BURHAN

Résumé : Droite graduée et repère dans le plan

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/droite-graduee-et-repere/resume

Chapitre	Semestre
Droite graduée et repère dans le plan	Semestre 1

Droite graduée et abscisse d'un point

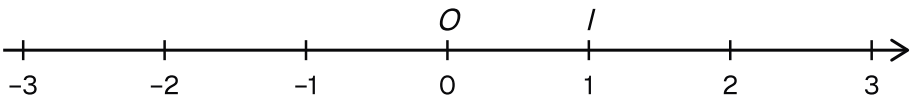
Une droite graduée associe un nombre à chaque point. Trois choix la fixent : l'origine, l'unité et le sens.

Définition : Droite graduée

Une **droite graduée** est une droite sur laquelle on a choisi :

- un point O, appelé **origine** ;
- une **unité** de longueur, donnée par un point I tel que $OI = 1$;
- un **sens**, celui qui va de O vers I.

On reporte l'unité de part et d'autre de O, à intervalles réguliers. Le nombre 0 est à l'origine. Les nombres écrits sans signe moins, autres que 0, sont du côté de I ; les nombres négatifs sont de l'autre côté.



Origine, unité et sens d'une droite graduée : O marque 0, I marque 1, la flèche indique le sens.

Définition : Abscisse d'un point

Sur une droite graduée, à chaque point M correspond un seul nombre relatif, appelé **abscisse** de M. À chaque nombre relatif correspond un seul point de la droite.

- L'abscisse de l'origine O est 0 ; celle de I est 1.
- Si M est du côté de I, à d unités de O, son abscisse est d.
- Si M est de l'autre côté, à d unités de O, son abscisse est $-d$.

On écrit $A(-3)$ pour dire : « le point A a pour abscisse -3 ».

Méthode : Lire l'abscisse d'un point

1. **Compte les intervalles de l'unité.** Un intervalle est l'espace entre deux graduations voisines. Regarde en combien d'intervalles égaux le segment $[OI]$ est découpé : un intervalle vaut 1 divisé par ce nombre.
2. **Compte les intervalles jusqu'au point.** Compte-les de O au point, puis multiplie ce nombre par la valeur d'un intervalle.
3. **Ajoute le signe.** Du côté de I, l'abscisse s'écrit sans signe moins. De l'autre côté, écris le signe $-$ devant. En O, l'abscisse est 0.

Exemple : un intervalle vaut un quart d'unité

L'unité est partagée en 4 intervalles égaux : un intervalle vaut $1 \div 4 = 0{,}25$.

Le point R est à 6 intervalles de O, du côté opposé à I. On calcule $6 \times 0{,}25 = 1{,}5$, puis on ajoute le signe :

$$R(-1{,}5)$$

Méthode : Placer un point d'abscisse donnée

1. **Regarde le signe.** Un nombre écrit sans signe moins, autre que 0, se place du côté de I. Un nombre écrit avec le signe moins se place de l'autre côté de O. Le nombre 0 est en O.
2. **Enlève le signe.** Le nombre obtenu dit combien d'unités séparent le point de O.
3. **Reporte et nomme.** Reporte ces unités depuis O, marque le point et écris son nom.

Attention : Un intervalle ne vaut pas toujours une unité

Avant de compter, cherche la valeur d'un intervalle.

Si l'unité est partagée en 5 intervalles égaux, un intervalle vaut $0{,}2$. Le point placé à 3 intervalles de O, du côté de I, a pour abscisse $3 \times 0{,}2 = 0{,}6$, et non 3.

Distance de deux points d'une droite graduée

Définition : Distance de deux points d'une droite graduée

Soit A et B deux points d'une droite graduée. La **distance** de A et B est la longueur du segment $[AB]$, mesurée avec l'unité de la droite. On la note AB.

La distance d'un point M à l'origine O est le nombre OM : c'est l'abscisse de M écrite sans son signe. Par exemple, si $M(-4)$, alors $OM = 4$.

Une distance ne porte jamais de signe moins, et $AB = BA$.

Propriété : Calcul de la distance de deux points

Soit A et B deux points d'une droite graduée, d'abscisses a et b, avec $a \leq b$. Alors :

$$AB = b - a.$$

La distance de deux points est donc la **plus grande abscisse moins la plus petite**.

Par exemple, pour $A(-2)$ et $B(3)$, on a $AB = 3 - (-2) = 3 + 2 = 5$.

Remarque : Un résultat admis

Ce résultat est admis. Il porte un nom : la propriété du calcul de la distance. Tu peux le contrôler en comptant les unités entre les deux points.

Méthode : Calculer une distance sur une droite graduée

1. **Compare** les deux abscisses et repère la plus grande.
2. **Soustrais** la plus petite de la plus grande. Avec un nombre négatif, garde les parenthèses : $b - (-3) = b + 3$.
3. **Contrôle** : le résultat ne porte pas de signe moins. Il compte les unités entre les deux points.

Exemple : deux calculs de distance

Pour $E(-7)$ et $F(-2{,}5)$, on a $-7 < -2{,}5$. Donc :

$$\begin{aligned} EF &= -2{,}5 - (-7) \\ &= -2{,}5 + 7 \\ &= 4{,}5 \end{aligned}$$

Pour $G(1{,}5)$ et $H(8)$, on a $1{,}5 < 8$. Donc :

$$GH = 8 - 1{,}5 = 6{,}5$$

Méthode : Trouver les points à une distance donnée d'un point

Soit un point $A(a)$ et un nombre $d > 0$. Deux points sont à la distance d de A :

- l'un à droite de A, d'abscisse $a + d$;
- l'autre à gauche de A, d'abscisse $a - d$.

Par exemple, pour $A(1)$ et $d = 3$, on trouve les points d'abscisses 4 et -2.

Attention : Une distance ne porte pas de signe moins

Pour $U(-4)$ et $V(1)$, n'écris pas $UV = -4 - 1 = -5$: ce résultat porte un signe moins, or une distance n'en porte jamais.

N'écris pas non plus $UV = 4 - 1 = 3$: le signe de -4 compte.

La plus grande abscisse est 1, donc :

$$\begin{aligned} UV &= 1 - (-4) \\ &= 1 + 4 \\ &= 5 \end{aligned}$$

Attention : Abscisse ou distance à l'origine ?

Le point $N(-6{,}5)$ a une abscisse négative. Sa distance à l'origine est $ON = 6{,}5$, et non $-6{,}5$.

L'abscisse dit de quel côté de O se trouve le point. La distance ne porte pas de signe moins.

Repère orthogonal et coordonnées d'un point

Définition : Repère orthogonal du plan

Un **repère orthogonal** du plan est formé de deux droites graduées **perpendiculaires**, qui ont la même origine O.

- La droite horizontale est l'**axe des abscisses**.
- La droite verticale est l'**axe des ordonnées**.

Le point O est l'**origine** du repère. Les deux axes peuvent avoir des unités différentes.

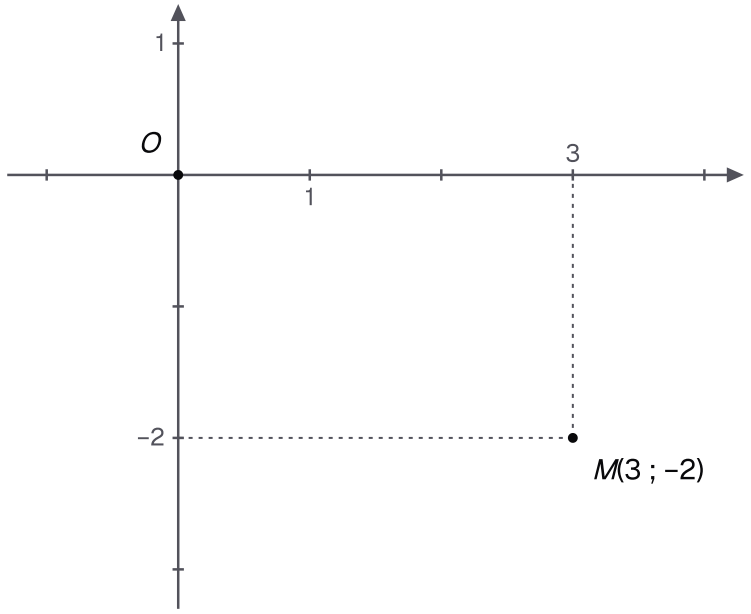
Définition : Coordonnées d'un point

Le plan est muni d'un repère orthogonal d'origine O. Soit M un point du plan.

- La perpendiculaire à l'axe des abscisses passant par M coupe cet axe en un point : son abscisse est l'**abscisse** de M.
- La perpendiculaire à l'axe des ordonnées passant par M coupe cet axe en un point : le nombre lu en ce point sur cet axe est l'**ordonnée** de M.

L'abscisse et l'ordonnée sont les **coordonnées** de M. On écrit $M(x\,;y)$, l'abscisse x **d'abord**, l'ordonnée y ensuite. À chaque point correspond un seul couple de coordonnées, et à chaque couple un seul point.

L'origine est $O(0\,;0)$. Un point de l'axe des abscisses a pour ordonnée 0 ; un point de l'axe des ordonnées a pour abscisse 0.



Deux pointillés partent de M et rejoignent chacun un axe : à gauche du couple, le nombre lu à l'horizontale ; à droite, celui lu à la verticale.

Méthode : Lire les coordonnées d'un point

1. **Abscisse.** Avec ton équerre, mène depuis le point une droite perpendiculaire à l'axe des abscisses, jusqu'à cet axe. Le nombre qu'elle y rencontre est l'abscisse.
2. **Ordonnée.** Recommence vers l'axe des ordonnées : le nombre rencontré sur lui est l'ordonnée.
3. **Note les deux nombres** entre parenthèses, l'abscisse en premier, avec un point-virgule entre eux. Un point hors des graduations ne donne que des valeurs approchées : signale-le.

Méthode : Placer un point de coordonnées données

1. **Premier nombre.** C'est l'abscisse : marque-la sur l'axe des abscisses, puis mène par cette marque une droite perpendiculaire à l'axe.
2. **Second nombre.** C'est l'ordonnée : marque-la sur l'axe des ordonnées, puis mène là aussi une droite perpendiculaire à l'axe.
3. **Croisement.** Le point cherché est là où ces deux droites se rencontrent : marque-le et écris son nom.

Exemple : un point d'abscisse négative

Pour placer $K(-3;2)$, repère -3 sur l'axe des abscisses : c'est à gauche de O. Repère 2 sur l'axe des ordonnées : c'est au-dessus de O. Les deux perpendiculaires se coupent en K, qui se trouve donc en haut à gauche.

Attention : L'abscisse s'écrit d'abord

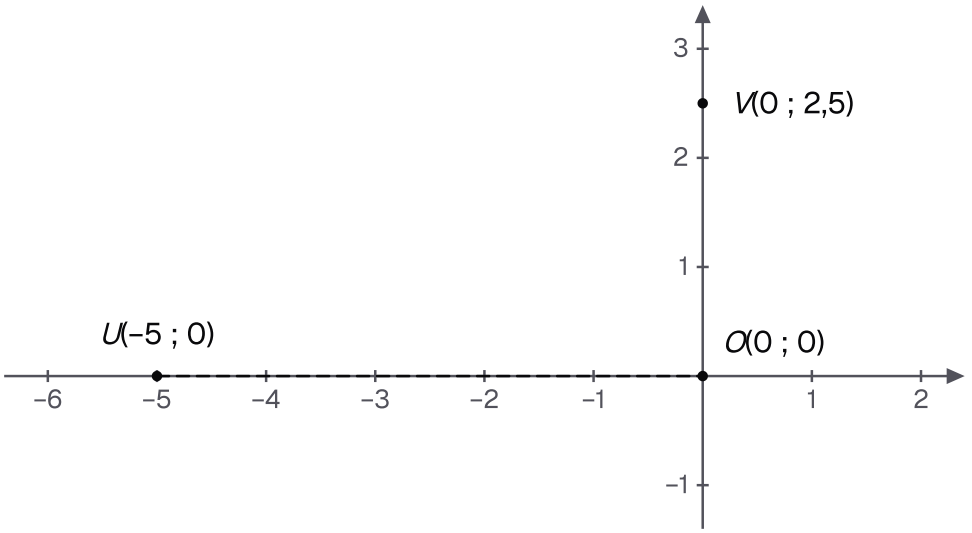
Les points $P(1;-4)$ et $Q(-4;1)$ ne sont pas le même point. P est plus à droite que Q, car $1 > -4$. Q est plus haut que P, pour la même raison.

Position d'un point dans le plan

À retenir : Les points des axes

Une coordonnée nulle est une coordonnée égale à 0.

- Un point de l'axe des abscisses a une ordonnée nulle, par exemple $(-5;0)$.
- Un point de l'axe des ordonnées a une abscisse nulle, par exemple $(0;2{,}5)$.
- L'origine $O(0;0)$ est sur les deux axes.



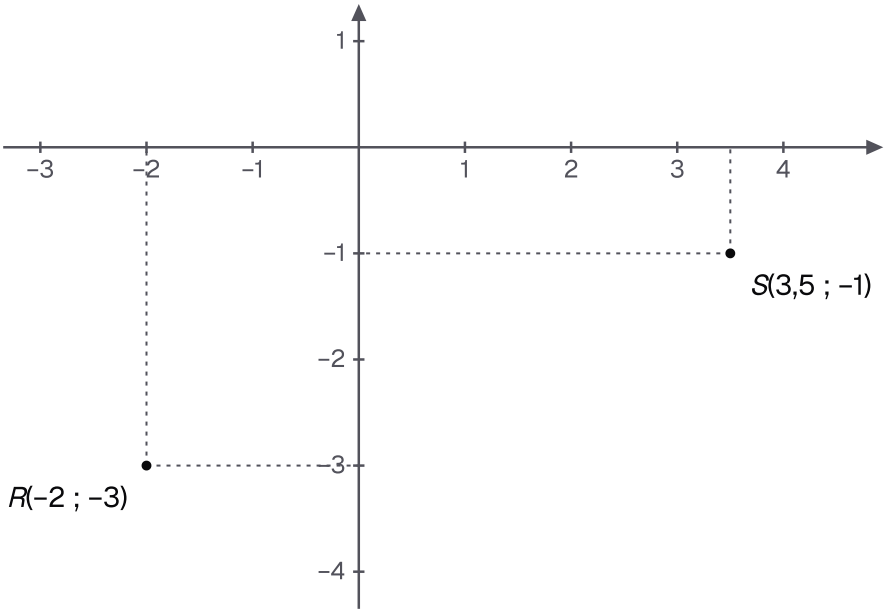
Un zéro en second place U sur l'axe horizontal ; un zéro en premier place V sur l'axe vertical.

À retenir : Le signe des coordonnées

Pour un point $M(x;y)$:

- si $x > 0$, M est à droite de l'axe des ordonnées ; si $x < 0$, il est à gauche ;
- si $y > 0$, M est au-dessus de l'axe des abscisses ; si $y < 0$, il est au-dessous.

Par exemple, le point $(-2;-3)$ est en bas à gauche, et le point $(3{,}5;-1)$ est en bas à droite.



Deux ordonnées sous zéro, deux abscisses de signes contraires : R et S sont tous deux sous l'axe horizontal, R à gauche et S à droite.

Remarque : Même abscisse ou même ordonnée

Les points $(-1;3)$ et $(5;3)$ ont la même ordonnée : ils sont sur une même droite horizontale, parallèle à l'axe des abscisses.

Les points $(2;-4)$ et $(2;1)$ ont la même abscisse : ils sont sur une même droite verticale, parallèle à l'axe des ordonnées.

Remarque : Une lecture sur la figure est approchée

Quand un point n'est pas sur une graduation, tu ne lis ses coordonnées qu'à peu près.

Encadre chaque coordonnée entre deux graduations, puis estime sa place entre elles : tout près de l'une, à mi-chemin, un peu plus près de l'autre. Écris « environ » : une lecture sur la figure est toujours approchée.

L'essentiel

Point d'abscisse a sur une droite graduée $A(a)$	Propriété du calcul de la distance de A(a) et B(b), quand a est inférieur ou égal à b $AB = b - a$
La distance ne dépend pas de l'ordre des points $AB = BA$	Point du plan : l'abscisse d'abord $M(x;y)$
Origine du repère $O(0;0)$	Point de l'axe des abscisses $(x;0)$

Point de l'axe des ordonnées

$$(0; y)$$

À retenir

- Une abscisse peut porter le signe moins. Une distance ne porte jamais de signe moins.
- Sur une droite graduée, la propriété du calcul de la distance donne une soustraction : $AB = b - a$, avec $a \leq b$.
- Dans $M(x; y)$, l'abscisse vient d'abord, l'ordonnée ensuite.