BURHAN

Droite graduée et repère dans le plan

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/droite-graduee-et-repere/cours

Chapitre	Semestre
Droite graduée et repère dans le plan	Semestre 1

Se repérer

Il est 7 heures à Ifrane, en janvier. Le thermomètre de la fenêtre indique -3 degrés. À midi, il indique 5 degrés.

Sur la colonne du thermomètre, chaque température a sa place, au-dessus ou au-dessous du trait 0. Un seul nombre suffit pour dire où s'arrête le liquide.

Devine : La montée du liquide

Entre 7 heures et midi, de combien de degrés la température a-t-elle monté ?

A. De 2 degrés.
Faux.
Tu as calculé $5 - 3$ en oubliant le signe de -3. Le liquide part d'en dessous du trait 0.

B. De 8 degrés.
Juste.
Oui : 3 degrés pour remonter jusqu'au trait 0, puis 5 degrés au-dessus.

C. De 5 degrés.
Faux.
5 degrés, c'est seulement la montée depuis le trait 0. Il faut d'abord remonter de -3 à 0.

D. De -8 degrés.
Faux.
La température a monté : une montée se compte sans signe moins.

Correction
De -3 à 0, le liquide monte de 3 degrés. De 0 à 5, il monte encore de 5 degrés.

En tout : $3 + 5 = 8$ degrés.

Dans ce chapitre, tu vas désigner un point d'une droite par un seul nombre, comme sur ce thermomètre. Tu calculeras l'écart entre deux points. Puis tu désigneras un point du plan par deux nombres, comme une case au jeu de bataille navale.

La droite graduée et l'abscisse d'un point

Une droite et des nombres

Rappel du primaire : tu as déjà gradué une demi-droite en marquant 0, 1, 2, 3… avec toujours le même écart.

Devine : Prolonger la droite

Nadia trace une droite. Elle marque un point O pour le nombre 0, puis un point I pour le nombre 1, à 1 cm à droite de O.

Elle reporte 1 cm plusieurs fois, vers la droite et vers la gauche. Chaque trait qu'elle marque sur la droite est une **graduation**. L'espace entre deux graduations voisines est un **intervalle**.

Où place-t-elle le nombre -2 ?

A. À 2 cm à droite de O.

Faux.

Les nombres 1, 2, 3… sont à droite de O. Le signe moins envoie -2 de l'autre côté.

B. À 2 cm à gauche de I.

Faux.

On compte toujours à partir de O, le point du nombre 0. À 2 cm à gauche de I, tu trouves le nombre -1.

C. À 2 cm à gauche de O.

Juste.

Oui. Le nombre 2 est à 2 cm à droite de O ; le nombre -2 est à 2 cm de l'autre côté.

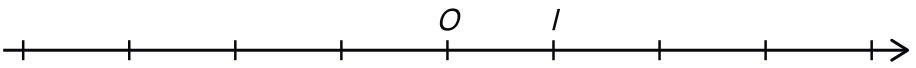
D. À 1 cm à gauche de O.

Faux.

À 1 cm à gauche de O, tu places -1. Il faut reporter 1 cm deux fois.

Correction

Le nombre -2 est à 2 cm de O, du côté opposé à I. De gauche à droite, on lit : -2, -1, 0, 1, 2.



La droite de Nadia : l'origine O, le point I à une unité, et les graduations reportées des deux côtés.

La droite graduée

Définition : Droite graduée

Une **droite graduée** est une droite sur laquelle on a choisi :

- un point O, appelé **origine** ;

- une **unité** de longueur, donnée par un point I tel que $OI = 1$;
- un **sens**, celui qui va de O vers I.

On reporte l'unité de part et d'autre de O, à intervalles réguliers. Le nombre 0 est à l'origine. Les nombres écrits sans signe moins, autres que 0, sont du côté de I ; les nombres négatifs sont de l'autre côté.

Exemple : Un thermomètre couché

Couche un thermomètre sur la table. Le trait du 0 degré joue le rôle de l'origine O. L'écart d'un degré est l'unité.

Le sens va vers les températures plus chaudes. Les températures négatives, comme -3 degrés, sont de l'autre côté de O.

Sur ton cahier, trace une droite graduée d'unité 1 cm. Place O, puis I à droite de O.

L'abscisse d'un point

Devine : Un nombre pour un point

Sur une droite graduée d'unité 1 cm, le point P est à 3 cm de O, du côté opposé à I. Quel nombre associes-tu à P ?

A. -3

Juste.
Oui : 3 unités de O, du côté opposé à I, donnent -3.

B. 3

Faux.
Le nombre 3 est du côté de I. Or P est de l'autre côté de O.

C. -4

Faux.
Tu as peut-être compté les graduations, celle de O comprise. On compte les intervalles de 1 cm : il y en a 3.

D. -2

Faux.
À 2 cm de O, de ce côté, tu trouverais -2. Le point P est un intervalle plus loin.

Correction
P est à 3 unités de O, du côté opposé à I. Le nombre associé à P est -3.

Définition : Abscisse d'un point

Sur une droite graduée, à chaque point M correspond un seul nombre relatif, appelé **abscisse** de M. À chaque nombre relatif correspond un seul point de la droite.

- L'abscisse de l'origine O est 0 ; celle de I est 1.
- Si M est du côté de I, à d unités de O, son abscisse est d.
- Si M est de l'autre côté, à d unités de O, son abscisse est $-d$.

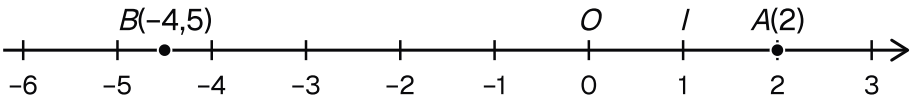
On écrit $A(-3)$ pour dire : « le point A a pour abscisse -3 ».

Exemple : Trois points, trois abscisses

Sur une droite graduée, A est à 2 unités de O, du côté de I : son abscisse est 2, on écrit $A(2)$.

B est à $4{,}5$ unités de O, de l'autre côté : son abscisse est $-4{,}5$, on écrit $B(-4{,}5)$.

L'origine a pour abscisse 0 : on écrit $O(0)$.



Les points A, B et O sur la droite graduée, chacun avec son abscisse.

Lire une abscisse

Méthode : Lire l'abscisse d'un point

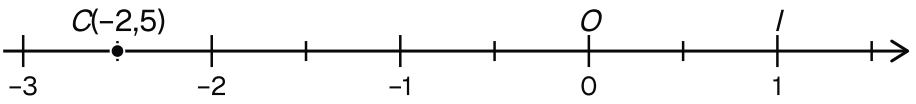
1. **Trouver la valeur d'un intervalle.** Regarde en combien d'intervalles égaux l'unité OI est partagée. Un intervalle vaut 1 divisé par ce nombre.
2. **Compter.** Compte les intervalles entre O et le point, puis multiplie par la valeur d'un intervalle.
3. **Mettre le signe.** Du côté de I, l'abscisse s'écrit sans signe moins ; de l'autre côté, elle prend le signe moins.

Exemple : Lire une abscisse décimale

L'unité OI est partagée en 2 intervalles égaux. Un intervalle vaut donc $1 \div 2 = 0{,}5$.

Le point C est à 5 intervalles de O, du côté opposé à I. On calcule $5 \times 0{,}5 = 2{,}5$.

Le point est du côté opposé à I : son abscisse est $-2{,}5$, et on écrit $C(-2{,}5)$.



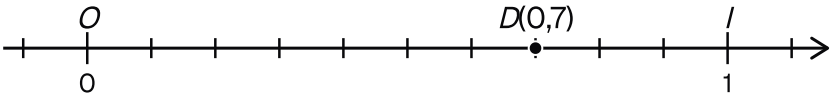
Une unité partagée en deux intervalles : le point C, à cinq intervalles à gauche de O, a pour abscisse −2,5.

Attention : Un intervalle n'est pas toujours une unité

L'unité OI est partagée en 10 intervalles égaux. Le point D est à 7 intervalles de O, du côté de I.

✗ $D(7)$: chaque intervalle a été compté comme une unité.

✓ Un intervalle vaut $1 \div 10 = 0{,}1$, donc $7 \times 0{,}1 = 0{,}7$ et $D(0{,}7)$.



L'unité OI partagée en dix intervalles : sept intervalles font 0,7 unité, et non 7.

Placer un point

Méthode : Placer un point d'abscisse donnée

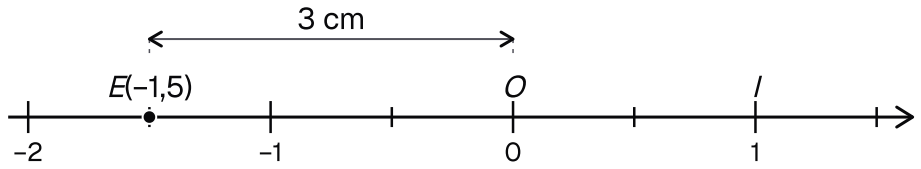
1. **Lire le signe.** Avec un signe moins, le point est du côté opposé à I ; sans signe moins, il est du côté de I. Le nombre 0 est en O.
2. **Effacer le signe.** L'abscisse écrite sans son signe donne le nombre d'unités entre O et le point.
3. **Reporter.** Reporte ce nombre d'unités à partir de O, du bon côté, puis nomme le point.

Exemple : Placer un point avec une unité de deux centimètres

On veut placer $E(-1{,}5)$ sur une droite graduée d'unité 2 cm.

1. **Signe.** Le signe est moins : E est du côté opposé à I.
2. **Sans le signe.** On lit $1{,}5$ unité.

3. **Reporter.** Une unité mesure 2 cm, donc $1{,}5 \times 2 = 3$ cm. On reporte 3 cm à partir de O, du côté opposé à I.



Avec une unité de 2 cm, le point E d'abscisse −1,5 se place à 3 cm de O, du côté opposé à I.

Vérifie : Placer un point décimal

Sur une droite graduée d'unité 1 cm, où places-tu le point $H(-0{,}8)$?

A. À $0{,}8$ cm de O, du côté de I.

Faux.

Ce point a pour abscisse $0{,}8$. Le signe moins de $-0{,}8$ envoie H de l'autre côté.

B. À 8 cm de O, du côté opposé à I.

Faux.

$0{,}8$ unité, c'est moins d'une unité. Avec une unité de 1 cm, cela fait $0{,}8$ cm, soit 8 mm.

C. À $0{,}8$ cm de I, du côté de O.

Faux.

Tu es parti de I : ce point a pour abscisse $0{,}2$. On reporte toujours à partir de l'origine O.

D. À $0{,}8$ cm de O, du côté opposé à I.

Juste.

Oui : le signe moins donne le côté, et $0{,}8$ donne le nombre d'unités, soit 8 mm.

Correction

Le signe est moins : H est du côté opposé à I.

Sans son signe, l'abscisse est $0{,}8$. On reporte $0{,}8 \times 1 = 0{,}8$ cm, soit 8 mm, à partir de O.

Abscisses et ordre

Rappel du chapitre sur les nombres relatifs : de deux nombres négatifs, le plus petit est le plus éloigné de 0, par exemple $-3 < -1$.

Vérifie : De gauche à droite

Sur une droite graduée, I est à droite de O. On place $A(-3)$, $B(1{,}5)$ et $C(-0{,}5)$. Dans quel ordre lis-tu ces points, de gauche à droite ?

A. C, A, B

Faux.

Tu as comparé 3 et $0{,}5$ sans leur signe. Or $-3 < -0{,}5$: A est plus à gauche que C.

B. A, B, C

Faux.

C'est l'ordre des lettres, pas celui des abscisses. $C(-0{,}5)$ est à gauche de O, donc à gauche de B.

C. A, C, B

Juste.

Oui : $-3 < -0{,}5 < 1{,}5$. Plus un point est à droite, plus son abscisse est grande.

D. B, C, A

Faux.

C'est l'ordre de droite à gauche. Le plus à gauche a la plus petite abscisse : c'est $A(-3)$.

Correction

On range les abscisses de la plus petite à la plus grande :

$$-3 < -0{,}5 < 1{,}5$$

Comme I est à droite de O, le point le plus à gauche a la plus petite abscisse. De gauche à droite, on lit donc A, C, B.

À toi

À toi : Deux abscisses à lire

L'unité OI d'une droite graduée est partagée en 4 intervalles égaux. Le point F est à 6 intervalles de O, du côté opposé à I.

Le point G est à 3 intervalles de O, du côté de I. Donne les abscisses de F et de G.

Indice 1

Commence par la valeur d'un intervalle : l'unité est partagée en 4 intervalles égaux.

Indice 2

Un intervalle vaut $1 \div 4 = 0{,}25$. Pour F, calcule $6 \times 0{,}25$.

Indice 3

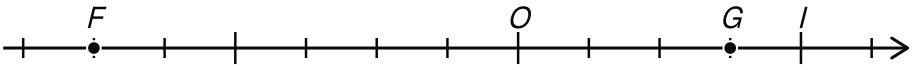
Point délicat : le signe. F est du côté opposé à I, et G est du côté de I.

Réponse

Un intervalle vaut $1 \div 4 = 0{,}25$.

F : $6 \times 0{,}25 = 1{,}5$, du côté opposé à I, donc $F(-1{,}5)$.

G : $3 \times 0{,}25 = 0{,}75$, du côté de I, donc $G(0{,}75)$.



Les points F et G sur une droite dont l'unité OI est partagée en quatre intervalles égaux.

Le mot du prof : tu sais lire et placer un point sur une droite graduée. Avant de compter, regarde toujours ce que vaut un intervalle.

Distance de deux points d'une droite graduée

Compter les unités

Rappel du primaire : la longueur d'un segment se mesure en reportant une unité, comme avec une règle.

Devine : Compter les unités

Sur ton cahier, trace une droite graduée d'unité 1 cm. Place $R(-4)$ et $S(2)$. Combien d'unités comptes-tu entre R et S ?

A. 2

Faux.
Tu as calculé $4-2$ en oubliant le signe de -4. Les points R et S sont de part et d'autre de O.

B. 6

Juste.
Oui : 4 unités de R à O, puis 2 unités de O à S.

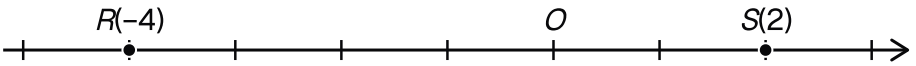
C. 7

Faux.
Tu as compté les graduations, et non les intervalles. Il y a 7 graduations, mais 6 intervalles d'une unité.

D. -6

Faux.
Un nombre d'unités comptées ne porte pas de signe moins.

Correction
De R à O, il y a 4 unités. De O à S, il y en a 2. En tout : $4+2=6$ unités.



Les points R(−4) et S(2) placés de part et d'autre de l'origine, sur une droite d'unité 1 cm.

La distance de deux points

Définition : Distance de deux points d'une droite graduée

Soit A et B deux points d'une droite graduée. La **distance** de A et B est la longueur du segment $[AB]$, mesurée avec l'unité de la droite. On la note AB.

La distance d'un point M à l'origine O est le nombre OM : c'est l'abscisse de M écrite sans son signe. Par exemple, si $M(-4)$, alors $OM = 4$.

Une distance ne porte jamais de signe moins, et $AB = BA$.

Exemple : Distance à l'origine

Sur une droite graduée, on place $P(3{,}5)$ et $Q(-6)$.

P est à $3{,}5$ unités de O : $OP = 3{,}5$.

Q est à 6 unités de O : $OQ = 6$. On a écrit l'abscisse -6 sans son signe.

Attention : Une distance ne porte jamais de signe moins

Le point $T(-2{,}5)$ est à $2{,}5$ unités de l'origine.

✗ $OT = -2{,}5$.

✓ $OT = 2{,}5$. Le signe de l'abscisse dit de quel côté de O est le point. La distance, elle, ne porte jamais de signe moins.

Observer trois exemples

Rappel du chapitre sur les nombres relatifs : soustraire un nombre revient à ajouter son opposé, par exemple $1 - (-4) = 1 + 4 = 5$.

Exemple : Observation sur trois exemples

Sur ta droite graduée, compte les unités entre les deux points. Puis calcule la plus grande abscisse moins la plus petite.

- $A(1)$ et $B(5)$: tu comptes 4 unités, et $5 - 1 = 4$.
- $C(-5)$ et $D(-2)$: tu comptes 3 unités, et $-2 - (-5) = -2 + 5 = 3$.
- $E(-2)$ et $F(4)$: tu comptes 6 unités, et $4 - (-2) = 4 + 2 = 6$.

Dans les trois cas, le comptage et la soustraction donnent le même nombre.

Calculer une distance

Propriété : Calcul de la distance de deux points

Soit A et B deux points d'une droite graduée, d'abscisses a et b, avec $a \leq b$. Alors :

$$AB = b - a.$$

La distance de deux points est donc la **plus grande abscisse moins la plus petite**.

Par exemple, pour $A(-2)$ et $B(3)$, on a $AB = 3 - (-2) = 3 + 2 = 5$.

Remarque

Ce résultat est admis. Tu l'as observé sur des exemples, en comptant les unités. On l'appelle la propriété du calcul de la distance.

Exemple : Deux points du même côté

On place $G(-7)$ et $H(-1{,}5)$. La plus grande abscisse est $-1{,}5$, car $-7 < -1{,}5$.

D'après la propriété du calcul de la distance :

$$\begin{aligned} GH &= -1{,}5 - (-7) \\ &= -1{,}5 + 7 \\ &= 5{,}5 \end{aligned}$$

La méthode et le piège

Méthode : Calculer la distance de deux points

1. **Comparer.** Range les deux abscisses et trouve la plus grande.
2. **Soustraire.** Calcule la plus grande abscisse moins la plus petite.
3. **Contrôler.** Le résultat ne porte pas de signe moins. Sur un dessin, il compte les unités entre les deux points.

Attention : Le bon ordre dans la soustraction

On cherche la distance de $K(-3)$ et $L(4)$.

✗ $-3-4=-7$: on a soustrait la plus grande abscisse de la plus petite.

✗ $4-3=1$: le signe de -3 a été oublié.

✓ La plus grande abscisse est 4. On calcule :

$$\begin{aligned} KL &= 4-(-3) \\ &= 4+3 \\ &= 7 \end{aligned}$$

Contrôle : 3 unités de K à O, puis 4 unités de O à L.

Trouve l'erreur : L'erreur de Salma

Salma cherche la distance de $U(-6)$ et $V(-2)$. Elle écrit : $UV=-6-(-2)=-6+2=-4$. Quelle est son erreur ?

A. Elle a mal calculé $-6+2$, qui vaut -8.

Faux.

$-6+2=-4$: ce calcul est juste. L'erreur est avant.

B. Elle a soustrait la plus grande abscisse de la plus petite.

Juste.

Oui. La plus grande abscisse est -2, car $-6<-2$. Il faut calculer $-2-(-6)$.

C. Il n'y a pas d'erreur : une distance peut valoir -4.

Faux.

Une distance ne porte jamais de signe moins : -4 ne peut pas être une distance.

D. Elle devait additionner : $-6+(-2)=-8$.

Faux.

Une distance se calcule par une soustraction. De plus, -8 porte un signe moins.

Correction

La plus grande abscisse est -2, car $-6<-2$. Salma a fait la soustraction dans le mauvais ordre.

D'après la propriété du calcul de la distance :

$$\begin{aligned} UV &= -2-(-6) \\ &= -2+6 \\ &= 4 \end{aligned}$$

Contrôle : de U à V, on compte 4 unités.

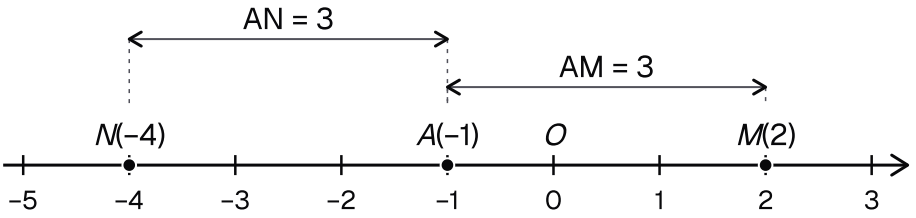
Points à une distance donnée

Exemple : Les points à une distance donnée

On cherche les points de la droite situés à 3 unités de $A(-1)$. Il y en a deux.

Du côté de I : $-1+3=2$, d'où $M(2)$. De l'autre côté : $-1-3=-4$, d'où $N(-4)$.

Contrôle, d'après la propriété du calcul de la distance : $AM=2-(-1)=3$ et $AN=-1-(-4)=3$.



Les deux points M et N situés à 3 unités de A(−1), un de chaque côté.

Remarque : Coin devoir

En devoir, une question peut demander la distance de deux points. Rédige ainsi :

« Les abscisses de A et de B sont -4 et $2{,}5$. La plus grande est $2{,}5$. D'après la propriété du calcul de la distance, $AB=2{,}5-(-4)=2{,}5+4=6{,}5$. »

Chaque phrase donne une étape : les abscisses, la comparaison, le calcul.

À toi

À toi : Le plongeur et la mouette

Une droite graduée verticale représente les altitudes, en mètres : 0 est le niveau de la mer. Un plongeur est à l'altitude -12. Une mouette vole à l'altitude 7.

1. Quelle distance sépare le plongeur de la mouette ?
2. Un poisson nage 5 m plus haut que le plongeur. Quelle est son altitude ?
3. Une méduse est à 4 m du plongeur, sur la même verticale. Quelles altitudes peut-elle avoir ?

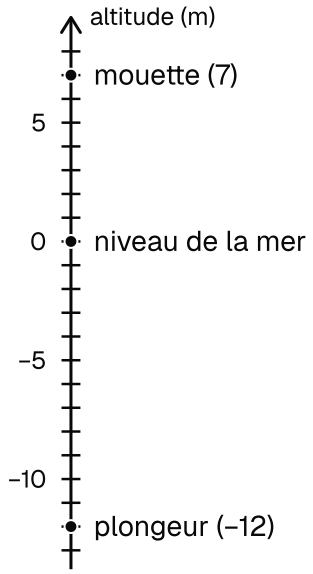
Indice 1
Place les deux altitudes sur une droite graduée verticale, avec 0 au niveau de la mer.
Indice 2
La plus grande altitude est 7 : calcule $7-(-12)$.
Indice 3

Point délicat : $7 - (-12) = 7 + 12$. Pour le poisson, « plus haut » veut dire qu'on ajoute 5 à -12. Pour la méduse, cherche au-dessus et au-dessous du plongeur : il y a deux réponses.

Réponse

1. La plus grande altitude est 7. D'après la propriété du calcul de la distance : $7 - (-12) = 7 + 12 = 19$. La mouette est à 19 m du plongeur.
2. Le poisson est 5 m plus haut : $-12 + 5 = -7$. Il est à l'altitude -7, soit 7 m sous le niveau de la mer.
3. Au-dessus du plongeur : $-12 + 4 = -8$. Au-dessous : $-12 - 4 = -16$. Contrôle, d'après la propriété du calcul de la distance : $-8 - (-12) = 4$ et $-12 - (-16) = 4$.

La méduse peut donc être à l'altitude -8 ou à l'altitude -16.



La droite verticale des altitudes, avec le plongeur à –12 m et la mouette à 7 m.

Le mot du prof : tu n'as qu'un geste à retenir pour une distance, la plus grande abscisse moins la plus petite. Un dessin rapide sur ton cahier permet de contrôler.

Le repère orthogonal et les coordonnées d'un point

Une case, deux nombres

Devine : Une case, deux nombres

Au jeu de bataille navale, les colonnes et les lignes sont numérotées de 1 à 8. On annonce toujours la colonne d'abord, puis la ligne.

Ton bateau occupe la case de la colonne 5 et de la ligne 2. Quelle annonce le touche ?

A. « 7 »

Faux.

Un seul nombre ne suffit pas : 7 ne dit ni la colonne ni la ligne.

B. « 2 puis 5 »

Faux.

Cette annonce désigne la colonne 2 et la ligne 5 : c'est une autre case.

C. « 5 puis 2 »

Juste.

Oui : la colonne 5 d'abord, puis la ligne 2.

D. « 5 puis 5 »

Faux.

La colonne est bonne, mais la ligne 5 n'est pas celle du bateau.

Correction

Il faut deux nombres, dans l'ordre convenu : la colonne 5, puis la ligne 2. L'annonce « 2 puis 5 » désigne une autre case.

Rappel du chapitre sur les droites perpendiculaires : deux droites perpendiculaires se coupent en formant un angle droit, et tu les traces avec une équerre.

Le repère orthogonal

Définition : Repère orthogonal du plan

Un **repère orthogonal** du plan est formé de deux droites graduées **perpendiculaires**, qui ont la même origine O.

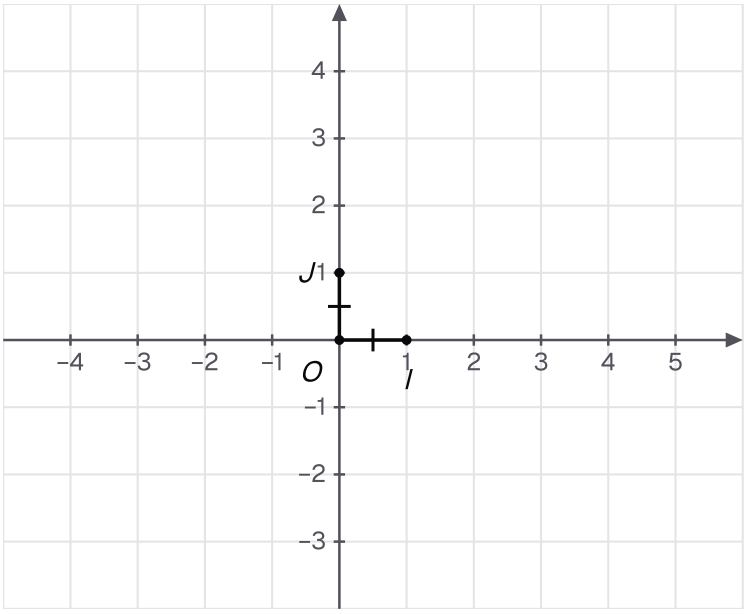
- La droite horizontale est l'**axe des abscisses**.
- La droite verticale est l'**axe des ordonnées**.

Le point O est l'**origine** du repère. Les deux axes peuvent avoir des unités différentes.

Exemple : Un repère sur ton cahier

Sur ton cahier quadrillé, trace une droite horizontale et une droite verticale. Elles se coupent en un point O.

Gradue chacune avec 1 carreau pour unité, vers la droite et vers le haut. Tu obtiens un repère orthogonal : les deux axes sont perpendiculaires et ont la même origine O.



Un repère orthogonal tracé sur le cahier quadrillé : deux axes perpendiculaires qui partent de la même origine O, avec un carreau pour unité sur chacun.

Les coordonnées d'un point

Devine : Un seul nombre suffit-il ?

Dans ton repère, combien de points sont situés à 3 unités à droite de l'axe des ordonnées ?

A. Un seul point.

Faux.

Monte ou descends le long d'une verticale : tous ces points restent à 3 unités à droite de l'axe.

B. Deux points, un en haut et un en bas.

Faux.

Il y en a bien plus : chaque hauteur donne un nouveau point.

C. Tous les points d'une même droite verticale.

Juste.

Oui. Pour désigner un seul point, il faut aussi dire à quelle hauteur il est.

Correction

Les points situés à 3 unités à droite de l'axe des ordonnées forment une droite verticale. Un seul nombre ne suffit donc pas : il en faut un second, qui dit la hauteur.

Définition : Coordonnées d'un point

Le plan est muni d'un repère orthogonal d'origine O. Soit M un point du plan.

- La perpendiculaire à l'axe des abscisses passant par M coupe cet axe en un point : son abscisse est l'**abscisse** de M.

- La perpendiculaire à l'axe des ordonnées passant par M coupe cet axe en un point : le nombre lu en ce point sur cet axe est l'**ordonnée** de M.

L'abscisse et l'ordonnée sont les **coordonnées** de M. On écrit $M(x;y)$, l'abscisse x **d'abord**, l'ordonnée y ensuite. À chaque point correspond un seul couple de coordonnées, et à chaque couple un seul point.

L'origine est $O(0;0)$. Un point de l'axe des abscisses a pour ordonnée 0 ; un point de l'axe des ordonnées a pour abscisse 0.

Exemple : Lire les deux nombres

On part d'un point M du plan.

La perpendiculaire à l'axe des abscisses qui passe par M coupe cet axe à la graduation 3 : l'abscisse de M est 3.

La perpendiculaire à l'axe des ordonnées qui passe par M coupe cet axe à la graduation -2 : le nombre lu sur cet axe, -2, est l'ordonnée de M.

On écrit donc :

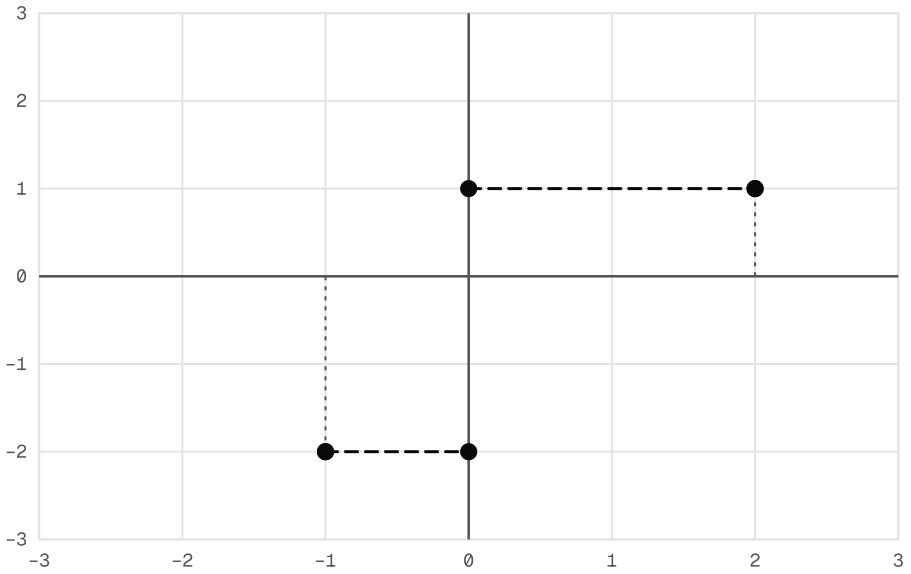
$$M(3;-2)$$

L'abscisse 3 vient d'abord, l'ordonnée -2 ensuite. L'écriture $(3;-2)$ s'appelle un **couple** : l'ordre de ses deux nombres compte.

Lire des coordonnées

Méthode : Lire les coordonnées d'un point

1. **Abscisse.** Trace la perpendiculaire à l'axe des abscisses qui passe par le point. Lis le nombre au point où elle coupe cet axe.
2. **Ordonnée.** Trace la perpendiculaire à l'axe des ordonnées qui passe par le point. Lis le nombre au point où elle coupe cet axe.
3. **Écrire.** Écris les deux nombres entre parenthèses, l'abscisse d'abord. Sur une figure, ta lecture est approchée : dis-le.



$[PK]$ $[NL]$ Point plein P Point plein N $[PH]$ $[NE]$ Point du graphe

Deux points du plan et leurs perpendiculaires aux axes

Vérifie : Lire sur la figure

Sur la figure, lis les coordonnées du point N, en bas à gauche de l'origine.

A. $N(-2;-1)$

Faux.

Tu as échangé les deux nombres. L'abscisse se lit sur l'axe horizontal : la perpendiculaire $[NE]$ arrive en -1.

B. $N(1;2)$

Faux.

N est à gauche de l'axe des ordonnées et sous l'axe des abscisses : ses deux coordonnées portent un signe moins.

C. $N(-1;2)$

Faux.

N est sous l'axe des abscisses : son ordonnée porte un signe moins.

D. $N(-1;-2)$

Juste.

Oui : abscisse -1 et ordonnée -2, lues sur les deux perpendiculaires.

Correction

La perpendiculaire $[NE]$ à l'axe des abscisses arrive à la graduation -1. La perpendiculaire $[NL]$ à l'axe des ordonnées arrive à la graduation -2.

> Par lecture graphique, $N(-1;-2)$. C'est une lecture approchée, même si N semble tomber sur des graduations.

Placer un point

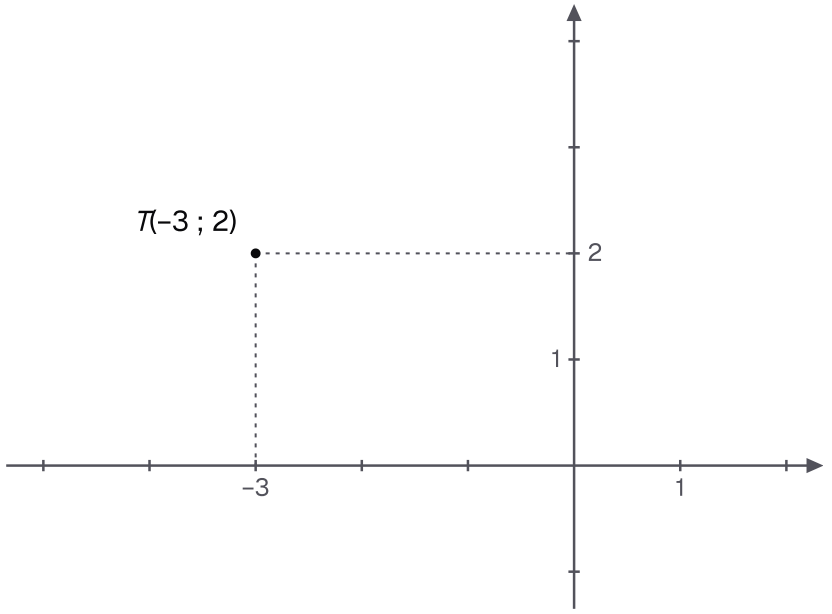
Méthode : Placer un point de coordonnées données

1. **Abscisse.** Marque l'abscisse sur l'axe des abscisses. Trace la perpendiculaire à cet axe en ce point.
2. **Ordonnée.** Marque l'ordonnée sur l'axe des ordonnées. Trace la perpendiculaire à cet axe en ce point.
3. **Marquer.** Le point cherché est à l'intersection des deux perpendiculaires. Nomme-le.

Exemple : Placer un point dans le repère

On veut placer $T(-3;2)$.

1. **Abscisse.** On marque -3 sur l'axe des abscisses, à gauche de O, et on trace la perpendiculaire à cet axe.
2. **Ordonnée.** On marque 2 sur l'axe des ordonnées, au-dessus de O, et on trace la perpendiculaire à cet axe.
3. **Marquer.** Les deux perpendiculaires se coupent en T. Le point est à gauche de l'axe des ordonnées et au-dessus de l'axe des abscisses.



Pour placer T, on mène une perpendiculaire à chaque axe, l'une à la graduation moins 3, l'autre à la graduation 2 : T est à leur croisement.

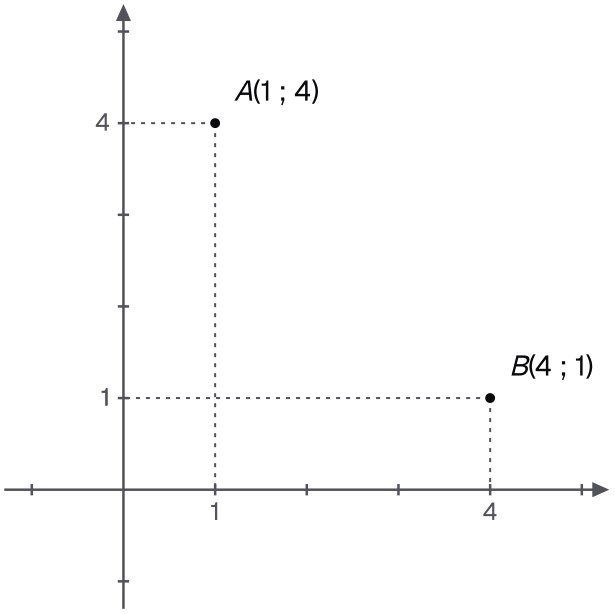
L'ordre compte

Attention : L'ordre des coordonnées

✗ Croire que $A(1;4)$ et $B(4;1)$ sont le même point.

✓ Ce sont deux points différents. A est à 1 unité à droite de l'axe des ordonnées, et à 4 unités au-dessus de l'axe des abscisses. B est plus à droite que A, et plus bas.

L'abscisse vient toujours d'abord.



Mêmes nombres, ordre inversé : A et B occupent deux places différentes du plan.

Trouve l'erreur : L'erreur de Yassine

Yassine doit placer $V(-2;3)$. Il marque la graduation 3 sur l'axe des abscisses et la graduation -2 sur l'axe des ordonnées. Quelle est son erreur ?

A. Il a échangé l'abscisse et l'ordonnée.

Juste.

Oui : il a placé le point $(3;-2)$. L'abscisse -2 va sur l'axe horizontal.

B. Il s'est trompé de signe sur l'abscisse seulement.

Faux.

Avec cette seule erreur, il aurait placé $(2;3)$. Or il a mis 3 et -2 sur les mauvais axes.

C. Il n'y a pas d'erreur : l'ordre des nombres ne compte pas.

Faux.

L'ordre compte : $(-2;3)$ et $(3;-2)$ sont deux points différents.

D. Il aurait dû placer V sur l'axe des ordonnées.

Faux.

Un point de l'axe des ordonnées a pour abscisse 0. Ce n'est pas le cas de V.

Correction

L'abscisse de V est -2 : elle se marque sur l'axe des abscisses. L'ordonnée est 3 : elle se marque sur l'axe des ordonnées. Yassine a échangé les deux et placé le point $(3;-2)$.

À toi

À toi : Placer, puis lire

Sur ton cahier, trace un repère orthogonal d'unité 1 carreau sur chaque axe.

1. Place $A(4;1)$, $B(-2;3)$ et $C(1{,}5;-2)$.
2. Place le point D situé 2 unités sous A, puis lis ses coordonnées.

Indice 1
Utilise la méthode : l'abscisse sur l'axe horizontal d'abord, puis l'ordonnée sur l'axe vertical.
Indice 2
Pour B, marque -2 à gauche de O sur l'axe des abscisses, puis 3 au-dessus de O sur l'axe des ordonnées.
Indice 3
Point délicat : $1{,}5$ tombe à mi-chemin entre les graduations 1 et 2. Pour D, l'abscisse ne change pas : seule l'ordonnée baisse de 2.

Réponse
1. A est à droite de l'axe des ordonnées et au-dessus de l'axe des abscisses. B est à gauche et au-dessus. C est à droite et au-dessous.
2. D est sur la même verticale que A : son abscisse est 4. Son ordonnée est $1-2=-1$. Donc $D(4;-1)$.

Le mot du prof : tu sais lire et placer un point dans un repère. Abscisse d'abord, ordonnée ensuite : c'est la règle du jeu.

Coordonnées d'un point : points des axes, signes et lectures approchées

Les points des axes

Devine : Un point sur un axe

Dans un repère orthogonal, le point S est sur l'axe des abscisses, à 3 unités à gauche de O. Quelles sont ses coordonnées ?

A. $S(3;0)$
Faux.
S est à gauche de O : son abscisse porte un signe moins.

B. $S(0;-3)$
Faux.
Ce point est sur l'axe des ordonnées, sous O. Tu as échangé les deux coordonnées.

C. $S(-3;0)$
Juste.
Oui : abscisse -3 ; sur l'axe des abscisses, l'ordonnée vaut 0.

D. $S(-3)$

Faux.
Dans le plan, un point a deux coordonnées. L'écriture $S(-3)$ sert sur une droite graduée.

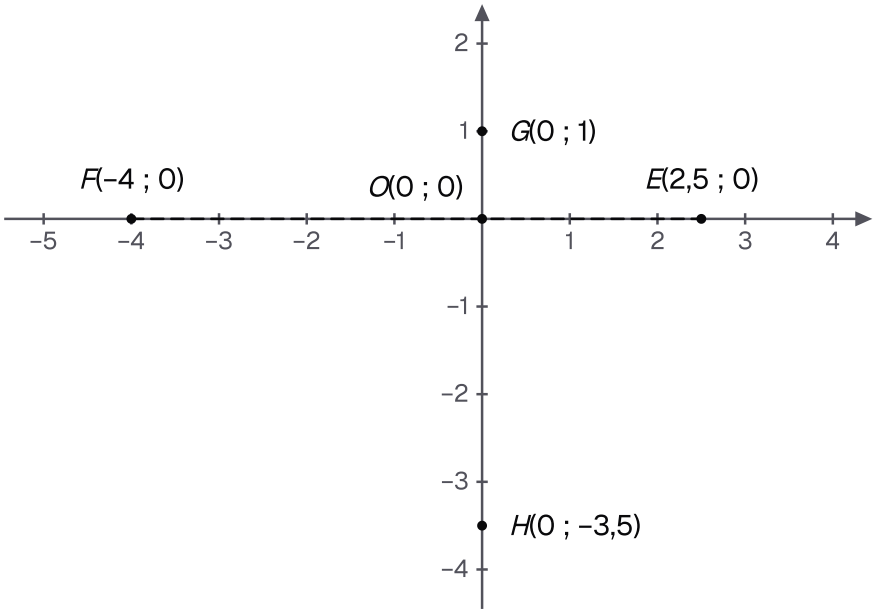
Correction
S est à 3 unités à gauche de O : son abscisse est -3. Il est sur l'axe des abscisses : son ordonnée est 0. Donc $S(-3;0)$.

Exemple : Les points des axes

D'après la définition des coordonnées, un point de l'axe des abscisses a pour ordonnée 0 : par exemple $E(2{,}5;0)$ ou $F(-4;0)$.

Un point de l'axe des ordonnées a pour abscisse 0 : par exemple $G(0;1)$ ou $H(0;-3{,}5)$.

L'origine $O(0;0)$ est sur les deux axes.



Les points E et F sont posés sur l'axe horizontal, G et H sur l'axe vertical ; l'origine O appartient aux deux.

Attention : Quel axe ?

✗ Le point $(0;3)$ est sur l'axe des abscisses, parce qu'il contient un 0.

✓ Son abscisse vaut 0 : il est sur l'axe des ordonnées, 3 unités au-dessus de O. Regarde quelle coordonnée vaut 0.

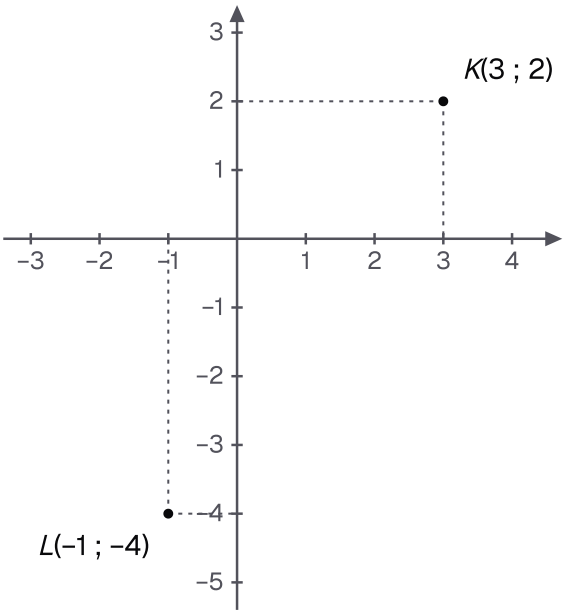
Les signes et la position

Les axes sont orientés vers la droite et vers le haut. Ils partagent le reste du plan en quatre zones.

- Si $x > 0$ et $y > 0$, le point $M(x; y)$ est en haut à droite de O.
- Si $x < 0$ et $y > 0$, il est en haut à gauche.
- Si $x < 0$ et $y < 0$, il est en bas à gauche.
- Si $x > 0$ et $y < 0$, il est en bas à droite.

Si une coordonnée vaut 0, le point est sur un axe, dans aucune zone.

Par exemple, le point $(3; 2)$ est en haut à droite de O, et le point $(-1; -4)$ est en bas à gauche.



Les axes découpent le plan en quatre zones : K se trouve dans celle d'en haut à droite, L dans celle d'en bas à gauche.

Vérifie : Où est ce point ?

Où se trouve le point $T(-2{,}5; 4)$?

A. En bas à droite de O.

Faux.

C'est la place du point $(4; -2{,}5)$: tu as échangé les coordonnées.

B. En haut à gauche de O.

Juste.

Oui : $-2{,}5 < 0$ envoie le point à gauche, et $4 > 0$ l'envoie en haut.

C. En haut à droite de O.

Faux.

Le signe moins de l'abscisse a été oublié : $-2{,}5 < 0$, donc le point est à gauche.

D. En bas à gauche de O.

Faux.

L'ordonnée vérifie $4 > 0$: le point est en haut.

Correction

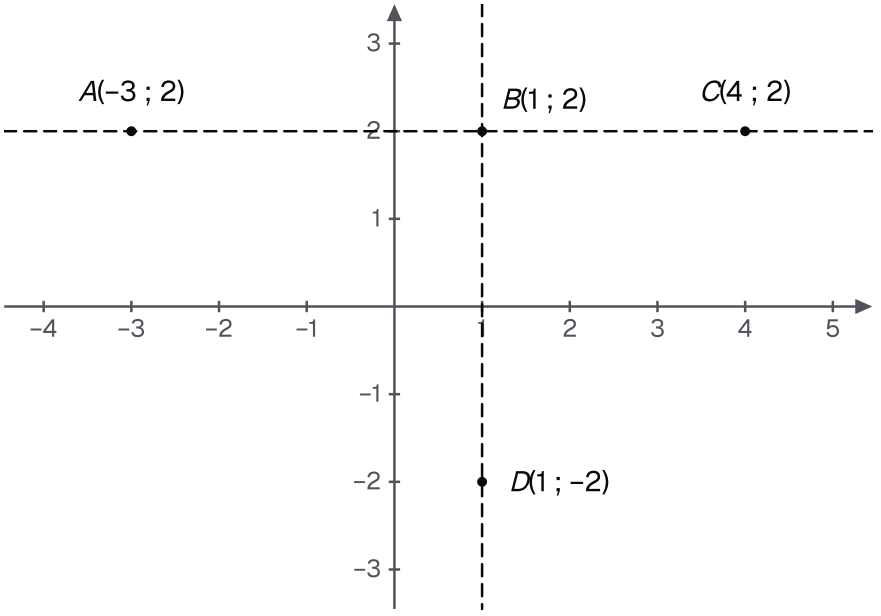
L'abscisse vérifie $-2{,}5 < 0$: le point est à gauche de l'axe des ordonnées. L'ordonnée vérifie $4 > 0$: il est au-dessus de l'axe des abscisses. T est donc en haut à gauche de O.

Même abscisse, même ordonnée

Exemple : Même ordonnée, même abscisse

Les points $A(-3;2)$, $B(1;2)$ et $C(4;2)$ ont la même ordonnée 2. D'après la définition des coordonnées, ils sont sur la perpendiculaire à l'axe des ordonnées tracée à la graduation 2 : une droite horizontale.

De même, $B(1;2)$ et $D(1;-2)$ ont la même abscisse 1 : ils sont sur une même droite verticale.



A, B et C, de même ordonnée 2, se suivent sur une horizontale ; B et D, de même abscisse 1, sont sur une verticale.

Vérifie : Sur la même horizontale

Lequel de ces points est sur la même droite horizontale que $P(-1;3)$?

A. $(3;-1)$

Faux.

Ce point a pour ordonnée -1, et non 3 : tu as échangé les coordonnées de P.

B. $(-1;5)$

Faux.

Même abscisse que P : ce point est sur la même droite verticale, pas horizontale.

C. $(1;-3)$

Faux.
Son ordonnée est -3, différente de 3.

D. $(4;3)$
Juste.
Oui : même ordonnée 3 que P, donc même droite horizontale.

Correction
Les points d'une droite horizontale ont tous la même ordonnée. Celle de P est 3. Le seul point proposé d'ordonnée 3 est $(4;3)$.

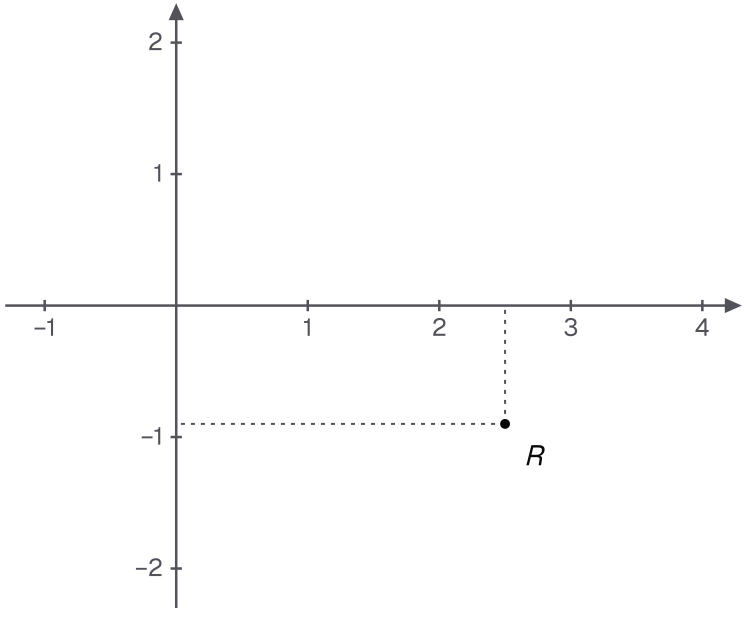
Lire un point hors des graduations

Exemple : Une lecture approchée

Sur une figure graduée de 1 en 1, le point R n'est pas sur une graduation.

Sa perpendiculaire à l'axe des abscisses arrive à mi-chemin entre 2 et 3. Sa perpendiculaire à l'axe des ordonnées arrive tout près de -1.

Par lecture graphique, l'abscisse de R vaut environ $2{,}5$ et son ordonnée environ -1. Ce sont des valeurs approchées, et on le dit.



Le point R tombe entre les graduations : ses deux perpendiculaires aux axes ne donnent qu'une lecture approchée.

Vérifie : Proposer une valeur approchée

Sur une figure graduée de 1 en 1, la perpendiculaire à l'axe des abscisses passant par V arrive entre -2 et -1, tout près de -2. Quelle abscisse proposes-tu pour V ?

A. Environ $-1{,}9$.

Juste.

Oui : $-1{,}9$ est entre -2 et -1, tout près de -2. C'est une valeur approchée.

B. Environ $-1{,}1$.

Faux.

$-1{,}1$ est tout près de -1, et non de -2.

C. Exactement -2.

Faux.

Le point n'est pas sur la graduation -2 : on ne peut pas dire « exactement ».

D. Environ $-2{,}1$.

Faux.

$-2{,}1 < -2$: ce nombre n'est pas entre -2 et -1.

Correction

L'abscisse est entre -2 et -1, tout près de -2. Par lecture graphique, l'abscisse de V vaut environ $-1{,}9$: c'est une valeur approchée.

Compléter un rectangle

Exemple : Compléter un rectangle

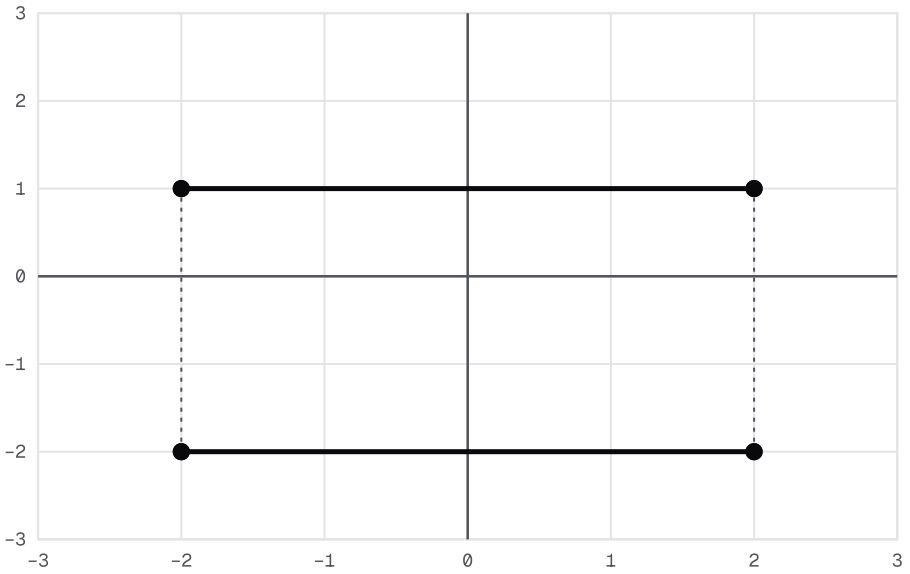
On donne $A(-2;1)$, $B(2;1)$ et $C(2;-2)$. On cherche D pour que $ABCD$ soit un rectangle.

A et B ont la même ordonnée : $[AB]$ est horizontal, donc perpendiculaire à l'axe des ordonnées. Rappel du primaire : deux côtés consécutifs d'un rectangle sont perpendiculaires. Donc $[AD]$ est perpendiculaire à $[AB]$.

Rappel du chapitre sur les droites perpendiculaires et parallèles : deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles. Donc $[AD]$ est parallèle à l'axe des ordonnées : il est vertical, et D a la même abscisse que A, soit -2.

De même, B et C ont la même abscisse : $[BC]$ est vertical. Donc $[DC]$ est horizontal, et D a la même ordonnée que C, soit -2.

Ainsi $D(-2;-2)$.



$[AB]$ $[DC]$ Point plein A Point plein B Point plein C Point plein D $[AD]$ $[BC]$ Point du graphe

Le rectangle ABCD dans le repère

Coin devoir et À toi

Remarque : Coin devoir

En devoir, on peut te demander de placer des points, puis de compléter une figure. Justifie chaque coordonnée par une phrase :

« E est sur l'axe des ordonnées, donc son abscisse est 0 (définition des coordonnées). »

« A et B ont la même ordonnée 1, donc $[AB]$ est horizontal (définition des coordonnées). »

À toi : Le quatrième sommet

Dans un repère orthogonal, on donne $A(-3;-1)$, $B(2;-1)$ et $D(-3;2{,}5)$.

1. Trouve les coordonnées du point C pour que $ABCD$ soit un rectangle.
2. Le point $(0;-1)$ est-il sur la droite horizontale qui passe par A et B ? Sur quel axe est-il ?

Indice 1
Fais un dessin sur ton cahier. A et B ont la même ordonnée : $[AB]$ est horizontal.
Indice 2
Deux côtés consécutifs d'un rectangle sont perpendiculaires : $[BC]$ est vertical et $[DC]$ est horizontal.
Indice 3

Point délicat : C est à l'intersection de deux droites, une verticale et une horizontale. Cherche quelle droite passe par B et quelle droite passe par D, puis écris l'abscisse d'abord.

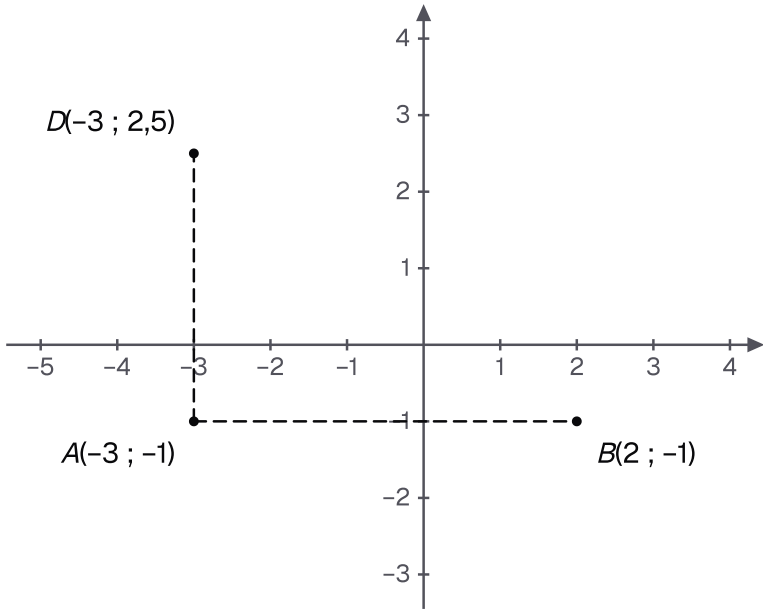
Réponse

1. Deux côtés consécutifs d'un rectangle sont perpendiculaires, et deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles. Comme dans l'exemple, $[AB]$ est horizontal, donc $[BC]$ est vertical. C a la même abscisse que B, soit 2.

A et D ont la même abscisse : $[AD]$ est vertical, donc $[DC]$ est horizontal. C a la même ordonnée que D, soit $2{,}5$. Donc $C(2;2{,}5)$.

2. Le point $(0;-1)$ a pour ordonnée -1, comme A et B. D'après la définition des coordonnées, il est donc sur la droite horizontale qui passe par A et B.

Son abscisse vaut 0 : il est aussi sur l'axe des ordonnées.



Les trois sommets connus A, B et D, reliés par les côtés [AB] et [AD] en pointillés ; le quatrième sommet reste à trouver.

Le mot du prof : tu sais qu'un 0 dans les coordonnées place le point sur un axe. Les signes des coordonnées disent dans quelle zone il se trouve.

L'essentiel

À retenir : Ce qu'il faut retenir

1. **Droite graduée.** Une origine, une unité, un sens : chaque point a une abscisse, comme $A(-3)$.
2. **Distance.** La distance de deux points d'une droite graduée est la plus grande abscisse moins la plus petite. Elle ne porte jamais de signe moins.

3. **Repère du plan.** Deux droites graduées perpendiculaires de même origine : chaque point a deux coordonnées, l'abscisse d'abord, comme $M(2;-1)$.

Vérifie : Le chapitre en une question

Sur une droite graduée, on place $A(-2{,}5)$ et $B(4)$. Dans un repère orthogonal, on place $M(0;-3)$. Quelle phrase est juste ?

A. $AB = 1{,}5$ et M est sur l'axe des ordonnées.
Faux.
$4 - 2{,}5 = 1{,}5$ oublie le signe de $-2{,}5$. Il faut calculer $4 - (-2{,}5)$.

B. $AB = 6{,}5$ et M est sur l'axe des abscisses.
Faux.
La distance est juste. Mais l'abscisse de M vaut 0 : M est sur l'axe des ordonnées.

C. $AB = -6{,}5$ et M est sur l'axe des ordonnées.
Faux.
Une distance ne porte jamais de signe moins : on soustrait la plus petite abscisse de la plus grande.

D. $AB = 6{,}5$ et M est sur l'axe des ordonnées.
Juste.
Oui : $4 - (-2{,}5) = 6{,}5$, et l'abscisse de M vaut 0.

Correction
D'après la propriété du calcul de la distance :

$$\begin{aligned} AB &= 4 - (-2{,}5) \\ &= 4 + 2{,}5 \\ &= 6{,}5 \end{aligned}$$

L'abscisse de M vaut 0 : d'après la définition des coordonnées, M est sur l'axe des ordonnées, sous O.

Trois gestes reviennent dans tout le chapitre.

Avant de lire une abscisse, regarde ce que vaut un intervalle. Pour une distance, soustrais la plus petite abscisse de la plus grande. Pour un point du plan, écris l'abscisse d'abord.

Vérifie : Le bon point

Quel point est en bas à gauche de l'origine, à 2 unités sous l'axe des abscisses ?

A. $(-4;-2)$
Juste.

Oui : l'abscisse vérifie $-4 < 0$, à gauche ; l'ordonnée -2 place le point 2 unités sous l'axe des abscisses.

B. $(-2; -4)$

Faux.

Ce point est à 4 unités sous l'axe des abscisses : les coordonnées sont échangées.

C. $(4; -2)$

Faux.

L'abscisse vérifie $4 > 0$: ce point est à droite, et non à gauche.

D. $(-4; 2)$

Faux.

L'ordonnée vérifie $2 > 0$: ce point est au-dessus de l'axe des abscisses.

Correction

« En bas à gauche » demande une abscisse x et une ordonnée y qui vérifient $x < 0$ et $y < 0$. « À 2 unités sous l'axe des abscisses » donne l'ordonnée -2. Seul $(-4; -2)$ convient.

Le mot du prof : tu sais repérer un point sur une droite par un nombre, et dans le plan par deux nombres. Ces outils serviront dans les chapitres suivants.

Pour t'entraîner, passe aux exercices du chapitre. Commence par le palier application, puis l'entraînement, puis le dernier palier, au niveau d'un devoir surveillé.

SOURCES

Référentiel BURHAN du chapitre « Droite graduée et repère dans le plan » (1ac · general · mathematiques)