BURHAN

Droites perpendiculaires et droites parallèles : exercices, application

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/droites-perpendiculaires-et-paralleles/exercices/application

Chapitre	Palier	Exercices
Droites perpendiculaires et droites parallèles	Application	8

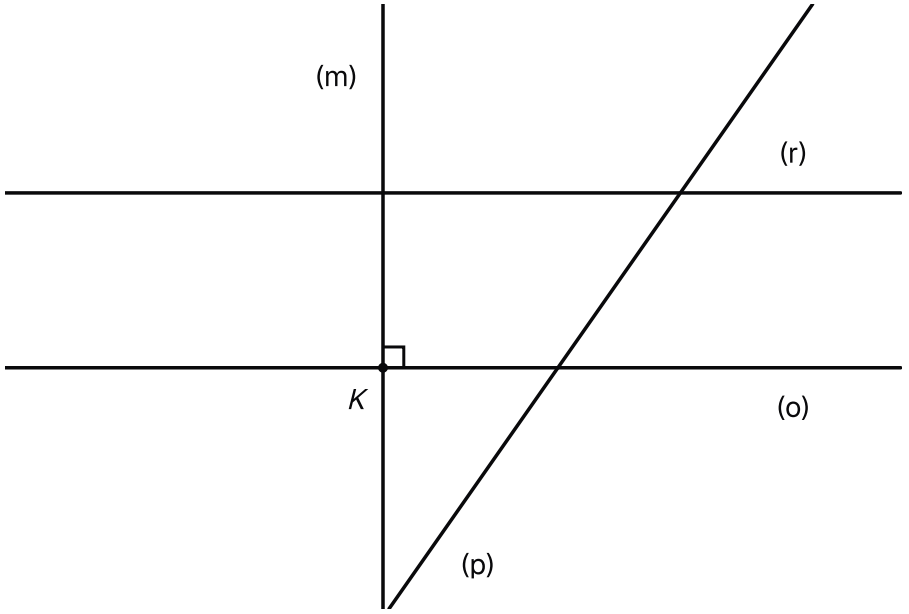
Exercice 1

Les rues d'un quartier

Sur la carte d'un quartier, chaque rue est représentée par une droite.

- La rue des Oliviers (o) et la rue du Marché (m) se croisent au carrefour K en formant un angle droit.
- La rue des Roses (r) ne croise jamais la rue des Oliviers, même prolongée.
- La rue du Port (p) croise la rue des Oliviers, sans former d'angle droit.

Dessine cette carte à main levée sur ton cahier.



La carte du quartier : la rue des Oliviers, la rue du Marché qui la croise à angle droit en K, la rue des Roses et la rue du Port.

1.

Écris avec un symbole la relation entre les droites (o) et (m).

INDICE

Outil : la définition de deux droites perpendiculaires.

Début : regarde comment les deux rues se croisent au carrefour.

CORRIGÉ

Les droites (o) et (m) se coupent au point K.

En ce point, elles forment un angle droit : elles sont donc perpendiculaires.

Conclusion. On écrit $(o) \perp (m)$.

2.

Écris avec un symbole la relation entre les droites (o) et (r).

INDICE

Outil : la définition de deux droites parallèles.

Début : combien de points communs ont ces deux rues ?

CORRIGÉ

La rue des Roses ne croise jamais la rue des Oliviers, même prolongée : les droites (o) et (r) n'ont aucun point commun.

Deux droites sans point commun sont parallèles.

Conclusion. On écrit $(o) \parallel (r)$.

3.

Les droites (o) et (p) sont-elles parallèles ? Sont-elles perpendiculaires ? Explique.

INDICE

Outil : la définition des droites parallèles : dans un plan, deux droites sont soit sécantes, soit parallèles.

Début : demande-toi si ces deux rues se croisent.

Point délicat : se croiser ne suffit pas pour être perpendiculaires.

CORRIGÉ

Les droites (o) et (p) se croisent : elles ont un point commun. Elles sont donc sécantes, et elles ne sont pas parallèles.

À leur point commun, elles ne forment pas d'angle droit : elles ne sont pas perpendiculaires.

Conclusion. Les droites (o) et (p) ne sont ni parallèles ni perpendiculaires : elles sont seulement sécantes.

Exercice 2

Une perpendiculaire à l'équerre

Sur ton cahier, trace une droite (d) un peu penchée par rapport aux lignes. Place un point A qui n'est pas sur (d).

1.

Décris en trois étapes la construction, à l'équerre, de la droite (Δ) perpendiculaire à (d) qui passe par A. Le nom (Δ) se lit « delta ». Fais cette construction sur ton cahier.

INDICE

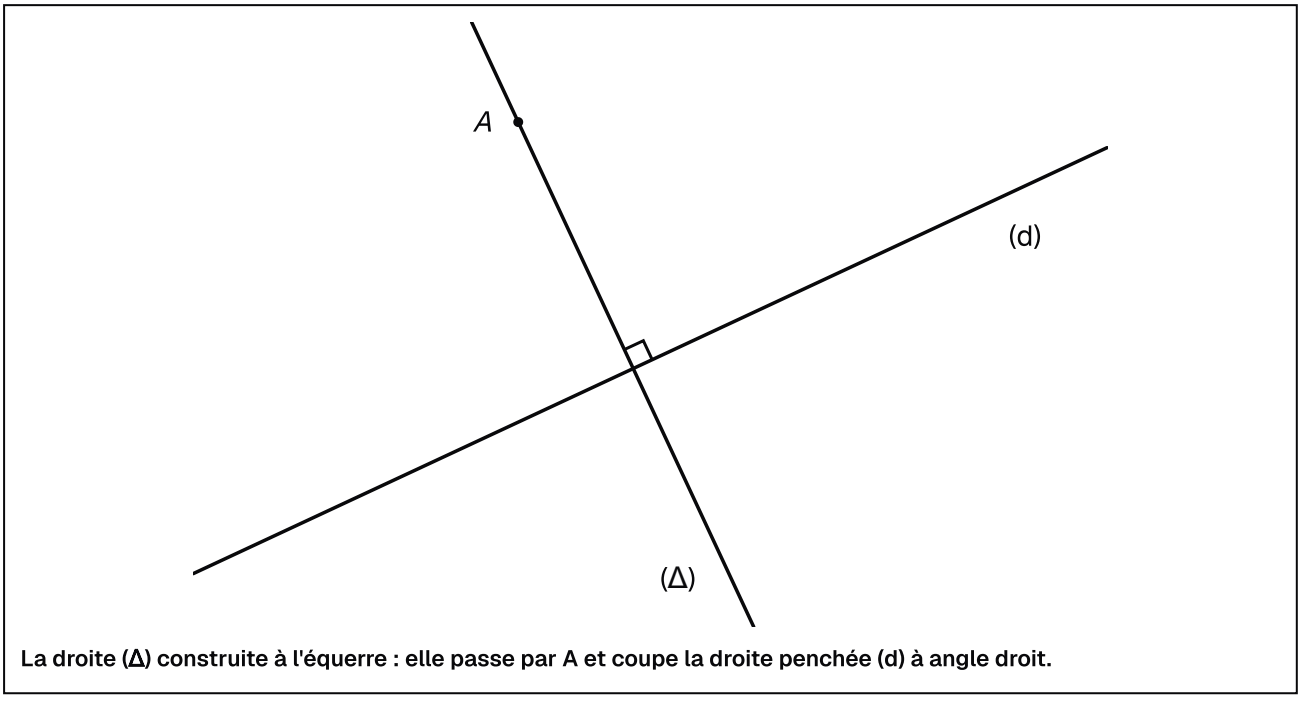
Outil : la construction d'une perpendiculaire à l'équerre.

Début : l'équerre se pose d'abord le long de (d).

CORRIGÉ

1. Je pose un bord de l'angle droit de l'équerre sur (d).
2. Je fais glisser l'équerre le long de (d), jusqu'à ce que l'autre bord passe par A.
3. Je trace (Δ) le long de ce bord, je la prolonge à la règle et je code l'angle droit.

Conclusion. La droite (Δ) passe par A, et $(\Delta) \perp (d)$.



La droite (Δ) construite à l'équerre : elle passe par A et coupe la droite penchée (d) à angle droit.

2.

Un camarade pense pouvoir tracer une autre droite, différente de (Δ), perpendiculaire à (d) et passant par A. A-t-il raison ? Cite la propriété.

INDICE

Outil : la propriété qui compte les perpendiculaires passant par un point.

Début : relis combien de droites cette propriété autorise.

CORRIGÉ

Par un point donné, il ne passe qu'une perpendiculaire à une droite : c'est une propriété admise du cours.

Ici, la perpendiculaire à (d) qui passe par A est déjà la droite (Δ).

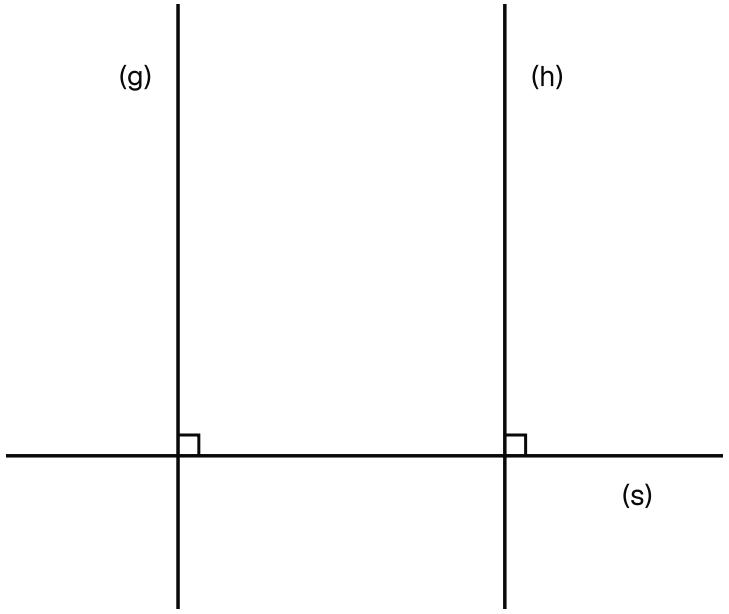
Conclusion. Non, le camarade a tort : aucune autre droite ne convient.

Exercice 3

Le cadre d'une porte

Un menuisier fabrique le cadre d'une porte. Sur son dessin, le seuil est la droite (s) et les deux montants sont les droites (g) et (h). Avec son équerre, il a vérifié que $(g) \perp (s)$ et que $(h) \perp (s)$.

Sur ton cahier, dessine une figure codée qui respecte ces données.



Le dessin du menuisier : le seuil (s) et les deux montants (g) et (h), chacun vérifié à angle droit sur le seuil.

1.

Les montants (g) et (h) sont-ils parallèles ? Rédige ta réponse avec « On sait que », « Or », « Donc ».

INDICE

Outil : la propriété des deux droites perpendiculaires à une même droite.

Début : écris d'abord les deux données qui concernent (s).

CORRIGÉ

On sait que $(g) \perp (s)$ et $(h) \perp (s)$.

Or, si $(d_1) \perp (\Delta)$ et $(d_2) \perp (\Delta)$, alors $(d_1) \parallel (d_2)$: c'est la propriété « deux perpendiculaires à une même droite ».

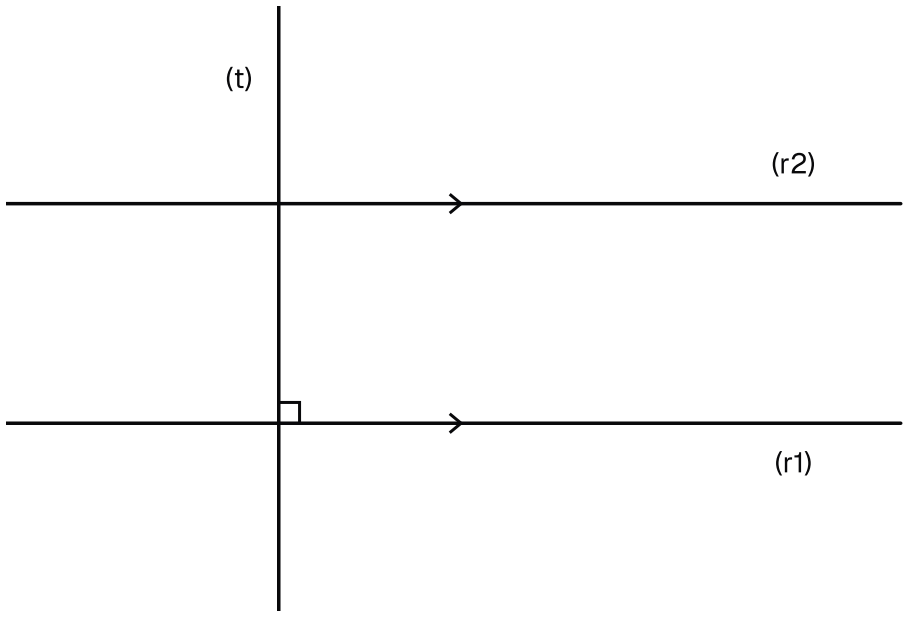
Donc $(g) \parallel (h)$.

Conclusion. Oui, les deux montants du cadre sont parallèles.

Exercice 4

Les rails et la traverse

Sur la carte d'une gare, les deux rails d'une voie ferrée sont deux droites parallèles (r_1) et (r_2). Une traverse en bois est représentée par une droite (t), avec $(t) \perp (r_1)$. Reproduis cette carte sur ton cahier.



La carte de la gare : les rails (r1) et (r2), parallèles, et la traverse (t), codée à angle droit sur le rail (r1).

1.

Que peux-tu dire des droites (t) et (r_2) ? Justifie à l'aide d'une propriété du cours.

INDICE

Outil : la propriété de la perpendiculaire à l'une de deux droites parallèles.

Début : commence par « On sait que $(r_1) \parallel (r_2)$ ».

CORRIGÉ

On sait que $(r_1) \parallel (r_2)$ et $(t) \perp (r_1)$.

Or, si deux droites sont parallèles, une droite perpendiculaire à la première l'est aussi à la seconde.

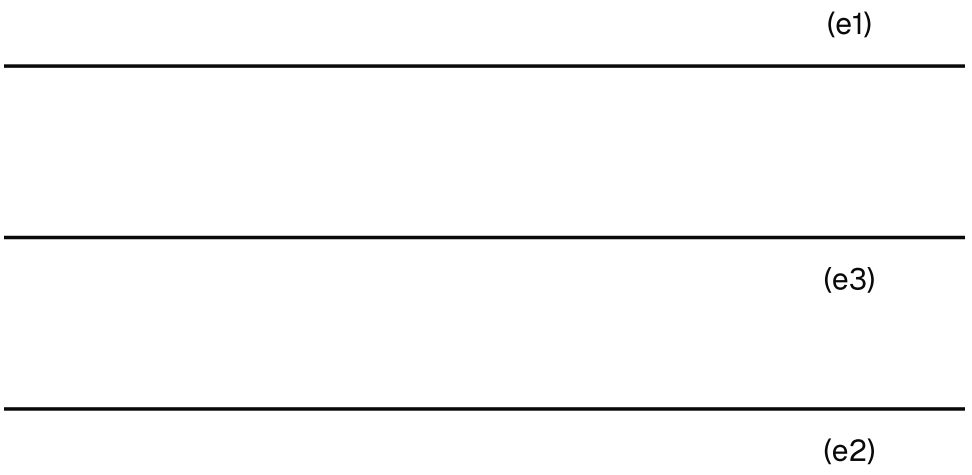
Donc $(t) \perp (r_2)$.

Conclusion. La traverse est perpendiculaire au second rail : elle forme aussi un angle droit avec lui.

Exercice 5

Trois planches d'une bibliothèque

Dans une bibliothèque, trois planches sont représentées par trois droites (e_1), (e_2) et (e_3). On sait que $(e_1) \parallel (e_3)$ et que $(e_2) \parallel (e_3)$. Représente ces planches sur ton cahier.



Les trois planches de la bibliothèque, (e1), (e2) et (e3), avec pour seules données (e1) ∥ (e3) et (e2) ∥ (e3).

1.

Les planches (e_1) et (e_2) sont-elles parallèles ? Rédige une justification.

INDICE

Outil : la propriété des deux droites parallèles à une même droite.

Début : la droite qui revient dans les deux données est (e_3).

CORRIGÉ

On sait que $(e_1) \parallel (e_3)$ et $(e_2) \parallel (e_3)$.

Or, si deux droites sont toutes les deux parallèles à une troisième, elles sont parallèles entre elles.

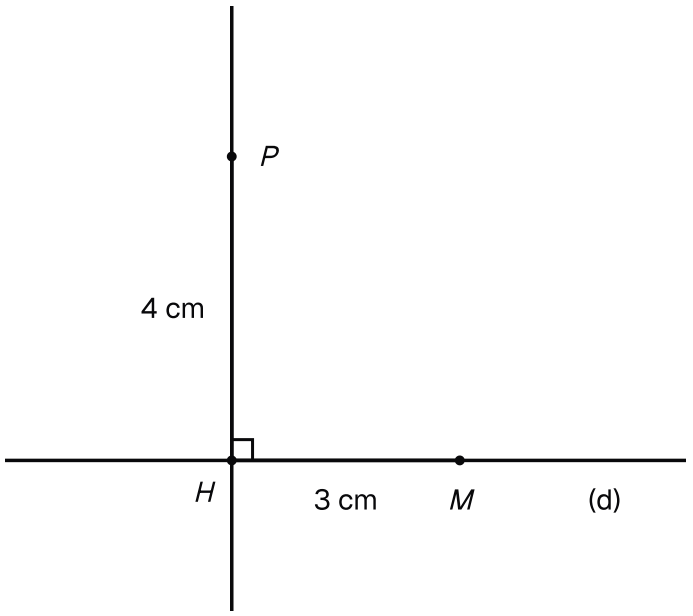
Donc $(e_1) \parallel (e_2)$.

Conclusion. Oui, ces deux planches de la bibliothèque sont parallèles.

Exercice 6

Le projeté orthogonal et la distance

Sur ton cahier, trace une droite (d) et place un point H sur elle. Trace la perpendiculaire à (d) en H, et place sur elle un point P avec $PH = 4$ cm. Code l'angle droit. Place enfin un point M sur (d) avec $HM = 3$ cm.



La figure de l'énoncé : P sur la perpendiculaire à (d) en H, avec PH = 4 cm, et M sur (d), avec HM = 3 cm.

1.

Quel est le projeté orthogonal du point P sur la droite (d) ? Pourquoi ?

INDICE

Outil : la définition du projeté orthogonal.

Début : cherche la droite qui passe par P et forme un angle droit avec (d).

CORRIGÉ

La droite (PH) passe par P, et $(PH) \perp (d)$: l'angle droit est codé en H.

Cette droite coupe (d) au point H.

Conclusion. Le projeté orthogonal de P sur (d) est le point H.

2.

Mesure PM. La distance du point P à la droite (d) est-elle PH ou PM ?

INDICE

Outil : la définition de la distance d'un point à une droite.

Début : cette distance se lit sur le segment qui va de P à son projeté orthogonal.

CORRIGÉ

Mesure. On mesure $PM = 5$ cm.

Distance. Le point H est le projeté orthogonal de P sur (d). La distance de P à (d) est donc la longueur PH, qui vaut 4 cm.

Contrôle. On a bien $PM > PH$: le segment $[PM]$ n'est pas le plus court.

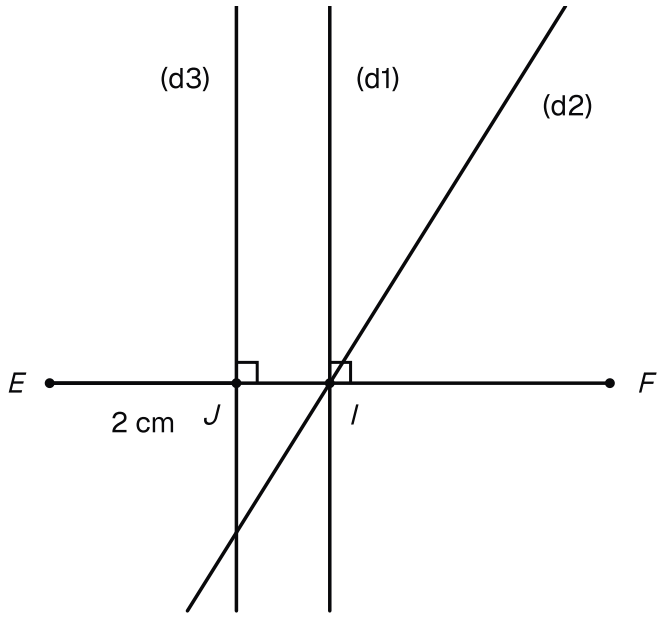
Conclusion. La distance du point P à la droite (d) est PH, et non PM.

Exercice 7

Laquelle est la médiatrice ?

Dans ton cahier, trace un segment $[EF]$ avec $EF = 6$ cm. Place son milieu I, puis un point J du segment $[EF]$ avec $EJ = 2$ cm. Trace ensuite trois droites :

- (d_1) passe par I, et $(d_1) \perp (EF)$;
- (d_2) passe par I et elle est penchée : elle ne forme pas d'angle droit avec (EF) ;
- (d_3) passe par J, et $(d_3) \perp (EF)$.



Le segment [EF] de 6 cm, son milieu I, le point J à 2 cm de E et les trois droites (d1), (d2) et (d3).

1.

Calcule EI et JF. Le point J est-il le milieu de $[EF]$?

INDICE

Outil : le milieu partage un segment en deux longueurs égales.

Début : divise EF par deux, puis retire EJ à EF.

CORRIGÉ

Calcul de EI. Le point I est le milieu de $[EF]$, donc $EI = 6 \div 2 = 3$ cm.

Calcul de JF. Le point J est sur $[EF]$ et $EJ = 2$ cm, donc $JF = 6 - 2 = 4$ cm.

Comparaison. Les longueurs EJ et JF sont différentes : 2 cm d'un côté, 4 cm de l'autre.

Conclusion. On a $EI = 3$ cm et $JF = 4$ cm : le point J n'est pas le milieu de $[EF]$.

2.

Laquelle des trois droites est la médiatrice de $[EF]$? Explique pourquoi les deux autres ne le sont pas.

INDICE

Outil : la définition de la médiatrice d'un segment.

Début : vérifie, pour chaque droite, les deux conditions de la définition.

Point délicat : une seule des deux conditions ne suffit pas.

CORRIGÉ

La médiatrice de $[EF]$ est la droite perpendiculaire à (EF) qui passe par le milieu I. Il faut vérifier ces deux conditions pour chaque droite.

- (d_1) passe par I, et $(d_1) \perp (EF)$: les deux conditions sont remplies.
- (d_2) passe par I, mais elle ne forme pas d'angle droit avec (EF).
- (d_3) forme un angle droit avec (EF), mais elle passe par J, qui n'est pas le milieu.

Conclusion. Seule (d_1) est la médiatrice de $[EF]$: chacune des deux autres droites ne remplit qu'une condition.

Exercice 8

À égale distance des extrémités

Sur une page de ton cahier, trace un segment $[RS]$ avec $RS = 5$ cm, puis sa médiatrice (m).

1.

Place un point M sur (m) tel que $MR = 4{,}5$ cm. Sans mesurer, donne la longueur MS. Justifie.

INDICE

Outil : la propriété caractéristique de la médiatrice, dans le premier sens.

Début : le point M appartient à la médiatrice de $[RS]$.

CORRIGÉ

On sait que le point M est sur la médiatrice (m) du segment $[RS]$.

Or chaque point de la médiatrice d'un segment se trouve à la même distance des deux extrémités.

Donc $MS = MR$.

Conclusion. Sans mesurer, on trouve $MS = 4{,}5$ cm.

2.

Un point U vérifie $UR = 3{,}5$ cm et $US = 3{,}5$ cm. Est-il sur la droite (m) ? Justifie.

INDICE

Outil : la propriété caractéristique de la médiatrice, dans le sens réciproque.

Début : compare les longueurs UR et US.

CORRIGÉ

On sait que $UR = US$, puisque les deux longueurs valent $3{,}5$ cm.

Or un point situé à égale distance des extrémités d'un segment est sur la médiatrice de ce segment.

Donc le point U est sur la médiatrice (m) de $[RS]$.

Conclusion. Oui, le point U est sur la droite (m).