BURHAN

Droites perpendiculaires et droites parallèles : exercices, niveau examen

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/droites-perpendiculaires-et-paralleles/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Droites perpendiculaires et droites parallèles	Niveau examen	5

Exercice 1 5 pts

Les lignes d'un parking

Sur le dessin d'un parking, la bordure du trottoir est une droite (d). Sur ton cahier, trace (d) et place sur elle deux points A et B avec $AB = 6$ cm.

1. 1,5 pts

Deux lignes de marquage partent de A et de B. Trace à l'équerre la ligne (d_1) perpendiculaire à (d) en A, puis la ligne (d_2) perpendiculaire à (d) en B. Code les angles droits.

INDICE

Outil : la construction d'une perpendiculaire à l'équerre, faite deux fois.

Début : pose l'équerre le long de (d), le sommet de son angle droit en A.

CORRIGÉ

Ligne (d_1). J'aligne un bord de l'angle droit de l'équerre sur (d), avec le sommet de l'angle droit en A, et je trace (d_1) le long de l'autre bord.

Ligne (d_2). Je recommence de la même façon en B pour tracer (d_2).

Codage. Je code les deux angles droits, en A et en B.

Conclusion. Les deux lignes sont tracées : $(d_1) \perp (d)$ et $(d_2) \perp (d)$.

2. 1,5 pts

Justifie que $(d_1) \parallel (d_2)$.

INDICE

Outil : la propriété des deux perpendiculaires à une même droite.

Début : la droite commune aux deux angles droits est (d).

CORRIGÉ

On sait que $(d_1) \perp (d)$ et $(d_2) \perp (d)$.

Or les deux perpendiculaires à une même droite sont toujours parallèles l'une à l'autre.

Donc $(d_1) \parallel (d_2)$.

Conclusion. Les deux lignes de marquage sont parallèles.

3. 2 pts

Une troisième ligne (Δ) est perpendiculaire à (d_1) en un point E, avec $AE = 3$ cm. Elle coupe (d_2) en F. Trace-la. Que peux-tu dire de (Δ) et de (d_2) ? Justifie.

INDICE

Outil : la propriété qui part de deux parallèles et d'une droite perpendiculaire à l'une d'elles.

Début : écris les deux données : l'une sur (d_1) et (d_2), l'autre sur (Δ).

CORRIGÉ

Construction. Je place le point E sur (d_1) avec $AE = 3$ cm. Je trace à l'équerre la perpendiculaire (Δ) à (d_1) en E ; elle coupe (d_2) en F.

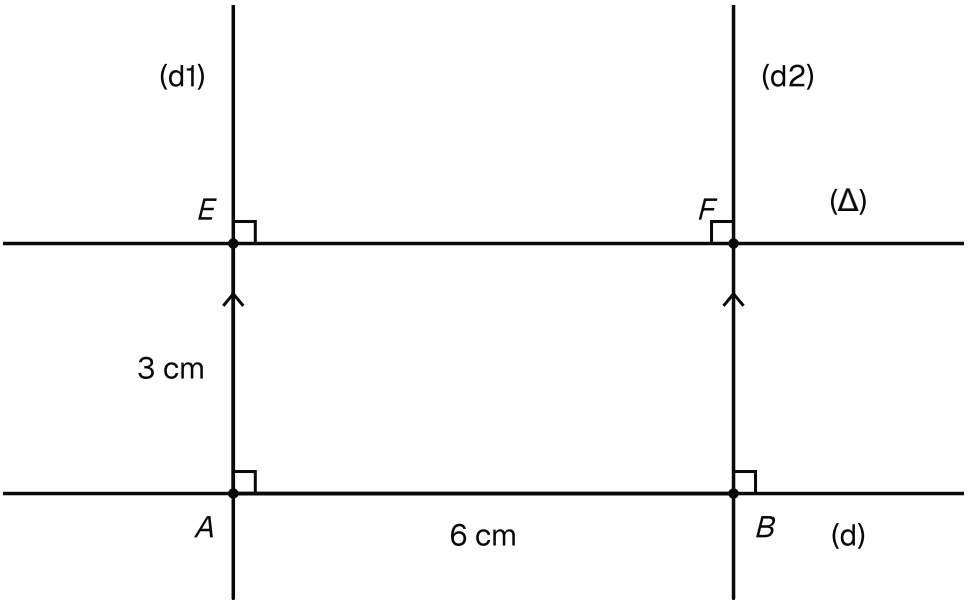
Justification.

On sait que $(d_1) \parallel (d_2)$, d'après la question 2, et $(\Delta) \perp (d_1)$.

Or, si $(d_1) \parallel (d_2)$ et $(\Delta) \perp (d_1)$, alors $(\Delta) \perp (d_2)$: c'est la propriété « perpendiculaire à l'une de deux parallèles ».

Donc $(\Delta) \perp (d_2)$.

Conclusion. La droite (Δ) est perpendiculaire à (d_2) : l'angle formé en F est droit.



Le marquage du parking : (d1) et (d2) perpendiculaires à (d), donc parallèles, et (Δ) à angle droit sur (d1) en E, donc aussi sur (d2) en F.

Exercice 2 — 5 pts

Le robinet du jardin

Sur le dessin d'un jardin, deux arbres sont représentés par les points A et B, avec $AB = 8$ cm. Le jardinier veut installer un robinet R à égale distance des deux arbres. Fais la figure sur ton cahier.

1. — 2 pts

Construis la médiatrice (m) du segment $[AB]$ avec la règle graduée et l'équerre. Décris les étapes de ta construction.

INDICE

Outil : la définition de la médiatrice d'un segment.

Début : commence par placer le point qui partage le segment en deux longueurs égales.

CORRIGÉ

1. Je mesure $[AB]$ et je place son milieu I, avec $AI = IB = 4$ cm.
2. Je pose un bord de l'angle droit de l'équerre sur (AB), le sommet de l'angle droit en I, et je trace la perpendiculaire à (AB) passant par I.
3. Je code l'angle droit et les deux longueurs égales.

Conclusion. Cette perpendiculaire passe par le milieu de $[AB]$: c'est la médiatrice (m) de $[AB]$.

2. — 1 pts

Le jardinier place le robinet R sur (m), avec $RA = 5$ cm. Il dit que R est à égale distance des deux arbres. Sans mesurer, donne RB, puis dis s'il a raison.

INDICE

Outil : la propriété caractéristique de la médiatrice.

Début : le point R est sur la droite (m).

CORRIGÉ

On sait que le robinet R est sur la médiatrice (m) de $[AB]$.

Or tout point de la médiatrice d'un segment est à la même distance des deux extrémités de ce segment.

Donc $RB = RA = 5$ cm.

Conclusion. Le jardinier a raison : le robinet est à 5 cm de chacun des deux arbres.

3. 2 pts

Une allée droite passe par les deux arbres : c'est la droite (AB). Quel est le projeté orthogonal de R sur (AB) ? On mesure $RI = 3$ cm : quelle est la distance du robinet à l'allée ?

INDICE

Outil : les définitions du projeté orthogonal et de la distance d'un point à une droite.

Début : la droite (m) passe par R et forme un angle droit avec (AB).

Point délicat : la longueur RA n'est pas la distance cherchée.

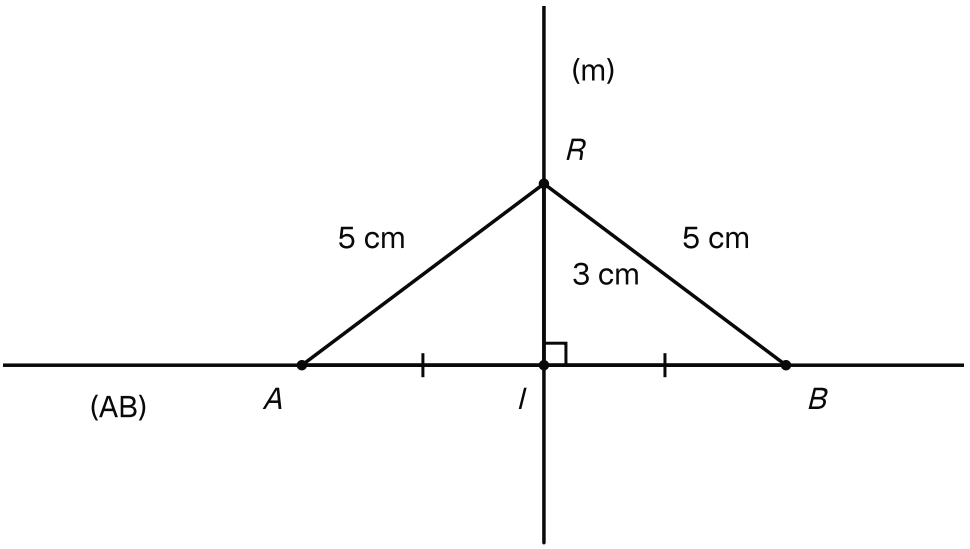
CORRIGÉ

Projeté orthogonal. La droite (m) passe par R, et $(m) \perp (AB)$. Elle coupe (AB) au point I : le point I est donc le projeté orthogonal de R sur (AB).

Distance. La distance du robinet à l'allée se mesure entre R et son projeté I : c'est $RI = 3$ cm.

Contrôle. Cette distance est plus petite que $RA = 5$ cm : le segment $[RI]$ est le plus court.

Conclusion. Le projeté orthogonal de R sur (AB) est le point I, et le robinet est à 3 cm de l'allée.



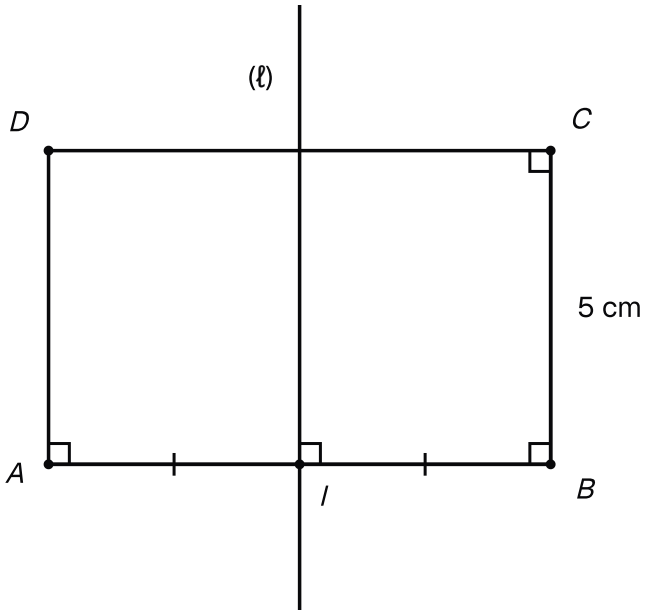
Le robinet R sur la médiatrice (m) de [AB] : son projeté orthogonal sur l'allée (AB) est le milieu I, à 3 cm de R.

Exercice 3 — 5 pts

Le terrain de sport

Le dessin d'un terrain de sport est un quadrilatère $ABCD$ avec $AB = 8$ cm et $BC = 5$ cm. Sur le dessin, les angles $\widehat{DAB}$, $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCD}$ sont codés droits. Le point I est le milieu de $[AB]$. La ligne du milieu est la droite (ℓ), qui passe par I et forme un angle droit avec (AB).

Reproduis ce dessin sur ton cahier.



Le dessin du terrain ABCD : trois angles codés droits, BC = 5 cm, et la ligne du milieu (ℓ) qui coupe [AB] à angle droit en son milieu I.

1. — 1,5 pts

Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Cite la propriété utilisée.

INDICE

Outil : la propriété du quadrilatère qui a trois angles droits.

Début : compte les angles codés sur le dessin.

CORRIGÉ

On sait que les angles $\widehat{DAB}$, $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCD}$ sont droits.

Or un quadrilatère qui possède trois angles droits est forcément un rectangle.

Donc $ABCD$ est un rectangle.

Conclusion. Le quadrilatère $ABCD$ est un rectangle, d'après la propriété des trois angles droits.

2. 1,5 pts

Cite la définition de la médiatrice d'un segment. Explique pourquoi (ℓ) est la médiatrice de $[AB]$.

INDICE

Outil : la définition de la médiatrice d'un segment.

Début : vérifie les deux conditions de cette définition.

CORRIGÉ

Définition. La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire à ce segment qui passe par son milieu.

Vérification. Ici, $(\ell) \perp (AB)$, et (ℓ) passe par I, milieu de $[AB]$: les deux conditions sont remplies.

Conclusion. La droite (ℓ) est la médiatrice de $[AB]$.

3. 2 pts

Que peux-tu dire de la ligne du milieu (ℓ) et du côté (AD) ? Justifie.

INDICE

Outil : la propriété des deux perpendiculaires à une même droite.

Début : cherche une droite avec laquelle (ℓ) et (AD) forment chacune un angle droit.

CORRIGÉ

On sait que $(\ell) \perp (AB)$ et $(AD) \perp (AB)$, car l'angle $\widehat{DAB}$ est droit.

Or deux perpendiculaires à la même droite (AB) sont parallèles.

Donc $(\ell) \parallel (AD)$.

Conclusion. La ligne du milieu est parallèle au côté $[AD]$.

Exercice 4 5 pts

Les fils d'un étendoir

Sur le dessin d'un étendoir à linge, les deux montants sont les droites (v_1) et (v_2), et trois fils sont les droites (f_1), (f_2) et (f_3). Le fabricant a écrit ses données avec des symboles :

- $(f_2) \parallel (f_1)$ et $(f_3) \parallel (f_1)$;
- $(v_1) \perp (f_2)$;
- $(v_2) \perp (f_3)$.

Tu feras un schéma de cet étendoir sur ton cahier.

1. 1,5 pts

Écris chacune des quatre données par une phrase en mots, sans symbole. Fais ensuite un schéma de l'étendoir et codes-y seulement les angles droits donnés par les données : combien en codes-tu ?

INDICE

Outil : les notations du cours pour « perpendiculaire » et « parallèle ».

Début : lis chaque écriture de gauche à droite : une droite, un symbole, une autre droite.

CORRIGÉ

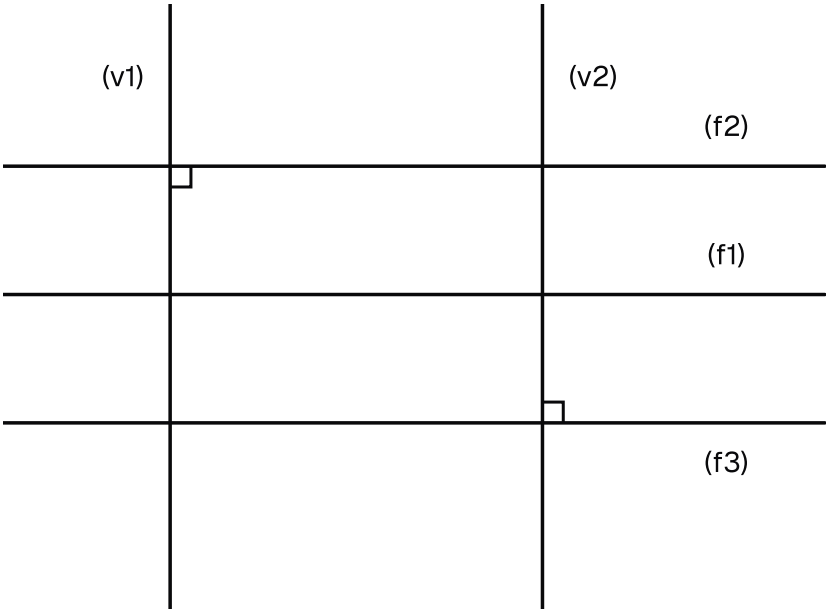
- $(f_2) \parallel (f_1)$: la droite (f_2) est parallèle à la droite (f_1).
- $(f_3) \parallel (f_1)$: la droite (f_3) est parallèle à la droite (f_1).
- $(v_1) \perp (f_2)$: la droite (v_1) est perpendiculaire à la droite (f_2).
- $(v_2) \perp (f_3)$: la droite (v_2) est perpendiculaire à la droite (f_3).

Sur le schéma, je trace (f_2) et (f_3) parallèles à (f_1).

Je trace (v_1) à l'équerre, en codant l'angle droit qu'elle forme avec (f_2), puis (v_2), en codant l'angle droit qu'elle forme avec (f_3).

L'angle entre (v_1) et (f_3) n'est pas une donnée : il ne se code pas, il se justifie.

Conclusion. Je code donc deux angles droits.



Le schéma de l'étendoir : les fils (f1), (f2) et (f3), et seulement deux angles droits codés, (v1) avec (f2) et (v2) avec (f3).

2. 1,5 pts

Justifie que les fils (f_2) et (f_3) sont parallèles.

INDICE

Outil : la propriété des deux droites parallèles à une même droite.

Début : cherche le fil auquel (f_2) et (f_3) sont tous les deux parallèles.

CORRIGÉ

On sait que $(f_2) \parallel (f_1)$ et $(f_3) \parallel (f_1)$.

Or deux droites parallèles à une même droite sont parallèles entre elles.

Donc $(f_2) \parallel (f_3)$.

Conclusion. Les deux fils sont bien parallèles.

3. 2 pts

Les montants (v_1) et (v_2) sont-ils parallèles ? Justifie en deux étapes : commence par ce que tu peux dire de (v_1) et de (f_3).

INDICE

Outil : deux propriétés à la suite : celle d'une droite perpendiculaire à l'une de deux parallèles, puis celle des deux perpendiculaires à une même droite.

Début : utilise le résultat de la question 2 avec la donnée $(v_1) \perp (f_2)$.

Point délicat : dans les données, les deux montants ne forment pas un angle droit avec le même fil.

CORRIGÉ

Étape 1 : la droite (v_1) et le fil (f_3).

On sait que $(f_2) \parallel (f_3)$, d'après la question 2, et $(v_1) \perp (f_2)$.

Or, si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Donc $(v_1) \perp (f_3)$.

Étape 2 : les deux montants.

On sait que $(v_1) \perp (f_3)$ et $(v_2) \perp (f_3)$.

Or, quand deux droites forment chacune un angle droit avec une même droite, elles sont parallèles.

Donc $(v_1) \parallel (v_2)$.

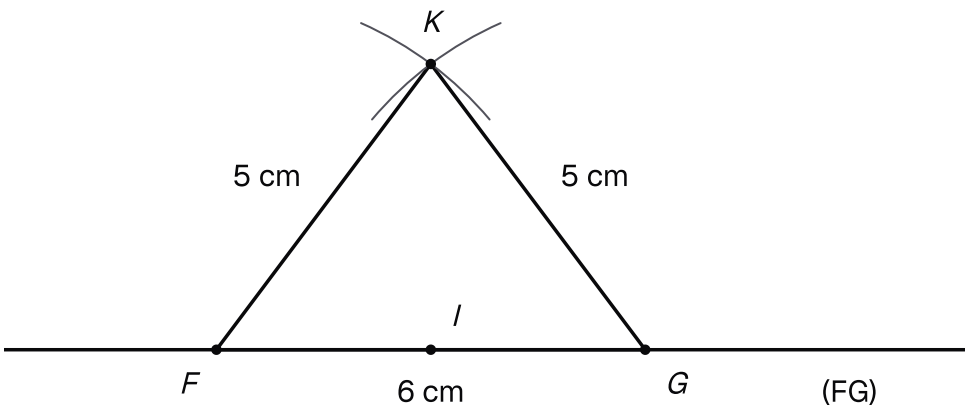
Conclusion. Oui, les deux montants de l'étendoir sont parallèles.

Exercice 5 5 pts

Le kiosque de la place

Sur la carte d'une place, deux fontaines sont représentées par les points F et G, avec $FG = 6$ cm. L'avenue qui passe devant elles est la droite (FG). Un kiosque est représenté par le point K, avec $KF = 5$ cm et $KG = 5$ cm. Le point I est le milieu de $[FG]$.

Fais la figure sur ton cahier : place K avec le compas.



La place : les fontaines F et G à 6 cm sur l'avenue (FG), leur milieu I, et le kiosque K placé au compas à 5 cm de chacune.

1. 1 pts

Le kiosque K est-il sur la médiatrice du segment $[FG]$? Justifie.

INDICE

Outil : la propriété caractéristique de la médiatrice, dans le sens qui part de deux longueurs égales.

Début : compare les deux longueurs données pour le point K.

CORRIGÉ

On sait que $KF = 5$ cm et $KG = 5$ cm, donc $KF = KG$: le point K est équidistant de F et de G.

Or un point équidistant des extrémités d'un segment est sur la médiatrice de ce segment.

Donc le kiosque K est sur la médiatrice de $[FG]$.

Conclusion. Oui, le kiosque est sur la médiatrice du segment $[FG]$.

2. 2 pts

Explique pourquoi le point I est aussi sur la médiatrice de $[FG]$. Déduis-en que cette médiatrice est la droite (KI), puis que $(KI) \perp (FG)$.

INDICE

Outil : la définition de la médiatrice, puis « par deux points distincts ne passe qu'une droite ».

Début : la médiatrice d'un segment passe par son milieu.

Point délicat : vérifie que K et I sont deux points distincts.

CORRIGÉ

Le point I. Par définition, la médiatrice de $[FG]$ passe par le milieu de $[FG]$: le point I est donc sur cette médiatrice.

La droite (KI). Les points K et I sont distincts, car $IF = 6 \div 2 = 3$ cm alors que $KF = 5$ cm.

Ils sont tous les deux sur la médiatrice de $[FG]$, et par deux points distincts ne passe qu'une seule droite : la médiatrice de $[FG]$ est la droite (KI).

L'angle droit. La médiatrice de $[FG]$ est perpendiculaire à la droite (FG).

Conclusion. Le point I est sur la médiatrice de $[FG]$, cette médiatrice est la droite (KI), et $(KI) \perp (FG)$.

3. 2 pts

Une seconde avenue (a) passe par le kiosque K et elle est parallèle à l'avenue (FG). Que peux-tu dire des droites (KI) et (a) ? Justifie. On mesure $KI = 4$ cm : quelle est la distance du point I à l'avenue (a) ?

INDICE

Outil : la propriété d'une droite perpendiculaire à l'une de deux parallèles, puis la définition de la distance d'un point à une droite.

Début : utilise le résultat de la question 2 et la donnée sur (a).

Point délicat : cherche le point où la perpendiculaire à (a) passant par I coupe (a).

CORRIGÉ

Les droites (KI) et (a).

On sait que $(FG) \parallel (a)$ et $(KI) \perp (FG)$, d'après l'énoncé et la question 2.

Or, si deux droites sont parallèles, toute droite perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.

Donc $(KI) \perp (a)$.

Distance de I à (a). La droite (KI) passe par I, forme un angle droit avec (a) et coupe (a) en K. Le point K est donc le projeté orthogonal de I sur (a).

Conclusion. Les droites (KI) et (a) sont perpendiculaires, et la distance du point I à l'avenue (a) est $KI = 4$ cm.