=$. C'est une expression, pas une égalité.

C. $6 + 2x = 20$

Juste.
Oui : c'est une égalité, et la lettre x cache un nombre.

Correction
Seule $6 + 2x = 20$ est une équation : c'est une égalité qui contient une inconnue.

Remarque : Écrire l'inconnue

Rappel : $3x$ veut dire $3 \times x$. Devant une lettre, on n'écrit pas le signe $\times$. De même, $-x$ veut dire $-1 \times x$.

L'inconnue n'est pas toujours x. Une autre lettre convient, si on l'annonce : « Soit n le nombre de stylos. »

Vérifie : Le premier membre

Dans l'équation $9 = 4x - 3$, quel est le premier membre ?

A. 9

Juste.
Oui. Le premier membre est ce qui est écrit à gauche du signe $=$, même sans lettre.

B. $4x - 3$

Faux.
Tu as choisi le membre qui contient l'inconnue. Or le premier membre est celui de gauche, qu'il contienne x ou non.

C. $4x$

Faux.
Tu as pris une partie d'un membre. Un membre, c'est tout ce qui est d'un côté du signe $=$.

Correction
Le premier membre est 9, à gauche du signe $=$. Le second membre est $4x - 3$.

À toi : Les deux membres

Dans l'équation $7 - 2x = 3x + 12$, donne l'inconnue, le premier membre et le second membre.

Indice 1
Outil : le signe $=$ sépare l'équation en deux membres.
Indice 2
Début du calcul : lis d'abord tout ce qui est écrit à gauche du signe $=$.
Indice 3
Point délicat : le signe $-$ devant $2x$ appartient au premier membre. Ne l'oublie pas.

Réponse
L'inconnue est x. Le premier membre est $7 - 2x$, à gauche du signe $=$. Le second membre est $3x + 12$, à droite.

Tu sais maintenant lire une équation : son inconnue et ses deux membres. Il reste à savoir quand un nombre convient.

Solution d'une équation

Prenons l'équation $5x - 4 = 2x + 11$. On remplace x par un nombre, puis on calcule chaque membre.

Nombre essayé	Premier membre	Second membre
3	$5 \times 3 - 4 = 11$	$2 \times 3 + 11 = 17$
4	$5 \times 4 - 4 = 16$	$2 \times 4 + 11 = 19$

Pour 3 et pour 4, les deux membres ne sont pas égaux.

Devine : Le bon nombre

Quel nombre rend l'égalité $5x - 4 = 2x + 11$ vraie ?

A. 11

Faux.
Tu as pris le nombre écrit dans le second membre. Pour 11, le premier membre vaut 51 et le second 33.

B. 5

Juste.
Oui : $5 \times 5 - 4 = 21$ et $2 \times 5 + 11 = 21$.

C. 15

Faux.
Tu as calculé $11 + 4$ en oubliant les termes en x. Pour 15, les membres valent 71 et 41.

Correction
C'est 5.

Le premier membre vaut $5 \times 5 - 4 = 21$. Le second membre vaut $2 \times 5 + 11 = 21$. Les deux membres sont égaux.

Définition : Solution d'une équation

Un nombre est une **solution** d'une équation lorsque l'égalité est vraie quand on remplace l'inconnue par ce nombre.

Résoudre une équation, c'est trouver toutes ses solutions.

Par exemple, 4 est une solution de l'équation $3x + 2 = 14$, car $3 \times 4 + 2 = 14$. Le nombre 5 n'est pas une solution, car $3 \times 5 + 2 = 17$, et 17 n'est pas égal à 14.

En clair : un nombre est solution quand les deux membres donnent le même résultat. **Vérifier**, c'est faire ce calcul. Dans ce chapitre, chaque équation a exactement une solution.

Méthode : Vérifier un nombre

1. **Calculer le premier membre.** Remplace l'inconnue par le nombre, puis effectue le calcul.

2. **Calculer le second membre.** Remplace l'inconnue par le même nombre, puis calcule à part.
3. **Comparer.** Deux résultats égaux : le nombre est solution. Deux résultats différents : il ne l'est pas.
4. **Conclure par une phrase.** Par exemple : « La solution de l'équation est … ».

Exemple : Tester deux nombres

Équation : $3x + 10 = 6 - x$.

Pour -2 : le premier membre vaut $3 \times (-2) + 10 = 4$. Le second vaut $6 - (-2) = 8$. Les résultats diffèrent : -2 n'est pas solution.

Pour -1 : le premier membre vaut $3 \times (-1) + 10 = 7$. Le second vaut $6 - (-1) = 7$. Les résultats sont égaux : -1 est la solution.

Rappel : retrancher un nombre négatif, c'est ajouter son opposé. Ainsi, $6 - (-1) = 6 + 1$.

Trouve l'erreur : Une vérification incomplète

Youssef teste le nombre 3 dans l'équation $6 - x = 2x$.

Il écrit : « Le premier membre vaut $6 - 3 = 3$. Donc 3 est solution. » Où est son erreur ?

A. Il aurait dû calculer $6 + 3$.
Faux.
Remplacer x par 3 dans $6 - x$ donne bien $6 - 3$. Ce calcul est juste.

B. Son raisonnement est juste.
Faux.
Il manque un calcul. Un seul membre ne suffit pas pour conclure.

C. Il n'a pas calculé le second membre.
Juste.
Oui. Le second membre vaut $2 \times 3 = 6$, et non 3.

Correction
Il faut calculer les deux membres. Pour 3, le premier vaut 3 et le second vaut $2 \times 3 = 6$. Donc 3 n'est pas solution.

La solution de l'équation est 2 : $6 - 2 = 4$ et $2 \times 2 = 4$.

Vérifie : La phrase de conclusion

Pour le nombre 4, les deux membres de $2x + 3 = 11$ valent 11. Quelle conclusion écris-tu ?

A. « La solution de l'équation est 11. »

Faux.

11 est la valeur commune des deux membres. La solution est le nombre mis à la place de x.

B. « La solution de l'équation est 4. »

Juste.

Oui. La solution est le nombre qui rend l'égalité vraie.

C. « L'équation est égale à 4. »

Faux.

Une équation n'est pas un nombre : elle ne vaut ni 4 ni 11. On dit que 4 est sa solution.

Correction

On écrit : « La solution de l'équation est 4. » En effet, $2 \times 4 + 3 = 11$.

Attention : remplacer, c'est multiplier

✗ Pour $x = 4$, écrire que $2x$ vaut 24.

✓ $2x$ veut dire $2 \times x$. Pour $x = 4$, $2x$ vaut $2 \times 4 = 8$.

Remplace aussi l'inconnue partout : dans les deux membres. Et respecte les priorités : la multiplication se fait avant l'addition.

À toi : Deux nombres à tester

Le nombre -3 est-il solution de $2x + 7 = 4 - 3x$? Et le nombre $-0{,}6$?

Indice 1

Outil : calcule chaque membre à part, puis compare les deux résultats.

Indice 2

Début du calcul : pour -3, le premier membre vaut $2 \times (-3) + 7 = -6 + 7 = 1$.

Indice 3

Point délicat : dans $4 - 3 \times (-3)$, fais la multiplication d'abord. $3 \times (-3) = -9$, puis $4 - (-9) = 13$.

Réponse

Pour -3 : le premier membre vaut 1 et le second vaut 13. Donc -3 n'est pas solution.

Pour $-0{,}6$: le premier membre vaut $2 \times (-0{,}6) + 7 = 5{,}8$. Le second vaut $4 - 3 \times (-0{,}6) = 4 + 1{,}8 = 5{,}8$. Les deux membres sont égaux.

La solution de l'équation est $-0{,}6$.

Remarque : Vérifier n'est pas résoudre

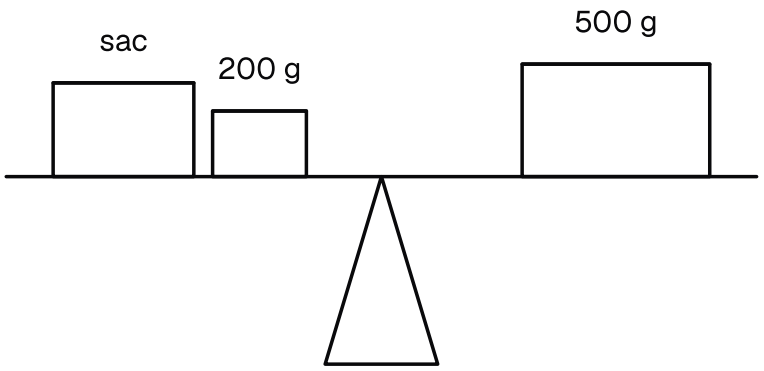
Tester des nombres au hasard peut durer très longtemps. La solution n'est pas toujours un nombre entier. Les sections suivantes donnent une méthode pour la trouver à coup sûr.

Tu sais maintenant vérifier une solution. Ce geste te servira à la fin de chaque résolution.

Ajouter ou retrancher un même nombre

Imagine une balance à deux plateaux. Sur le plateau de gauche, il y a un sac fermé et une masse de 200 g. Sur le plateau de droite, il y a une masse de 500 g.

La balance est en équilibre. Si le sac pèse x grammes, on peut écrire $x + 200 = 500$.



La balance en équilibre : le sac et 200 g à gauche, 500 g à droite.

Devine : Retirer la même masse

On retire 200 g de chaque plateau. Que fait la balance ?

A. Elle reste en équilibre.

Juste.

Oui. Les deux plateaux ont perdu la même masse : ils restent égaux.

B. Elle penche du côté du sac.

Faux.

Le sac n'a pas bougé, mais la masse retirée est la même des deux côtés. Rien ne change dans l'équilibre.

C. Elle penche du côté droit.

Faux.

À droite, il reste moins qu'avant. Mais à gauche aussi, on a enlevé autant : l'équilibre est gardé.

Correction

> La balance reste en équilibre. Il reste le sac à gauche et 300 g à droite : le sac pèse 300 g.

Observation : après le retrait, il reste le sac seul à gauche et 300 g à droite. Le sac pèse donc 300 g. On écrit $x = 300$.

Reviens maintenant à la balance du début : le sac et 200 g contre 500 g. Ajoute 100 g sur chaque plateau. Tu as le sac et 300 g contre 600 g : l'équilibre reste.

Dessine cette balance sur ton cahier. Note la masse sur chaque plateau.

Propriété : Ajouter ou retrancher un même nombre

Soit a, b et c trois nombres. Si $a = b$, alors $a + c = b + c$ et $a - c = b - c$.

On admet aussi que, quand on **ajoute** un même nombre aux deux membres d'une équation, ou quand on **retranche** un même nombre aux deux membres, on obtient une équation qui a **les mêmes solutions**.

Remarque : Statut de la propriété

Ce résultat est admis. La balance le fait observer ; on ne le démontre pas dans ce chapitre.

En clair : une équation se comporte comme une balance en équilibre. Ce que tu ajoutes à un membre, tu l'ajoutes à l'autre. Ce que tu retires d'un membre, tu le retires de l'autre.

Méthode : Isoler l'inconnue par une addition ou une soustraction

1. **Lire ce qui accompagne l'inconnue.** Un nombre lui est ajouté, ou bien retranché.
2. **Faire le contraire sur les deux membres.** S'il est ajouté, retranche-le aux deux membres. S'il est retranché, ajoute-le aux deux membres.
3. **Réduire.** Il reste x seul dans le premier membre.
4. **Vérifier et conclure.** Remplace x par le nombre trouvé, puis écris la phrase de conclusion.

Exemple : Résoudre une équation avec une addition

Résolvons $x + 9{,}5 = 4$.

Je retranche $9{,}5$ aux deux membres :

$$x + 9{,}5 - 9{,}5 = 4 - 9{,}5$$

Je réduis chaque membre (je fais les calculs qui restent) :

$$x = -5{,}5$$

Vérification : $-5{,}5 + 9{,}5 = 4$. La solution de l'équation est $-5{,}5$.

Vérifie : Une soustraction à défaire

Quelle est la solution de $x - 6 = -2$?

A. -8

Faux.

Tu as retranché 6 au lieu de l'ajouter. Le nombre a changé de membre en gardant son opération.

B. 8

Faux.

Tu as bien ajouté 6, mais tu as oublié le signe de -2. Or $-2 + 6 = 4$.

C. 4

Juste.

Oui. On ajoute 6 aux deux membres : $x = -2 + 6 = 4$.

Correction

On ajoute 6 aux deux membres, puis on réduit :

$$x - 6 + 6 = -2 + 6$$
$$x = 4$$

Vérification : $4 - 6 = -2$.

La solution de l'équation est 4.

Attention : un nombre ne saute pas de l'autre côté

✗ De $x + 13 = 21$, écrire $x = 21 + 13$.

✓ On fait la même opération sur les deux membres. On retranche 13 aux deux membres : $x = 21 - 13 = 8$.

Vérification : $8 + 13 = 21$. Avec l'écriture fausse, on trouverait 34, et $34 + 13 = 47$.

À toi : Résoudre seul

Résous l'équation $x - 4{,}5 = -1{,}5$.

Indice 1

Outil : un nombre est retranché à x. Fais l'opération contraire sur les deux membres.

Indice 2

Début du calcul : j'ajoute $4{,}5$ aux deux membres. J'obtiens $x - 4{,}5 + 4{,}5 = -1{,}5 + 4{,}5$.

Indice 3
Point délicat : le calcul $-1{,}5 + 4{,}5$. Les deux nombres ont des signes différents.

Réponse
J'ajoute $4{,}5$ aux deux membres, puis je réduis :

$$x = 3$$

Vérification : $3 - 4{,}5 = -1{,}5$.

La solution de l'équation est 3.

Remarque : On peut revenir en arrière

Tu peux contrôler ton travail. Si tu ajoutes 6 aux deux membres, puis tu retranches 6 aux deux membres, tu retrouves l'équation de départ.

La balance le montre aussi : on peut toujours remettre sur les plateaux ce qu'on a retiré.

Tu sais maintenant défaire une addition ou une soustraction. Il reste le cas où l'inconnue est multipliée.

Multiplier ou diviser par un même nombre non nul

Sur le plateau de gauche, on pose trois paquets de sucre identiques. Sur le plateau de droite, on pose 750 g. La balance est en équilibre.

Si un paquet pèse x grammes, on écrit $3x = 750$.

Devine : La masse d'un paquet

Comment connaître la masse d'un seul paquet sans casser l'équilibre ?

A. Retirer 3 g de chaque plateau.
Faux.
Retirer 3 g ne fait pas disparaître des paquets. Les trois paquets sont toujours là.

B. Retirer deux paquets du plateau de gauche.
Faux.
Un seul plateau change : la balance penche. Il faut agir sur les deux plateaux.

C. Partager chaque plateau en trois parts égales.
Juste.
Oui. On garde une part de chaque plateau. Un paquet équilibre alors 250 g.

Correction
On partage chaque plateau en trois parts égales, et on en garde une. Il reste un paquet à gauche et $750 \div 3 = 250$ g à droite. Un paquet pèse 250 g.

Observation : prendre le tiers des deux plateaux garde l'équilibre. Doubler les deux plateaux aussi : six paquets équilibrent $1\,500$ g.

Diviser un plateau par 0 n'a aucun sens. Le nombre utilisé doit donc être non nul.

Propriété : Multiplier ou diviser par un même nombre non nul

Soit a, b et c trois nombres, avec c **non nul**. Si $a = b$, alors $a \times c = b \times c$ et $\dfrac{a}{c} = \dfrac{b}{c}$.

On admet aussi que, quand on **multiplie** ou quand on **divise** les deux membres d'une équation par un même nombre **non nul**, on obtient une équation qui a **les mêmes solutions**.

Remarque : Statut de la propriété

Ce résultat est admis. Comme la précédente, cette propriété est observée sur la balance, sans démonstration.

En clair : si l'inconnue est multipliée par un nombre non nul, on divise les deux membres par ce nombre.

Méthode : Isoler l'inconnue multipliée par un nombre

1. **Trouver le nombre qui multiplie l'inconnue.** C'est le **coefficient** de x. Il doit être non nul.
2. **Diviser les deux membres par ce coefficient.** On obtient x seul.
3. **Écrire le quotient simplement.** Une fraction simplifiée, ou un décimal exact.
4. **Vérifier et conclure.** Multiplie le coefficient par le nombre trouvé, puis écris la phrase de conclusion.

Exemple : Deux équations à diviser

Résolvons $6x = 21$.

Je divise les deux membres par 6 :

$$x = \frac{21}{6}$$

Je simplifie la fraction par 3 :

$$x = \frac{7}{2}$$

J'écris le quotient en écriture décimale :

$$x = 3{,}5$$

Vérification : $6 \times 3{,}5 = 21$. La solution de l'équation est $3{,}5$.

Résolvons $9x = -6$.

Je divise les deux membres par 9 :

$$x = \frac{-6}{9}$$

Je simplifie la fraction par 3 :

$$x = -\frac{2}{3}$$

Vérification : $9 \times \left(-\frac{2}{3}\right) = -6$. La solution de l'équation est $-\frac{2}{3}$.

Rappel : $\frac{2}{3}$ n'a pas d'écriture décimale exacte. On garde donc l'écriture fractionnaire.

Vérifie : Un coefficient négatif

Quelle est la solution de $-5x = 35$?

A. 7

Faux.

Tu as oublié la règle des signes. Le quotient de 35 par -5 est négatif.

B. 40

Faux.

Tu as ajouté 5 au lieu de diviser. Or l'inconnue est multipliée par -5.

C. -175

Faux.

Tu as multiplié par -5 au lieu de diviser.

D. -7

Juste.

Oui : $\frac{35}{-5} = -7$, et $-5 \times (-7) = 35$.

Correction

Je divise les deux membres par -5, qui est non nul :

$$\begin{aligned} x &= \frac{35}{-5} \\ &= -7 \end{aligned}$$

Vérification : $-5 \times (-7) = 35$.

La solution de l'équation est -7.

Attention : diviser, et non retrancher

✗ De $4x = 28$, écrire $x = 28 - 4$.

✓ L'inconnue est multipliée par 4. On divise les deux membres par 4 : $x = 7$.

Vérification : $4 \times 7 = 28$. Avec l'écriture fausse, on trouverait 24, et $4 \times 24 = 96$.

Attention : le signe moins devant l'inconnue

✗ De $-x = 9$, conclure que $x = 9$.

✓ $-x$ veut dire $-1 \times x$. On multiplie les deux membres par -1 : $x = -9$.

Vérification : $-(-9) = 9$. Si x valait 9, le premier membre vaudrait -9.

À toi : Résoudre seul

Résous l'équation $8x = -6$.

Indice 1

Outil : l'inconnue est multipliée par 8, qui est non nul. Divise les deux membres par 8.

Indice 2

Début du calcul : $x = \dfrac{-6}{8}$.

Indice 3

Point délicat : simplifie la fraction, puis garde le signe moins.

Réponse

Je divise les deux membres par 8 :

$$x = \frac{-6}{8}$$

Je simplifie la fraction par 2 :

$$x = -\frac{3}{4}$$

J'écris le quotient en écriture décimale :

$$x = -0{,}75$$

Vérification : $8 \times (-0{,}75) = -6$.

La solution de l'équation est $-0{,}75$.

Remarque : Coin devoir : une solution en fraction

En devoir, pour résoudre $7x = -2$, on attend une rédaction de ce genre :

« Je divise les deux membres par 7, qui est non nul : $x = \dfrac{-2}{7}$.

Vérification : $7 \times \left(-\dfrac{2}{7}\right) = -2$.

La solution de l'équation est $-\frac{2}{7}$. »

La fraction est la réponse exacte. On n'écrit pas de valeur approchée.

Tu sais maintenant résoudre les équations en une étape. La suite enchaîne ces gestes.

Résoudre en plusieurs étapes

Deux opérations sur l'inconnue

Devine : La première étape

On veut résoudre $3x + 4 = 19$. Quelle première étape donne directement une équation où $3x$ est seul dans un membre ?

A. Retrancher 3 aux deux membres.

Faux.

Retrancher 3 aux deux membres est permis, mais donne $3x + 1 = 16$: le 3 multiplie x, le retrancher n'isole pas $3x$.

B. Retrancher 4 aux deux membres.

Juste.

Oui. Il reste $3x = 15$, puis $x = 5$.

C. Ajouter 4 aux deux membres.

Faux.

Ajouter 4 aux deux membres est permis, mais donne $3x + 8 = 23$: le 4 est ajouté à $3x$, il faut le retrancher.

D. Diviser seulement $3x$ par 3.

Faux.

Un seul terme change : l'égalité n'est plus vraie. Il faut agir sur les deux membres entiers.

Correction

On retranche 4 aux deux membres :

$$3x = 15$$

On divise les deux membres par 3 :

$$x = 5$$

Vérification : $3 \times 5 + 4 = 19$.

La solution de l'équation est 5.

Exemple : Une équation en deux étapes

Résolvons $7x - 2{,}5 = 8$.

J'ajoute $2{,}5$ aux deux membres :

$$7x = 10{,}5$$

Je divise les deux membres par 7 :

$$x = 1{,}5$$

Vérification : $7 \times 1{,}5 - 2{,}5 = 10{,}5 - 2{,}5 = 8$. La solution de l'équation est $1{,}5$.

Méthode : Résoudre pas à pas

1. **Développer et réduire.** S'il y a des parenthèses, développe-les. Réduis ensuite chaque membre.
2. **Rassembler les termes en x.** On ajoute ou on retranche le même terme en x aux deux membres. À la fin, il ne reste des termes en x que dans le premier membre.
3. **Rassembler les nombres.** On ajoute ou on retranche le même nombre aux deux membres. À la fin, il ne reste un nombre que dans le second membre : tu obtiens une équation comme $5x = 12$.
4. **Diviser par le coefficient.** Il est non nul : divise les deux membres par lui.
5. **Vérifier et conclure.** Calcule chaque membre de l'équation de départ, puis écris la phrase.

L'inconnue dans les deux membres

Exemple : L'inconnue des deux côtés

Parfois, l'inconnue figure dans les deux membres. On commence alors par rassembler les termes en x dans un seul membre. C'est permis : un terme comme $4x$ désigne un nombre.

Résolvons $7x + 3 = 4x - 9$.

Je retranche $4x$ aux deux membres :

$$3x + 3 = -9$$

Je retranche 3 aux deux membres :

$$3x = -12$$

Je divise les deux membres par 3 :

$$x = -4$$

Vérification : $7 \times (-4) + 3 = -25$ et $4 \times (-4) - 9 = -25$. La solution de l'équation est -4.

Vérifie : Retrancher un terme en x

Dans l'équation $4x = 3x + 7$, que faut-il retrancher aux deux membres pour garder x seul dans le premier membre ?

A. 7

Faux.
On obtient $4x - 7 = 3x$: l'inconnue reste dans les deux membres.

B. $3x$

Juste.
Oui. $3x$ désigne un nombre : on peut le retrancher aux deux membres. Il reste $x = 7$.

C. 3

Faux.
Retrancher 3 ne fait pas disparaître $3x$. On obtient $4x - 3 = 3x + 4$.

Correction
On retranche $3x$ aux deux membres, puis on réduit :

$$4x - 3x = 3x + 7 - 3x$$
$$x = 7$$

Vérification : $4 \times 7 = 28$ et $3 \times 7 + 7 = 28$.

La solution de l'équation est 7.

Vérifie : Rassembler les termes en x

Dans $2x - 5 = 6x + 3$, on retranche $6x$ aux deux membres. Qu'obtient-on ?

A. $-4x - 5 = 3$

Juste.
Oui : $2x - 6x = -4x$, et il reste 3 à droite.

B. $4x - 5 = 3$

Faux.
Tu as calculé $6x - 2x$ au lieu de $2x - 6x$. Le résultat est négatif.

C. $8x - 5 = 3$

Faux.
Tu as ajouté $6x$ au premier membre au lieu de le retrancher.

Correction
On obtient $-4x - 5 = 3$.

J'ajoute 5 aux deux membres :

$$-4x = 8$$

Je divise les deux membres par -4 :

$$x = -2$$

Vérification : $2 \times (-2) - 5 = -9$ et $6 \times (-2) + 3 = -9$.

La solution de l'équation est -2.

Remarque : L'autre côté convient aussi

Dans $2x - 5 = 6x + 3$, on peut aussi retrancher $2x$ aux deux membres. On obtient $-5 = 4x + 3$.

Puis on retranche 3 aux deux membres : $-8 = 4x$. On divise les deux membres par 4 : la solution est encore -2.

Avec des parenthèses

Rappel : pour développer $k(a + b)$, on multiplie chaque terme de la parenthèse par k. Ainsi, $k(a + b) = ka + kb$.

Exemple : Développer d'abord

Résolvons $4(x - 2) = 2x + 5$.

Je développe le premier membre :

$$4x - 8 = 2x + 5$$

Je retranche $2x$ aux deux membres :

$$2x - 8 = 5$$

J'ajoute 8 aux deux membres :

$$2x = 13$$

Je divise les deux membres par 2 :

$$x = 6{,}5$$

Vérification : $4 \times (6{,}5 - 2) = 18$ et $2 \times 6{,}5 + 5 = 18$. La solution de l'équation est $6{,}5$.

Attention : tout le contenu de la parenthèse

✗ Remplacer $5(x + 2)$ par $5x + 2$.

✓ Le 5 multiplie chaque terme : $5(x + 2) = 5x + 10$. Avec un facteur négatif : $-3(x - 1) = -3x + 3$.

Pour $5(x+2)=35$, on trouve $5x+10=35$, puis $x=5$. Avec l'erreur, on trouverait $6{,}6$. Or $5\times(6{,}6+2)=43$.

Vérifie : Un facteur négatif

Quelle est la forme développée de $-2(x-4)$?

A. $-2x-8$

Faux.

Tu as oublié la règle des signes : $-2\times(-4)=8$.

B. $-2x-4$

Faux.

Tu n'as multiplié que le premier terme. Le -2 multiplie aussi -4.

C. $-2x+8$

Juste.

Oui : $-2\times x=-2x$ et $-2\times(-4)=8$.

D. $2x+8$

Faux.

Tu as perdu le signe du facteur : $-2\times x=-2x$.

Correction

Le facteur -2 multiplie chacun des deux termes de la parenthèse :

$$\begin{aligned}-2(x-4) &= -2\times x \\ &\quad +(-2)\times(-4) \\ &= -2x+8\end{aligned}$$

À toi de résoudre

À toi : Une résolution complète

Résous l'équation $3(2x+1)=4x-6$.

Indice 1

Outil : développe d'abord, puis suis la méthode pas à pas.

Indice 2

Début du calcul : développe le premier membre. $3(2x+1)$ devient $6x+3$.

Indice 3

Point délicat : en retranchant 3, on calcule $-6-3=-9$, et non -3.

Réponse

Je développe le premier membre :

$$6x+3=4x-6$$

Je retranche $4x$ aux deux membres :

$$2x + 3 = -6$$

Je retranche 3 aux deux membres :

$$2x = -9$$

Je divise les deux membres par 2 :

$$x = -4{,}5$$

Vérification : le premier membre vaut $3 \times (2 \times (-4{,}5) + 1) = 3 \times (-8) = -24$. Le second vaut $4 \times (-4{,}5) - 6 = -24$.

La solution de l'équation est $-4{,}5$.

Trouve l'erreur : Une ligne fautive

Nadia résout $8 - x = 2x - 4$.

Ligne 1. J'ajoute x aux deux membres : $8 = 3x - 4$.

Ligne 2. Je retranche 4 aux deux membres : $4 = 3x$.

Ligne 3. Je divise les deux membres par 3 : $x = \dfrac{4}{3}$.

Où est la première erreur ?

A. À la ligne 1.

Faux.
Cette ligne est juste : $-x + x$ s'annule, et $2x + x = 3x$.

B. À la ligne 2.

Juste.
Oui. Le 4 est retranché à $3x$: il fallait ajouter 4. On obtient $12 = 3x$.

C. À la ligne 3.

Faux.
La division est juste, mais elle part d'une ligne déjà fausse.

D. Nulle part.

Faux.
Vérifie $\dfrac{4}{3}$ dans l'équation : les deux membres ne sont pas égaux.

Correction

L'erreur est à la ligne 2. Il faut ajouter 4 aux deux membres :

$$12 = 3x$$

On divise les deux membres par 3 :

$$x = 4$$

Vérification : $8 - 4 = 4$ et $2 \times 4 - 4 = 4$.

La solution de l'équation est 4.

Tu sais maintenant enchaîner les étapes, une opération par ligne. C'est le cœur du chapitre.

Mettre un problème en équation

Rappel : au primaire, pour compléter $\square \times 4 = 36$, tu calculais $36 \div 4$.

Une équation fait le même travail avec une lettre. Elle sert surtout quand l'énoncé a plusieurs données.

Pour traduire un énoncé, on écrit chaque quantité avec la lettre. Si une gomme coûte x DH, deux gommes coûtent $2x$ DH.

Devine : Traduire un achat

À la librairie, Omar achète trois cahiers au même prix et un stylo à 5 DH. Il paie 38 DH.

Soit x le prix d'un cahier, en dirhams. Quelle équation traduit l'achat ?

A. $3 + 5x = 38$

Faux.
Tu as échangé les rôles : $5x$ voudrait dire cinq cahiers. Or il y a trois cahiers et un stylo.

B. $x + 5 = 38$

Faux.
Tu as compté un seul cahier. Trois cahiers coûtent $3x$.

C. $3x = 38 + 5$

Faux.
Le stylo fait partie du prix payé. Son prix s'ajoute aux cahiers, du même côté.

D. $3x + 5 = 38$

Juste.
Oui : trois cahiers et un stylo coûtent 38 DH.

Correction
L'équation est $3x + 5 = 38$.

On retranche 5 aux deux membres :

$$3x = 33$$

On divise les deux membres par 3 :

$$x = 11$$

La solution de l'équation est 11 : un cahier coûte 11 DH.

Méthode : Résoudre un problème par une équation

1. **Repérer ce qu'on cherche.** Lis l'énoncé jusqu'à la question.
2. **Annoncer l'inconnue.** Écris une phrase : « Soit x … », avec l'unité.
3. **Écrire l'équation.** Traduis chaque phrase de l'énoncé en calcul.
4. **Résoudre.** Une opération par ligne, nommée.
5. **Vérifier dans l'énoncé.** Reprends les données du problème, pas seulement l'équation.
6. **Répondre par une phrase.** Réponds à la question posée, avec l'unité.

Exemple : Des billets de cinéma

Une famille achète quatre billets de cinéma au même prix et un pop-corn à 18 DH. Elle paie 158 DH. Quel est le prix d'un billet ?

Soit x le prix d'un billet, en dirhams. Quatre billets coûtent $4x$ dirhams. Avec le pop-corn, le tout coûte $4x + 18$ dirhams.

Le tout coûte aussi 158 dirhams. L'équation est donc $4x + 18 = 158$.

Je retranche 18 aux deux membres :

$$4x = 140$$

Je divise les deux membres par 4 :

$$x = 35$$

La solution de l'équation est 35.

Vérification dans l'énoncé : quatre billets à 35 DH coûtent 140 DH. Avec le pop-corn, cela fait 158 DH.

Un billet coûte 35 DH.

Remarque : Choisir sa lettre

Tu peux choisir une autre lettre que x, si tu l'annonces : « Soit n le nombre de billets. » La phrase dit ce que la lettre désigne, et dans quelle unité.

Vérifie : L'âge de la mère

La mère de Salma a 26 ans de plus qu'elle. Soit x l'âge de Salma, en années. Comment s'écrit l'âge de sa mère ?

A. $26x$

Faux.

$26x$ voudrait dire « 26 fois plus âgée ». Or l'énoncé dit « 26 ans de plus ».

B. $x + 26$

Juste.

Oui : la mère a l'âge de Salma, plus 26 ans.

C. $x - 26$

Faux.

Avec $x - 26$, la mère serait plus jeune que Salma.

Correction

L'âge de la mère est $x + 26$: « 26 ans de plus » se traduit par une addition.

Attention : la solution n'est pas toujours la réponse

✗ S'arrêter dès qu'on a trouvé x.

✓ Relire la question. Si x est le prix d'un stylo et qu'on demande le prix de cinq stylos, il reste un calcul.

Vérifie aussi le sens de la réponse : un nombre de cahiers ne peut pas valoir $2{,}5$.

Exemple : L'âge de Salma et de sa mère

Ensemble, Salma et sa mère ont 50 ans. La mère a 26 ans de plus que Salma. Quel est l'âge de la mère ?

Soit x l'âge de Salma, en années. La mère a 26 ans de plus : elle a $x + 26$ ans.

Ensemble, elles ont $x + (x + 26)$ ans. L'équation est donc $x + x + 26 = 50$.

Je réduis le premier membre :

$$2x + 26 = 50$$

Je retranche 26 aux deux membres :

$$2x = 24$$

Je divise les deux membres par 2 :

$$x = 12$$

La solution de l'équation est 12 : c'est l'âge de Salma. La question demande l'âge de la mère : $12 + 26 = 38$.

Vérification dans l'énoncé : $38 - 12 = 26$ et $12 + 38 = 50$.

La mère de Salma a 38 ans.

Vérifie : Le périmètre d'un jardin

Rappel : le périmètre d'un rectangle vaut deux fois la somme de sa longueur et de sa largeur.

Un jardin rectangulaire a un périmètre de 46 m. Sa longueur dépasse sa largeur de 7 m.

Soit x la largeur, en mètres. Quelle équation convient ?

A. $2(x + x + 7) = 46$

Juste.

Oui : la largeur x plus la longueur $x + 7$, le tout multiplié par 2.

B. $x + x + 7 = 46$

Faux.

Tu as pris une seule largeur et une seule longueur : c'est la moitié du périmètre.

C. $4x + 7 = 46$

Faux.

Tu as compté les quatre côtés, mais les 7 m une seule fois. Il y a deux longueurs.

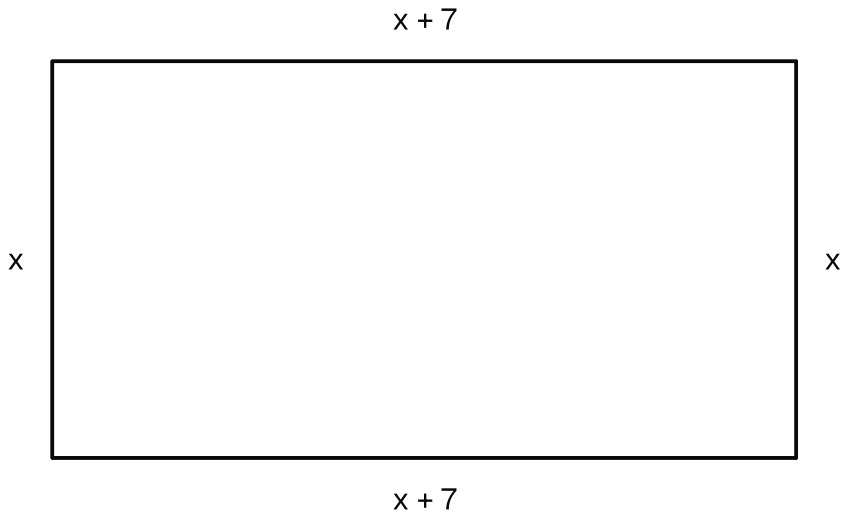
D. $2(x + 7) = 46$

Faux.

Tu as oublié la largeur dans la somme. Le périmètre compte la longueur et la largeur.

Correction

L'équation est $2(x + x + 7) = 46$, soit $2(2x + 7) = 46$.



Le jardin rectangulaire : la largeur vaut x, la longueur x + 7.

À toi : Un problème à la librairie

À la librairie, un cahier coûte 6 DH de plus qu'un stylo. Leila achète quatre stylos et deux cahiers. Elle paie 48 DH.

Quel est le prix d'un cahier ?

Indice 1
Outil : suis la méthode du problème. Annonce d'abord l'inconnue : « Soit x le prix d'un stylo, en dirhams. »
Indice 2
Début du calcul : un cahier coûte $x + 6$. L'équation est $4x + 2(x + 6) = 48$.
Indice 3
Point délicat : la question demande le prix d'un cahier, pas celui d'un stylo.

Réponse
Soit x le prix d'un stylo, en dirhams. Un cahier coûte $x + 6$ dirhams. L'équation est $4x + 2(x + 6) = 48$.

Je développe, puis je réduis le premier membre :

$$\begin{aligned} 4x + 2x + 12 &= 48 \\ 6x + 12 &= 48 \end{aligned}$$

Je retranche 12 aux deux membres :

$$6x = 36$$

Je divise les deux membres par 6 :

$$x = 6$$

La solution de l'équation est 6 : c'est le prix d'un stylo.

Un cahier coûte $6 + 6 = 12$ DH. Vérification dans l'énoncé : $4 \times 6 + 2 \times 12 = 48$, et $12 - 6 = 6$.

Un cahier coûte 12 DH.

Remarque : Coin devoir : rédiger un problème

En devoir, pour le jardin de l'activité, on attend une rédaction de ce genre :

« Soit x la largeur du jardin, en mètres. La longueur vaut $x + 7$.

Le périmètre donne l'équation $2(x + x + 7) = 46$.

Je réduis la parenthèse : $2(2x + 7) = 46$.

Je développe : $4x + 14 = 46$.

Je retranche 14 aux deux membres : $4x = 32$.

Je divise les deux membres par 4 : $x = 8$.

La solution de l'équation est 8.

Vérification dans l'énoncé : la longueur vaut $8 + 7 = 15$, soit 15 m. On a bien $15 - 8 = 7$ et $2 \times (15 + 8) = 46$.

Le jardin mesure 8 m de large et 15 m de long. »

Vérifie : Une réponse qui n'a pas de sens

Hamza résout un problème de billets de cinéma. Il appelle x le nombre de billets et trouve $x = 7{,}5$. Que doit-il faire ?

A. Arrondir et répondre « 8 billets ».
Faux.
Arrondir cache l'erreur. Avec 8 billets, la vérification dans l'énoncé échouerait.

B. Répondre « $7{,}5$ billets ».
Faux.
On n'achète pas la moitié d'un billet. Cette réponse n'a pas de sens.

C. Chercher une erreur dans son travail.
Juste.
Oui. Un nombre de billets est entier : l'équation ou le calcul contient une erreur.

Correction
Un nombre de billets est un nombre entier. Hamza reprend sa mise en équation et ses calculs.

Tu sais maintenant transformer un problème en équation, et répondre par une phrase. C'est ce que les équations apportent de plus utile.

Ce qu'il faut retenir

Pour chaque forme d'équation, voici le geste qui isole l'inconnue.

Forme	Exemple	Geste sur les deux membres
$x + a = b$	$x + 4 = 10$	retrancher a
$x - a = b$	$x - 3 = 5$	ajouter a
$ax = b$, avec a non nul	$6x = 18$	diviser par a
$-x = b$	$-x = 4$	multiplier par -1
$ax + b = c$, avec a non nul	$2x + 1 = 9$	retrancher b, puis diviser par a

Forme	Exemple	Geste sur les deux membres
$ax + b = cx + d$	$5x + 1 = 2x + 7$	retrancher cx, puis b, puis diviser par le coefficient de x obtenu, non nul
avec des parenthèses	$2(x + 1) = 10$	développer d'abord

Vérifie : Le premier geste

Selon la méthode, quel est le premier geste pour résoudre $2(x - 3) = x + 4$?

A. Retrancher 3 aux deux membres.

Faux.

Retrancher 3 aux deux membres est permis, mais donne $2(x - 3) - 3 = x + 1$: le 3 reste dans la parenthèse, multiplié par 2.

B. Développer le premier membre.

Juste.

Oui : $2x - 6 = x + 4$. Ensuite, on rassemble les termes en x.

C. Retrancher 2 aux deux membres.

Faux.

Retrancher 2 aux deux membres est permis, mais donne $2(x - 3) - 2 = x + 2$: la parenthèse reste.

Correction

On développe le premier membre :

$$2x - 6 = x + 4$$

On retranche x aux deux membres :

$$x - 6 = 4$$

On ajoute 6 aux deux membres :

$$x = 10$$

Vérification : $2 \times (10 - 3) = 14$ et $10 + 4 = 14$.

La solution de l'équation est 10.

À retenir : Ce qu'il faut retenir

Une équation se résout en faisant toujours la même opération sur les deux membres. On ne divise jamais par 0.

> Toute résolution se termine par une vérification et par la phrase « La solution de l'équation est … ».
> Un problème se termine par une phrase qui répond à la question, avec l'unité.

Vérifie : Le signe devant x

Quel geste résout $-x = 2{,}4$?

A. Multiplier les deux membres par -1.

Juste.

Oui : on obtient $x = -2{,}4$.

B. Dire que la solution est $2{,}4$.

Faux.

Pour $2{,}4$, le premier membre vaut $-2{,}4$, pas $2{,}4$.

C. Ajouter 1 aux deux membres.

Faux.

$-x$ ne veut pas dire $x - 1$. Il veut dire $-1 \times x$.

Correction

On multiplie les deux membres par -1 :

$$x = -2{,}4$$

Vérification : $-(-2{,}4) = 2{,}4$.

La solution de l'équation est $-2{,}4$.

Tu as maintenant tous les gestes du chapitre. Avant chaque équation, repère sa forme, puis choisis ton geste.

SOURCES

Référentiel BURHAN du chapitre « Les équations » (1ac · general · mathematiques)