BURHAN

Développement et factorisation : exercices, entraînement

1ère Année Collège · Mathématiques

Version en ligne : burhan.ma/1ac/mathematiques/developpement-et-factorisation/exercices/entrainement

Chapitre	Palier	Exercices
Développement et factorisation	Entraînement	7

Exercice 1

Trois termes dans la parenthèse

On pose $C = 4(3x - 2 + x)$.

1

Développe C.

INDICE

Outil : le 4 multiplie chacun des trois termes.

Début : le premier produit est $4 \times 3x$.

CORRIGÉ

Distributivité sur trois termes. Le facteur 4 multiplie chacun des trois termes de la parenthèse, chaque terme avec son signe :

$$C = 4 \times 3x - 4 \times 2 + 4 \times x$$

Produits. On multiplie les nombres entre eux : $4 \times 3x = 4 \times 3 \times x = 12x$. De même, $4 \times 2 = 8$, et $4 \times x$ s'écrit $4x$.

Conclusion. Développée, l'expression s'écrit $C = 12x - 8 + 4x$.

2

Réduis l'expression obtenue.

INDICE

Outil : regroupe les termes en x.

Point délicat : le nombre -8 reste seul.

CORRIGÉ

Ordre des termes. On rapproche les deux termes en x, chacun avec son signe :

$$C = 12x + 4x - 8$$

Termes semblables. On les regroupe en factorisant par x :

$$12x + 4x = (12 + 4)x = 16x$$

Le nombre -8 n'a pas de terme semblable : on le recopie.

Conclusion. La forme réduite est $C = 16x - 8$.

3

Contrôle ton résultat avec $x = 1$, sur la forme de départ et sur la forme réduite.

INDICE

Début : sur la forme de départ, calcule d'abord la parenthèse.

CORRIGÉ

Forme de départ. Pour $x = 1$, le terme $3x$ vaut 3 et le terme x vaut 1. On calcule d'abord la parenthèse, $3 - 2 + 1 = 2$, donc $4(3 - 2 + 1) = 4 \times 2 = 8$.

Forme réduite. On trouve $16 \times 1 - 8 = 8$.

Conclusion. Pour $x = 1$, les deux formes donnent 8 : le contrôle est réussi.

Exercice 2

Trouver le facteur commun

Factorise chaque expression. Commence par écrire chaque terme comme un produit.

1

$14a + 21$

INDICE

Outil : cherche un nombre qui divise 14 et 21.

CORRIGÉ

Faire apparaître le facteur. Le nombre 7 divise 14 et 21 : $14 = 7 \times 2$ et $21 = 7 \times 3$. Donc :

$$14a + 21 = 7 \times 2a + 7 \times 3$$

Factorisation. On sort le facteur commun 7 :

$$14a + 21 = 7(2a + 3)$$

Vérification. D'après la distributivité, $7(2a + 3) = 14a + 21$.

Conclusion. La forme factorisée est $7(2a + 3)$.

2

$6y - 6$

INDICE

Outil : cherche le facteur commun aux deux termes.

Point délicat : regarde le second terme : que reste-t-il quand on sort le facteur ?

CORRIGÉ

Facteur caché 1. Le second terme est égal au facteur commun 6 : on l'écrit 6×1.

$$6y - 6 = 6 \times y - 6 \times 1$$

Factorisation. On sort 6 ; il reste y et 1 dans la parenthèse :

$$6y - 6 = 6(y - 1)$$

Vérification. D'après la distributivité, $6(y - 1) = 6y - 6$.

Conclusion. La forme factorisée est $6(y - 1)$.

3

$10x + 15y - 5$

INDICE

Outil : un même nombre divise les trois termes.

Point délicat : n'oublie pas le dernier terme.

CORRIGÉ

Faire apparaître le facteur. Le nombre 5 divise les trois termes : $10 = 5 \times 2$, $15 = 5 \times 3$ et $5 = 5 \times 1$. Donc :

$$\begin{aligned} &10x + 15y - 5 \\ &= 5 \times 2x + 5 \times 3y - 5 \times 1 \end{aligned}$$

Factorisation. On sort le facteur 5 des trois termes, sans oublier le dernier :

$$\begin{aligned} &10x + 15y - 5 \\ &= 5(2x + 3y - 1) \end{aligned}$$

Vérification. D'après la distributivité sur trois termes, $5(2x + 3y - 1) = 10x + 15y - 5$.

Conclusion. La forme factorisée est $5(2x + 3y - 1)$.

Exercice 3

Des parenthèses à enlever, puis une réduction

On pose $D = 5x - (2x - 7) + (x - 3)$.

1

Supprime les parenthèses de D.

INDICE

Outil : traite chaque parenthèse selon le signe placé devant elle.

Point délicat : la première parenthèse est précédée d'un moins.

CORRIGÉ

Première parenthèse. Elle est précédée d'un signe $-$: chaque terme change de signe, donc $-(2x - 7)$ devient $-2x + 7$.

Seconde parenthèse. Elle est précédée d'un signe $+$: les termes gardent leur signe, donc $+(x - 3)$ devient $+x - 3$.

Conclusion. Sans parenthèses, on obtient $D = 5x - 2x + 7 + x - 3$.

2

Réduis D.

INDICE

Outil : regroupe d'un côté les termes en x, de l'autre les nombres.

CORRIGÉ

Ordre des termes. On rapproche les termes en x, puis les nombres :

$$D = 5x - 2x + x + 7 - 3$$

Termes semblables. Le terme x s'écrit $1 \times x$. On factorise donc par x :

$$\begin{aligned} 5x - 2x + x &= (5 - 2 + 1)x \\ &= 4x \end{aligned}$$

Nombres. On calcule $7 - 3 = 4$.

Conclusion. La forme réduite est $D = 4x + 4$.

3

Calcule D pour $x = 2$ avec la forme de l'énoncé, puis avec la forme réduite.

INDICE

Début : dans la forme de l'énoncé, remplace chaque x par 2.

CORRIGÉ

Forme de l'énoncé. On remplace chaque x par 2. On calcule $5 \times 2 = 10$ et les parenthèses : $2 \times 2 - 7 = -3$ et $2 - 3 = -1$. Puis soustraire -3, c'est ajouter 3 :

$$\begin{aligned} D &= 5 \times 2 - (2 \times 2 - 7) \\ &\quad + (2 - 3) \\ &= 10 - (-3) + (-1) \\ &= 10 + 3 - 1 = 12 \end{aligned}$$

Forme réduite. On trouve :

$$D = 4 \times 2 + 4 = 8 + 4 = 12$$

Conclusion. Pour $x = 2$, les deux formes donnent bien la même valeur, 12.

Exercice 4

Deux produits à développer

On pose $E = 5(a+2) - 4(a-3)$.

1

Développe $5(a+2)$.

INDICE

Outil : la distributivité sur une somme.

CORRIGÉ

D'après la distributivité sur une somme, le facteur 5 multiplie a et 2 :

$$\begin{aligned} 5(a+2) &= 5 \times a + 5 \times 2 \\ &= 5a + 10 \end{aligned}$$

Conclusion. Le développement est $5(a+2) = 5a + 10$.

2

Développe $4(a-3)$.

INDICE

Outil : la distributivité sur une différence.

CORRIGÉ

D'après la distributivité sur une différence, le facteur 4 multiplie a et 3, et le signe $-$ reste :

$$\begin{aligned} 4(a-3) &= 4 \times a - 4 \times 3 \\ &= 4a - 12 \end{aligned}$$

Conclusion. Le développement est $4(a-3) = 4a - 12$.

3

Remplace chaque produit par son développement dans E, puis écris E sous forme réduite.

INDICE

Outil : garde des parenthèses autour du second développement.

Point délicat : cette parenthèse est précédée d'un signe moins.

CORRIGÉ

Remplacement. Le produit $4(a-3)$ est soustrait en entier : on garde son développement entre parenthèses.

$$E = 5a + 10 - (4a - 12)$$

Signe moins devant la parenthèse. Chaque terme de la parenthèse change de signe :

$$E = 5a + 10 - 4a + 12$$

Ordre des termes. On rapproche les termes en a, puis les nombres : $E = 5a - 4a + 10 + 12$.

Réduction. On a $5a - 4a = (5-4)a = a$, car $1 \times a$ s'écrit a. Pour les nombres, $10 + 12 = 22$.

Conclusion. La forme réduite est $E = a + 22$.

Exercice 5

Le prix des fournitures

Pour la rentrée, une association donne à chaque élève d'un groupe un cahier à $8{,}5$ dirhams et un stylo à $3{,}5$ dirhams. Le groupe compte x élèves.

1

Écris le prix de tous les cahiers, puis celui de tous les stylos. Déduis-en une expression du prix total.

INDICE

Outil : x cahiers à $8{,}5$ dirhams coûtent $8{,}5 \times x$ dirhams.

CORRIGÉ

Un cahier coûte $8{,}5$ dirhams, donc x cahiers coûtent $8{,}5 \times x$, soit $8{,}5x$ dirhams.

De même, les x stylos coûtent $3{,}5x$ dirhams. Le prix total est la somme de ces deux prix.

Conclusion. Le prix total est $8{,}5x + 3{,}5x$ dirhams.

2

Calcule le prix d'un cahier et d'un stylo ensemble. Écris une seconde expression du prix total, et explique pourquoi les deux expressions sont égales.

INDICE

Outil : regarde ce que les deux termes ont en commun.

CORRIGÉ

Prix pour un élève. Un cahier et un stylo coûtent $8{,}5 + 3{,}5 = 12$ dirhams. Pour x élèves, le prix total est donc $12x$ dirhams.

Égalité des deux expressions. La lettre x est un facteur commun aux deux termes de la première expression. On factorise par x :

$$\begin{aligned} &8{,}5x + 3{,}5x \\ &= (8{,}5 + 3{,}5)x \\ &= 12x \end{aligned}$$

Conclusion. Une seconde expression du prix total est $12x$ dirhams. Elle est égale à la première, car la factorisation transforme $8{,}5x + 3{,}5x$ en $12x$: les deux donnent le même prix, quel que soit le nombre d'élèves.

3

Le groupe compte 25 élèves. Quel est le prix total ?

INDICE

Début : choisis l'expression la plus courte.

CORRIGÉ

On prend l'expression la plus courte, $12x$, et on remplace x par 25 : $12 \times 25 = 300$.

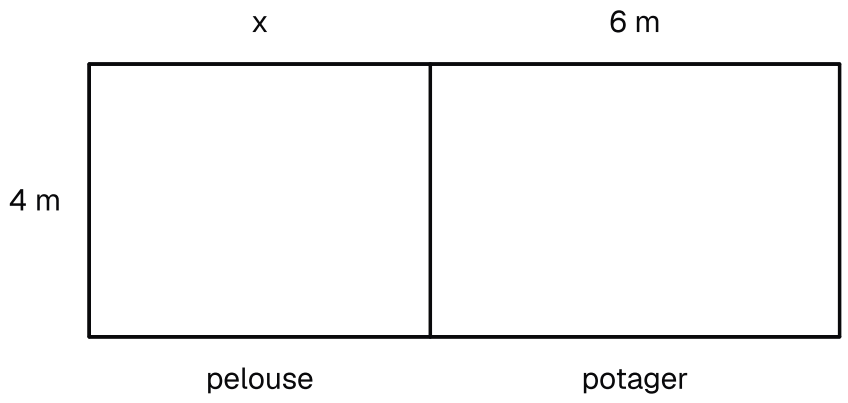
Contrôle. Avec la première expression, $8{,}5 \times 25 = 212{,}5$ et $3{,}5 \times 25 = 87{,}5$, puis $212{,}5 + 87{,}5 = 300$.

Conclusion. Le prix total est de 300 dirhams.

Exercice 6

Un jardin avec une pelouse et un potager

Un jardin a la forme d'un rectangle de 4 mètres de large. Sa longueur se partage en deux parties : une pelouse de x mètres et un potager de 6 mètres. Fais le dessin sur ton cahier.



Le jardin de 4 m de large : une pelouse de longueur x, puis un potager de 6 m.

1

Écris l'aire du jardin, en mètres carrés, sous la forme d'un produit, puis développe-la.

INDICE

Outil : l'aire d'un rectangle est longueur fois largeur.

Début : la longueur du jardin est $x + 6$.

CORRIGÉ

Dimensions. La longueur du jardin est celle de la pelouse plus celle du potager : $x + 6$ mètres. Sa largeur est de 4 mètres.

Aire du rectangle. L'aire est la longueur fois la largeur, $(x + 6) \times 4$, que l'on écrit $4(x + 6)$. Donc l'aire est $4(x + 6)$ mètres carrés.

Développement. D'après la distributivité :

$$4(x + 6) = 4x + 24$$

On retrouve l'aire de la pelouse, $4x$, plus celle du potager, 24.

Conclusion. L'aire du jardin est $4(x + 6)$, soit $4x + 24$ mètres carrés.

2

Écris le périmètre du jardin, en mètres, puis réduis l'expression.

INDICE

Outil : le périmètre est deux fois la longueur plus deux fois la largeur.

Point délicat : développe $2(x+6)$ avant d'ajouter.

CORRIGÉ

Périmètre. Le périmètre est deux fois la longueur plus deux fois la largeur :

$$2(x+6)+2\times 4$$

Développement. D'après la distributivité, $2(x+6)=2x+12$.

Réduction. On calcule les nombres : $2\times 4=8$ et $12+8=20$. Le terme $2x$ est recopié.

Conclusion. Le périmètre est $2x+20$ mètres.

3

La pelouse mesure 5 mètres de long. Calcule l'aire et le périmètre du jardin.

INDICE

Début : remplace x par 5 dans les formes développées.

CORRIGÉ

On remplace x par 5 dans les formes développées.

Aire.

$$4\times 5+24=20+24=44$$

Contrôle : la longueur vaut $5+6=11$ mètres, et $4\times 11=44$.

Périmètre.

$$2\times 5+20=30$$

Contrôle : $2\times 11+2\times 4=22+8=30$.

Conclusion. Avec une pelouse de 5 mètres, le jardin a une aire de 44 mètres carrés et un périmètre de 30 mètres.

Exercice 7

Développer ou factoriser pour aller vite

Pour chaque calcul, dis si tu développes ou si tu factorises. Puis calcule de tête.

1

$1{,}5 \times 101$

INDICE

Outil : un seul produit, avec un facteur proche de 100.

CORRIGÉ

Méthode. C'est un seul produit, avec un facteur proche de 100 : on **développe**.

Décomposition. On écrit $101 = 100 + 1$:

$$1{,}5 \times 101 = 1{,}5 \times (100 + 1)$$

Distributivité. Multiplier $1{,}5$ par 100 décale la virgule de deux rangs :

$$\begin{aligned} &1{,}5 \times 100 + 1{,}5 \times 1 \\ &= 150 + 1{,}5 \\ &= 151{,}5 \end{aligned}$$

Conclusion. On trouve $1{,}5 \times 101 = 151{,}5$.

2

$0{,}8 \times 37 + 0{,}8 \times 63$

INDICE

Outil : deux produits avec un même facteur.

CORRIGÉ

Méthode. C'est une somme de deux produits qui ont le même facteur $0{,}8$: on **factorise**.

Calcul. Comme $37 + 63 = 100$, il reste à multiplier $0{,}8$ par 100 :

$$\begin{aligned} &0{,}8 \times 37 + 0{,}8 \times 63 \\ &= 0{,}8 \times (37 + 63) \\ &= 0{,}8 \times 100 = 80 \end{aligned}$$

Conclusion. On trouve $0{,}8 \times 37 + 0{,}8 \times 63 = 80$.

3

$6 \times 7{,}4 - 6 \times 2{,}4$

INDICE

Outil : deux produits avec un même facteur.

Point délicat : entre les deux produits, il y a une soustraction.

CORRIGÉ

Méthode. C'est une différence de deux produits qui ont le même facteur 6 : on **factorise**.

Calcul. La parenthèse garde la soustraction, et $7{,}4 - 2{,}4 = 5$:

$$\begin{aligned} & 6 \times 7{,}4 - 6 \times 2{,}4 \\ & = 6 \times (7{,}4 - 2{,}4) \\ & = 6 \times 5 = 30 \end{aligned}$$

Conclusion. On trouve $6 \times 7{,}4 - 6 \times 2{,}4 = 30$.