BURHAN

Développement et factorisation : exercices, niveau examen

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/developpement-et-factorisation/exercices/examen

Chapitre	Palier	Exercices
Développement et factorisation	Niveau examen	5

Exercice 1 7 pts

Développer, réduire, puis calculer

On considère l'expression $F = -2(3x - 4) - (x - 9)$.

1 1,5 pts

Développe $-2(3x - 4)$.

INDICE

Outil : la distributivité, avec le facteur -2.

Point délicat : le signe du second produit.

CORRIGÉ

Distributivité. Le facteur -2 multiplie chacun des deux termes ; les facteurs négatifs s'écrivent entre parenthèses :

$$\begin{aligned} &-2(3x - 4) \\ &= (-2) \times 3x + (-2) \times (-4) \end{aligned}$$

Règle des signes. On a $(-2) \times 3 = -6$, donc $(-2) \times 3x = -6x$. Les deux facteurs de $(-2) \times (-4)$ sont négatifs, donc $(-2) \times (-4) = 8$.

Conclusion. Le développement est $-2(3x - 4) = -6x + 8$.

2 2 pts

Supprime les parenthèses dans F, puis réduis F.

INDICE

Début : remplace $-2(3x - 4)$ par son développement.

Point délicat : la parenthèse $(x - 9)$ est précédée d'un moins.

CORRIGÉ

Remplacement. On remplace $-2(3x - 4)$ par son développement :

$$F = -6x + 8 - (x - 9)$$

Signe moins devant la parenthèse. Chaque terme de la parenthèse change de signe :

$$F = -6x + 8 - x + 9$$

Réduction. On rapproche les termes en x : $F = -6x - x + 8 + 9$. Comme x s'écrit $1 \times x$, on factorise par x :

$$-6x - x = (-6 - 1)x = -7x$$

Pour les nombres, $8 + 9 = 17$.

Conclusion. La forme réduite est $F = -7x + 17$.

3 1,5 pts

Calcule F pour $x = 0{,}5$.

INDICE

Outil : utilise la forme réduite.

CORRIGÉ

On utilise la forme réduite et on remplace x par $0{,}5$:

$$F = (-7) \times 0{,}5 + 17$$

D'après la règle des signes, $(-7) \times 0{,}5 = -3{,}5$. Donc :

$$F = -3{,}5 + 17 = 13{,}5$$

Conclusion. Pour $x = 0{,}5$, on trouve $F = 13{,}5$.

4 2 pts

Pour $x = -3$, calcule F sur la forme de départ. Recommence sur la forme réduite. Les deux résultats sont-ils égaux ?

INDICE

Début : dans la forme de départ, calcule d'abord chaque parenthèse.

Point délicat : écris chaque nombre négatif entre parenthèses.

CORRIGÉ

Forme de départ. Avec $x = -3$, on calcule d'abord chaque parenthèse : $3 \times (-3) - 4 = -9 - 4 = -13$ et $-3 - 9 = -12$.

Puis $(-2) \times (-13) = 26$, et soustraire -12, c'est ajouter 12 :

$$\begin{aligned} F &= (-2) \times (-13) - (-12) \\ &= 26 + 12 \\ &= 38 \end{aligned}$$

Forme réduite. D'après la règle des signes, $(-7) \times (-3) = 21$:

$$\begin{aligned} F &= (-7) \times (-3) + 17 \\ &= 21 + 17 = 38 \end{aligned}$$

Conclusion. Les deux résultats sont égaux : pour $x = -3$, les deux formes donnent $F = 38$.

Exercice 2 — 6 pts

Factoriser pour calculer vite

On considère l'expression $G = 13a + 13b$.

1 — 1 pts

Factorise G.

INDICE

Outil : cherche le nombre présent dans les deux termes.

CORRIGÉ

Le nombre 13 est un facteur commun aux deux termes :

$$G = 13 \times a + 13 \times b$$

On sort ce facteur ; il reste a et b dans la parenthèse :

$$G = 13(a + b)$$

Conclusion. La forme factorisée est $13(a + b)$.

2 — 1,5 pts

Calcule G pour $a = 4{,}6$ et $b = 5{,}4$, à l'aide de la forme factorisée.

INDICE

Début : calcule d'abord $a + b$.

CORRIGÉ

On utilise la forme factorisée $13(a + b)$.

Somme. On calcule d'abord la parenthèse :

$$a + b = 4{,}6 + 5{,}4 = 10$$

Produit. Il reste un produit par 10 :

$$G = 13 \times 10 = 130$$

Conclusion. Pour $a = 4{,}6$ et $b = 5{,}4$, on trouve $G = 130$.

3 — 1 pts

Factorise $H = 15y - 15$.

INDICE

Point délicat : regarde le second terme.

CORRIGÉ

Facteur caché 1. Le second terme est égal au facteur commun 15 : on l'écrit 15×1.

$$H = 15 \times y - 15 \times 1$$

Factorisation. On sort 15 ; il reste y et 1 dans la parenthèse :

$$H = 15(y - 1)$$

Vérification. D'après la distributivité, $15(y - 1) = 15y - 15$.

Conclusion. La forme factorisée est $H = 15(y - 1)$.

4 — 2,5 pts

Calcule de tête $25 \times 47 - 25 \times 7$, puis 12×98. Pour chacun, indique d'abord la méthode choisie : développer ou factoriser.

INDICE

Outil : un seul produit se développe ; deux produits avec un même facteur se factorisent.

Point délicat : pour 12×98, cherche un nombre rond proche de 98.

CORRIGÉ

Premier calcul. $25 \times 47 - 25 \times 7$ est une différence de deux produits qui ont le facteur 25 : on **factorise**. Comme $25 \times 4 = 100$, on a $25 \times 40 = 1\,000$:

$$\begin{aligned} &25 \times 47 - 25 \times 7 \\ &= 25 \times (47 - 7) \\ &= 25 \times 40 = 1\,000 \end{aligned}$$

Second calcul. 12×98 est un seul produit, et $98 = 100 - 2$: on **développe**.

$$12 \times 98 = 12 \times (100 - 2)$$

D'après la distributivité sur une différence :

$$\begin{aligned} &12 \times (100 - 2) \\ &= 12 \times 100 - 12 \times 2 \\ &= 1\,200 - 24 = 1\,176 \end{aligned}$$

Conclusion. En factorisant, $25 \times 47 - 25 \times 7 = 1\,000$; en développant, $12 \times 98 = 1\,176$.

Exercice 3 — 7 pts

Réserver un terrain de sport

Un club réserve un terrain de football pendant x heures. La location coûte 120 dirhams par heure, et l'éclairage 30 dirhams par heure. Le club a un bon de réduction de 50 dirhams sur le total.

1 — 1,5 pts

Écris le prix à payer, en dirhams, pour x heures.

INDICE

Outil : pour x heures, la location coûte $120 \times x$ dirhams.

Point délicat : la réduction se soustrait.

CORRIGÉ

Location. Pour x heures à 120 dirhams l'heure, la location coûte $120 \times x$, soit $120x$ dirhams.

Éclairage. De même, l'éclairage coûte $30x$ dirhams.

Réduction. Le bon de 50 dirhams se retire du total.

Conclusion. Pour x heures, le prix est $120x + 30x - 50$ dirhams.

2 — 1,5 pts

Réduis cette expression.

INDICE

Outil : cherche les termes semblables.

CORRIGÉ

Les termes $120x$ et $30x$ sont semblables : on les regroupe en factorisant par x.

$$\begin{aligned} 120x + 30x &= (120 + 30)x \\ &= 150x \end{aligned}$$

Le terme -50 n'a pas de terme semblable : on le recopie.

Conclusion. Le prix est $150x - 50$ dirhams.

3 2 pts

Factorise $150x - 50$ par 50, puis vérifie en développant.

INDICE

Outil : écris chaque terme comme un produit par 50.

Point délicat : le second terme cache un facteur.

CORRIGÉ

Faire apparaître le facteur. On a $150 = 50 \times 3$, donc $150x = 50 \times 3x$. Le second terme cache le facteur 1 : $50 = 50 \times 1$.

$$\begin{aligned} &150x - 50 \\ &= 50 \times 3x - 50 \times 1 \end{aligned}$$

Factorisation. On sort 50 ; il reste $3x$ et 1 dans la parenthèse :

$$150x - 50 = 50(3x - 1)$$

Vérification. D'après la distributivité :

$$\begin{aligned} &50(3x - 1) \\ &= 50 \times 3x - 50 \times 1 \\ &= 150x - 50 \end{aligned}$$

Conclusion. Factorisé par 50, le prix s'écrit $50(3x - 1)$ dirhams.

4 2 pts

Le club réserve le terrain pendant 4 heures. Combien paie-t-il ? Contrôle ton résultat avec la forme factorisée.

INDICE

Début : remplace x par 4 dans $150x - 50$.

CORRIGÉ

On remplace x par 4 dans $150x - 50$:

$$\begin{aligned} &150 \times 4 - 50 \\ &= 600 - 50 = 550 \end{aligned}$$

Contrôle. Avec la forme factorisée, on calcule d'abord la parenthèse :

$$\begin{aligned} &50 \times (3 \times 4 - 1) \\ &= 50 \times 11 = 550 \end{aligned}$$

Conclusion. Pour 4 heures, le club paie 550 dirhams ; la forme factorisée donne le même prix.

Exercice 4 — 7 pts

Corriger une copie

On considère l'expression $E = 4(2x - 3) - (5x - 18)$. Pour supprimer les parenthèses, Yasmine a écrit : $E = 8x - 3 - 5x - 18$.

1 — 2 pts

Yasmine a fait deux erreurs. Trouve-les, puis écris la bonne ligne sans parenthèses.

INDICE

Outil : la distributivité pour le premier produit, la règle du signe moins pour la seconde parenthèse.

Point délicat : regarde ce que devient le terme -18.

CORRIGÉ

Première erreur. D'après la distributivité, le facteur 4 multiplie chaque terme de la parenthèse, y compris 3 :

$$\begin{aligned} 4(2x - 3) &= 4 \times 2x - 4 \times 3 \\ &= 8x - 12 \end{aligned}$$

Yasmine n'a pas multiplié 3 par 4 : il faut $8x - 12$, et non $8x - 3$.

Seconde erreur. La parenthèse $(5x - 18)$ est précédée d'un signe $-$: chaque terme change de signe. Le terme $-5x$ est juste, mais -18 devient $+18$.

Conclusion. La bonne ligne est $E = 8x - 12 - 5x + 18$.

2 — 1,5 pts

Réduis E.

INDICE

Début : rapproche les termes en x, puis les nombres.

CORRIGÉ

Ordre des termes. On rapproche les termes en x, puis les nombres :

$$E = 8x - 5x - 12 + 18$$

Termes semblables. On factorise par x : $8x - 5x = (8 - 5)x = 3x$.

Nombres. On calcule $-12 + 18 = 6$. Donc $E = 3x + 6$.

Conclusion. La forme réduite de E est $3x + 6$.

3 — 1,5 pts

Factorise la forme réduite de E, puis vérifie en développant.

INDICE

Outil : cherche un nombre qui divise 3 et 6.

CORRIGÉ

Faire apparaître le facteur. Le nombre 3 divise 3 et 6, car $6 = 3 \times 2$:

$$3x + 6 = 3 \times x + 3 \times 2$$

Factorisation. On sort 3 ; il reste x et 2 dans la parenthèse :

$$E = 3(x + 2)$$

Vérification. D'après la distributivité, $3(x + 2) = 3 \times x + 3 \times 2 = 3x + 6$.

Conclusion. La forme factorisée est $E = 3(x + 2)$.

4 — 2 pts

Pour $x = -2{,}5$, calcule E avec la forme factorisée. Calcule aussi la ligne de Yasmine pour la même valeur. Ce calcul confirme-t-il que la ligne de Yasmine est fausse ?

INDICE

Début : dans la forme factorisée, calcule d'abord la parenthèse.

Point délicat : dans la ligne de Yasmine, écris $-2{,}5$ entre parenthèses et applique la règle des signes à chaque produit.

CORRIGÉ

Forme factorisée. On calcule d'abord la parenthèse : $-2{,}5 + 2 = -0{,}5$. Donc :

$$E = 3 \times (-0{,}5) = -1{,}5$$

Ligne de Yasmine. D'après la règle des signes, $8 \times (-2{,}5) = -20$ et $5 \times (-2{,}5) = -12{,}5$. Soustraire $-12{,}5$, c'est ajouter $12{,}5$:

$$\begin{aligned} &8x - 3 - 5x - 18 \\ &= -20 - 3 - (-12{,}5) - 18 \\ &= -20 - 3 + 12{,}5 - 18 \\ &= -28{,}5 \end{aligned}$$

Conclusion. On trouve $-28{,}5$ au lieu de $-1{,}5$: pour $x = -2{,}5$, la ligne de Yasmine ne donne pas la valeur de E. Le calcul confirme donc que sa ligne est fausse.

Exercice 5 — 6 pts

Comparer deux programmes de calcul

Voici deux programmes de calcul.

Programme A : choisis un nombre ; ajoute 5 ; multiplie le résultat par 3 ; soustrais le double du nombre choisi.

Programme B : choisis un nombre ; multiplie-le par $0{,}5$; ajoute $7{,}5$; multiplie le résultat par 2.

1 — 1 pts

Applique chaque programme au nombre 4.

INDICE

Outil : suis les étapes dans l'ordre du programme.

Point délicat : le double de 4 est 2×4.

CORRIGÉ

On suit les étapes dans l'ordre de chaque programme.

Programme A.

- On ajoute 5 : $4 + 5 = 9$.
- On multiplie par 3 : $9 \times 3 = 27$.
- On soustrait le double de 4, qui est 8 : $27 - 8 = 19$.

Programme B.

- On multiplie par $0{,}5$: $0{,}5 \times 4 = 2$.
- On ajoute $7{,}5$: $2 + 7{,}5 = 9{,}5$.
- On multiplie par 2 : $9{,}5 \times 2 = 19$.

Conclusion. Pour le nombre 4, les deux programmes donnent 19.

2 — 1,5 pts

On appelle x le nombre choisi. Écris le résultat du programme A avec la lettre x, puis développe et réduis.

INDICE

Début : le résultat de « ajoute 5, puis multiplie par 3 » s'écrit $3(x+5)$.

Point délicat : le double de x s'écrit $2x$, et il se soustrait.

CORRIGÉ

Expression du résultat. Ajouter 5 puis multiplier par 3 donne $3(x+5)$. On soustrait ensuite le double de x, soit $2x$:

$$3(x+5)-2x$$

Développement. D'après la distributivité :

$$\begin{aligned} 3(x+5) &= 3\times x+3\times 5 \\ &= 3x+15 \end{aligned}$$

On obtient $3x+15-2x$.

Réduction. On rapproche les termes en x : $3x-2x+15$. Puis $3x-2x=(3-2)x=1\times x=x$.

Conclusion. Le résultat du programme A est $x+15$.

3 — 1,5 pts

Écris le résultat du programme B avec la lettre x, puis développe-le.

INDICE

Outil : la distributivité ; ici, le nombre 2 placé après la parenthèse multiplie lui aussi les deux termes.

CORRIGÉ

Multiplier par $0{,}5$ puis ajouter $7{,}5$ donne $0{,}5x+7{,}5$. On multiplie ensuite ce résultat par 2.

Distributivité. Le 2 placé après la parenthèse multiplie lui aussi chacun des deux termes :

$$\begin{aligned} &(0{,}5x+7{,}5)\times 2 \\ &= 0{,}5x\times 2+7{,}5\times 2 \end{aligned}$$

Produits. On regroupe les nombres : $0{,}5x\times 2=0{,}5\times 2\times x=1\times x=x$. Et $7{,}5\times 2=15$.

Conclusion. Le résultat du programme B est $x+15$.

4 2 pts

Les deux programmes donnent-ils le même résultat pour n'importe quel nombre choisi ? Justifie, puis donne de tête le résultat des deux programmes pour le nombre -8.

INDICE

Début : compare les formes trouvées aux questions 2 et 3.

Point délicat : pour -8, utilise la forme la plus simple.

CORRIGÉ

Comparaison. Aux questions 2 et 3, les deux programmes donnent la même expression, $x + 15$. Quel que soit le nombre choisi, ils donnent donc le même résultat : ce nombre augmenté de 15.

Pour le nombre -8. Avec la forme $x + 15$, on trouve de tête $-8 + 15 = 7$.

Contrôle avec le programme A. On a $-8 + 5 = -3$, puis $(-3) \times 3 = -9$; le double de -8 est -16, donc :

$$-9 - (-16) = -9 + 16 = 7$$

Conclusion. Oui : pour n'importe quel nombre choisi, les deux programmes donnent le même résultat. Pour -8, ils donnent tous les deux 7.